B 1,064,770

1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

Q
67
.Z965

Vierteljahrsschrift

der

Naturforschenden Gesellschaft

in

ZÜRICH.

Redigirt

von

Dr. Rudolf Wolf,

Professor der Astronomie in Zürich.

Sechsunddreissigster Jahrgang.

Zürich,

In Commission bei S. Höhr.

1891.

Inhalt.

Seite.

Disteli, Die Metrik der circularen ebenen Curven dritter Ordnung im Zusammenhang mit geometrischen Lehrsätzen Jakob Steiners 255
Fiedler, Geometrische Mittheilungen 65
Fritz. Verschiedene Mittheilungen 37
Lang, Versuch einer Erklärung der Asymmetrie der Gasteropoden 339
Magnus, Ein neues Exobasidium aus der Schweiz . 251
Mayer-Eymar, Diagnoses Vulsellarum ex agris Aegyptiae nummuliticis 58
— Diagnoses Mytilorum ex agris Aegyptiae nummuliticis 169
— Diagnoses Ostrearum novarum ex agris mollasicis . 387
Meyer, Mathematische Mittheilungen 241
Schinz, Zur Kenntniss afrikanischer Gentianaceen . . 306
v. Tavel, Das System der Pilze im Lichte der neuesten Forschungen 372
Werner, Beiträge zur Theorie der Affinität und Valenz 129
Winogradsky, Ueber die Organismen der Nitrification . 176
Wolf, Astronomische Mittheilungen 1

Tobler, Auszüge aus den Sitzungsprotokollen . 116, 210, 394
Wolf, Bibliographische Notizen 114, 209
— Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte (Forts.) 120, 219, 408
— Aus den Manuscripten von Hofrath Horner . . . 393
— Generalregister der Jahrgänge XXV.—XXXVI. . . 422

215[illegible]

Astronomische Mittheilungen

von

Dr. Rudolf Wolf.

LXXVIII. Beobachtungen der Sonnenflecken im Jahre 1890, sowie Berechnung der Relativzahlen und Variationen dieses Jahres, und Mittheilung einiger betreffender Vergleichungen; bibliographische Studie über den „Thurecensis phisiti Tractatus de Cometis"; Fortsetzung der Sonnenfleckenliteratur und des Sammlungs-Verzeichnisses.

Die Häufigkeit der Sonnenflecken konnte von mir im Jahre 1890 an 288 Tagen mit den bisher dafür gebrauchten Handfernröhren beobachtet werden; die dadurch erhaltenen Daten finden sich unter Nr. 624 der Literatur eingetragen und dienten, unter Anwendung des frühern Factors 1,50, zur Bildung einer ersten Reihe von Relativzahlen. Ausser ihnen lagen noch 261 Beobachtungen vor, welche Herr Professor Wolfer am Fraunhofer'schen Vierfüsser und ausnahmsweise mit dem früher von mir benutzten Pariser-Fernrohr erhalten hatte und sich unter Nr. 625 der Literatur eingetragen finden: Für diejenigen am Vierfüsser wurde aus correspondirenden Beobachtungen für das

erste	Quartal	aus	94	Einzeldaten	der Factor 0,66
zweite	»	»	136	»	» » 0,48
dritte	»	»	147	»	» » 0,44
vierte	»	»	111	»	» » 0,48

abgeleitet, — für die übrigen der Factor 1,50 benutzt, — und aus ihnen eine neue Reihe von Relativzahlen

Tägliche Fleckenstände im Jahre 1890. Tab. 1.

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.
1	12	12	3	0	2	0	0	21	37*	14	0	11
2	12	0	0	0	0	0	0	18	33	4	0	11
3	7*	0	3	0	0	0	0	9*	42	3	0	16
4	12	0	14	0	0	0	2	10*	27	0	0	0
5	12	0	14	0	0	3	14	15	26	0	0	0*
6	17	0*	10*	0	0	5	17	7	31	6	0	0*
7	0	0*	14	0	0	10	19	6	21	3	0	0*
8	0	0*	15	0	0	13	28*	2	18	3*	14	2*
9	0	0	16	0	3	0	30	0	20	0	18	1*
10	0*	0	18	0	15	5	30	2	18	0	11*	1*
11	0*	0	17	4*	18	2*	17	2	18	8	18	2*
12	1*	0	15	7	18	0	14*	0	18	3	15	0
13	0	0	12	6	7*	0	14	0	2	0	18	17*
14	0	3	4	2	0	0	5	0	0	3	10*	21*
15	0	0*	3	3	0	0	0	2	5	2	2	22*
16	4*	0	0	3	0	0	0	0	6	0*	0	26*
17	7*	0	0	0	10	0	0	0	9	0	0	10*
18	0	0*	0	0	16	0	0	0	20	0	3*	22*
19	20	0*	0	0	24	0	0	0	18	0*	0	19
20	20	0	0*	0	8	0	0	0	6	20	0	21
21	18	0	0	0	12*	0	0*	0	3	24	0	3
22	4*	0	0	0	6	0	5	0	2	26	18	3
23	0*	0*	0	0	2	0	15	0	0	35	12*	4*
24	0	0*	0	0	2	2	15	0	12*	27*	21	0
25	0	0	0*	2	0	0	15	24	18*	28*	28	6*
26	0	0	0	0	5	0	16	0	18	34	20*	7*
27	0	0	0	0	0	0	16	24	24	26	22*	5*
28	0	3	0	3	0*	0	16	27	20	27	19*	5*
29	0		0	4	0	0*	26	29*	19	25	20*	6*
30	4		0	14	0	0	28	36	25	15	18*	0
31	14		0		0		18	30		11		2
Mittel	5,3	0,6	5,1	1,6	4,8	1,3	11,6	8,5	17,2	11,2	9,6	7,8

erstellt, sodann aus beiden Reihen eine Mittelreihe gebildet, welche sich in Tab. I ohne weitere Bezeichnung eingetragen findet. Es blieben nun im ersten Semester noch 25, im zweiten Semester noch 42 Tage übrig, an welchen weder Herr Wolfer noch ich Beobachtungen erhalten hatten, und zur Ausfüllung dieser Lücken wurden nun in folgender Weise die Reihen verwendet, welche ich der gefälligen Mittheilung aus Bryn-Maur, Dartmouth, Haverford, Jena, Madrid, Moncalieri, O-Gyalla, Palermo, Paris und Rom verdanke, und nach der Zeitfolge ihres Einganges unter Nr. 631, 640, 630, 627, 636, 637, 632, 638, 626 und 635 der Literatur eingetragen habe: Zuerst wurden für diese zehn Hülfsreihen durch Vergleichung mit der Zürcher Mittelreihe die Reductionsfactoren abgeleitet, und so die in nachstehendem Täfelchen, wo n die Anzahl der Vergleichungen und f das Mittel der sich daraus ergebenden Factoren bezeichnet, enthaltenen Werthe gefunden:

Ort	Erstes Semester		Zweites Semester	
	n	f	n	f
Bryn-Maur	135	0,69	116	0,53
Dartmouth	111	0,46	—	—
Haverford	116	0,41	99	0,38
Jena	111	1,00	79	0,86
Madrid	120	0,29	125	0,46
Moncalieri	95	1,33	86	1,33
O-Gyalla	95	1,09	73	1,21
Palermo	133	0,45	130	0,49
Paris	129	0,50	126	0,53
Rom	125	0,50	121	0,83

Unter Anwendung dieser Factoren reducirte ich sodann die 56 Beobachtungen von Bryn-Maur, die 16 B. von Dartmouth, die 44 B. von Haverford, die 25 B. von Jena, die

Monatliche Fleckenstände im Jahre 1890. Tab. II.

1890	I			II			III		
	m	*n*	*r*	*m*	*n*	*r*	*m*	*n*	*r*
Januar	14	23	6,9	13	23	6,1	16	31	5,3
Februar	18	19	0,9	17	20	0,9	25	28	0,6
März	19	28	5,8	15	28	5,3	17	31	5,1
April	27	28	0,6	20	29	1,5	20	30	1,6
Mai	23	28	4,2	15	28	4,6	16	31	4,8
Juni	26	27	0,6	22	28	1,4	23	30	1,3
Juli	11	27	13,4	9	28	11,4	10	31	11,6
August	20	26	5,5	14	28	7,7	14	31	8,5
September . . .	9	25	17,0	2	27	16,7	2	30	17,2
October	14	25	11,4	7	26	11,1	9	31	11,2
November . . .	12	20	7,6	12	21	7,2	12	30	9,6
December . . .	7	12	7,4	4	12	7,2	7	31	7,8
Jahr	200	288	6,8	150	298	6,8	171	365	7,1

51 B. von Madrid, die 21 B. von Moncalieri, die 35 B. von O-Gyalla, die 56 B. von Palermo, die 42 B. von Paris und die 44 B. von Rom, welche auf die in Zürich fehlenden 67 Tage fielen, und von ihnen

0	3	6	6	9	12	17	9	4	1	0	Tage
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	fach

deckten, — und trug endlich die für die einzelnen Tage erhaltenen Mittelwerthe unter Beisetzung eines * in Tab. I ein, zugleich je das definitive Monatmittel ziehend und beischreibend. — Es scheint mir nicht ohne Interesse zu sein, auch diessmal wieder in Tab. II speciell zu zeigen, welchen Einfluss diese successive Vervollständigung der täglichen Relativzahlen auf die Monatmittel hatte: Sie gibt zu diesem Zwecke unter I*r* die mittlern monatlichen Relativzahlen, wie sie sich aus meiner eigenen Beobachtungsreihe ohne irgend welchen Zusatz ergeben hatten,

— unter II r ihre Beträge nach Beizug der Reihe Wolfer, — unter III r endlich die Werthe, welche sich schliesslich (Tab. I) nach Completirung durch die ausländischen Reihen definitiv ergaben, — und zeigt natürlich in den Monaten, wo in Zürich wegen schlechter Witterung viele Tage ausfielen, einige erhebliche, jedoch nicht gerade störende, und auf das Gesammtresultat wesentlich influirende Differenzen. Sie beweist also wie in den Vorjahren, dass schon meine Serie für sich ein ganz gutes Bild von dem Verlaufe der Fleckenthätigkeit gibt, aber dass immerhin die nicht unbedeutende Mühe der Vervollständigung keineswegs als überflüssig bezeichnet werden darf. Ueberdiess gibt Tab. II für jede der drei Stufen die Anzahl n der ihr zu Grunde liegenden Beobachtungstage, sowie die Anzahl m der als fleckenfrei eingetragenen Tage, welche letztere auf der dritten Stufe gegenüber dem Vorjahre von 212 auf 171 heruntergegangen ist.*) Dieser ziemlich bedeutenden Verminderung der fleckenfreien Tage entspricht auch

*) Da von den 171 in Tab. I und in der dritten Abtheilung von Tab. II als fleckenfrei erscheinenden Tagen 28 der Controle am normalen Vierfüsser entbehren, so habe ich wie in den Vorjahren die übrigen Reihen für diese Tage nachträglich noch speciell consultirt und dabei gefunden, dass die 13 Tage

I 13, 14, 15; II 9, 13, 17; IV 3, 8; VI 15; VII 20; VIII 20; XI 6, 20

auch von allen andern Beobachtern als fleckenfrei bezeichnet wurden, — dass sie dagegen für die 14 Tage

I 7, 8, 9; V 8; VI 9, 18; VIII 21, 22, 23, 26; IX 23; XI 1; XII 4, 24

auch unter sich verschiedener Ansicht waren, — und nur die 3 Beobachter, welche ausser mir XII 30 die Sonne sahen, diesen Tag einstimmig als einen Fleckentag notirten. Unter Berücksichtigung aller Verhältnisse glaube ich nun schliesslich die 6 Tage

I 7, 8; V 8; VI 9; VIII 26; XII 30

als solche bezeichnen zu können, welche muthmasslich am normalen Vierfüsser ebenfalls Flecken gezeigt hätten, und somit die

eine kleine Erhöhung der mittlern Relativzahl des Jahres, indem dieselbe, wie uns ebenfalls Tab. II zeigt, definitiv zu

$$r = 7{,}1$$

bestimmt worden ist, während dieselbe im Vorjahre nur 6,3 betrug. Vorläufig kann ich also das Jahr 1890, welches das 44. Jahr meiner eigenen Sonnenfleckenbeobachtungen, das 142. Jahr meiner Reihe der monatlichen Relativzahlen und das 281. Jahr des Zeitraumes ist, für welchen ich den von Schwabe vermutheten periodischen, in jedem Jahrhundert durchschnittlich neun Mal eintreffenden Wechsel der Fleckenhäufigkeit constatirt und die Epochen der Maxima und Minima ermittelt habe, als ein Jahr bezeichnen, welches eine neue Fleckenperiode eröffnet, muss mir dagegen vorbehalten, die genaue Epoche des Minimums erst später zu bestimmen, da gewisse sich ergebende Complicationen, über die ich in einer folgenden Nummer eintreten werde, diess gegenwärtig noch nicht mit voller Sicherheit zu thun erlauben.

Der für das Jahr 1890 im Obstehenden abgeleiteten mittlern Relativzahl

$r = 7{,}1$ entspricht $\Delta v = 0{,}045 . r = 0',32$

und es sollte sich somit im mittlern Europa die magnetische Declinationsvariation 1890 im Jahresmittel um 0',32 über ihren geringsten Werth oder über die für

Christiania	4',62	nach XXXV
Prag	5 ,89	„ XXXV
Wien	5 ,42	„ LXXVII
Mailand	5 ,62	„ XXXVIII

oben gegebene Anzahl der fleckenfreien Tage auf 165 reduciren zu sollen, — eine Reduction, welche jedoch auf die aus diesen Daten gezogenen Schlüsse offenbar keinen bemerkbaren Einfluss ausüben kann.

Vergleichung der Fleckenstände und Variationen. Tab. III.

1890	r	Δv	v				
			Christiania	Prag	Wien	Mailand	Mittel
Beob.	7,1	—	5',27	6,16	6,05	6,55	—
Ber.	—	0,32	4, 94	6,21	5,74	5,94	—
Diff.	—	—	0, 33	-0,05	0,31	0,61	±0,38
1889/90	dr	dv'	dv''				
			Christiania	Prag	Wien	Mailand	Mittel
Jan.	4,5	0,20	0',75	0',84	-0',10	1',27	0,69
Febr.	-7,9	-0,36	0,80	2,05	0,97	0, 82	1,16
März	-1,9	-0,09	0,97	0,03	0,40	1, 32	0,68
April	-2,7	-0,12	0,45	0,04	-0,45	-0, 17	-0,03
Mai	2,4	0,11	-0,85	-0,25	-0,60	-0, 49	-0,55
Juni	-5,1	-0,23	-0,35	0,43	-0,21	-0, 02	-0,04
Juli	1,9	0,09	-0,32	0,41	-0,08	0, 32	0,04
Aug.	-12,1	-0,55	-1,49	-1,02	-0,38	-0, 99	-0,97
Sept.	10,7	0,48	0,30	0,25	0,64	0, 26	0,36
Oct.	9,1	0,41	-0,29	-1,00	0,55	2, 62	0,47
Nov.	9,4	0,42	1,04	-0,32	-0,96	0, 55	0,08
Dec.	1,1	0,05	1,20	0,65	0,61	0, 58	0,76
Jahr	0,8	0,04	0,18	0,18	0,03	0,51	0,22

betragende örtliche Constante meiner Formeln erhoben haben. Die betreffenden Rechnungen und Vergleichungen sind in Tab. III zusammengestellt: Der obere Theil dieser Tafel enthält ausser den für 1890 soeben gegebenen Werthen von r und Δv, und den in Christiania laut Nr. 629 der Literatur, in Prag laut Nr. 633, in Wien laut Nr. 634 und in Mailand laut Nr. 628 aus den Beobachtungen hervorgegangenen Jahresmitteln v der täglichen Declinationsvariation, die von mir in oben angegebener Weise berechneten Werthe, sowie die Differenzen zwischen den beobachteten und berechneten Beträgen; der untere Theil enthält dagegen für jeden Monat, sowie für das ganze Jahr, einerseits die Zunahmen dr, welche die Monatmittel der Relativzahlen des Jahres 1890 gegenüber den-

jenigen der gleichnamigen Monate des Jahres 1889 zeigen, und die daraus nach der Formel $dv' = 0{,}045 \,.\, dr$ berechneten Werthe, — anderseits die entsprechenden Zunahmen dv'', welche die Monatmittel der beobachteten Declinationsvariationen an den 4 Stationen gegenüber dem Vorjahre erfahren haben, sowie deren Mittelwerthe. — Man ersieht aus dieser Tafel und ihrer Vergleichung mit den entsprechenden Tafeln der früheren Jahre, dass auch durch die Declinations-Variationen das Ueberschreiten der Minimums-Epoche constatirt wird, — dass sich überhaupt im grossen Ganzen der parallele Verlauf in der Sonnenfleckenhäufigkeit und der Grösse der täglichen Magnetnadel-Excursionen beständig bewährt, und selbst durch starke lokale Beeinflussung der letztern, wie solche in in den dv'' mehrfach zu Tage tritt, nicht überdeckt zu werden vermag.

Der von mir schon 1849 in den Berner-Mittheilungen besprochene Tractat über den Kometen von 1472 ist seinem Inhalte nach, für welchen ich auf die damals mit Hülfe von Prof. Schläfli gegebene Uebersicht verweise[1]), nicht gerade von sehr grosser Wichtigkeit, während er dagegen ein so bedeutendes bibliographisches Interesse besitzt, dass ich mir erlaube nochmals auf denselben zurückzukommen und die Resultate meiner seitherigen Forschungen mitzutheilen. — Zunächst erwähne ich, dass man auf pag. 106 des mir jüngst freundlich übersandten, ebenso reichhaltigen als präcisen »Catalogue of the Crawford Library of the Royal Observatory Edinburgh. Edinburgh 1890 (VIII und 497) in 4« die drei Ausgaben

[1]) Ich habe später dieselbe auch in meinen „Biographien (III 106)“ zum Abdrucke gebracht.

»Thurecensis, Conrad[2]): Thurecensis phisiti Tractatus de Cometis Incipit. — 12 ff. fol., s. l., s. a. [1473?]

— Thurecehsis phisici Tractatus de Cometis Incipit. — 32 ff. 4° [In fine]: Sit laus Deo Anno Domini MCCCCLXXIIII Hans Aurl.

— Thurecensis physici, viri eruditissimi, de Cometis Tractatus, ante annos plus minus LXX editus, nunc denuo in lucem datus. — 94 pp + 1 f. 8°. Basileae, per Michaelem Martinum Stellam 1556.«

d. h. alle mir entweder durch eigene Ansicht oder durch Citate bekannt gewordenen Ausgaben als wirklich vorhanden verzeichnet findet. — In Beziehung auf die erste Ausgabe, welche auch in Zürich, Basel, Winterthur, Bern, etc., zum Theil sogar mehrfach, vorhanden ist, aber in allen Exemplaren eines Titelblattes und jeder Angabe über Ort und Jahr des Druckes, sowie über den Drucker entbehrt, sind alle Bibliographen einig, dass sie 1472 oder 1473 in Beromünster aufgelegt worden sei, indem sie nach Papier und Lettern ganz mit andern Beromünster-Drucken jener Zeit übereinstimme[3]). — Die

---

[2]) Auf meine Anfrage, wie sich wohl die Beigabe des Namens „Conrad" erkläre, antwortete mir Herr Direktor Copeland, dass sie höchst wahrscheinlich nur darum erfolgt sei, weil auch Brunet in seinem „Manuel du libraire et de l'amateur des livres. Paris 1860—1880 in 8" den Titel „Thurecensis (Conradi) Phisiti etc." habe. Ich werde unten auf diesen „Conrad" zurückkommen. —

[3]) Herr Oberbibliothekar Dr. Sieber in Basel theilte mir mit, dass am Schlusse eines der vier Basler-Exemplare, das muthmasslich aus der Bibliothek des Jo. a Lapide stamme, in unbekannter, aber jedenfalls sehr früher Zeit handschriftlich die Jahrzahl 1ꝝ ʌ2 (1472) beigefügt worden sei. Höchst bemerkenswerth ist ferner, dass das der Winterthurer Stadtbibliothek zugehörende Exemplar dem von Rodericus a Zamora verfassten „Speculum vitae humanae"

zweite Ausgabe von 1474, welche weit seltener ist, ja deren Existenz früher mehrfach bezweifelt wurde, scheint sich nur durch das Format von der ersten zu unterscheiden: Sie entbehrt ebenfalls eines Titelblattes, sowie einer Angabe über den Druckort, und dass sie, wie z. B. Lalande in seiner Bibliographie annahm, in Rom gedruckt worden sei, beruht auf blosser Vermuthung, da man gar nicht weiss, wo die Officin von Hans Aurl stand[4]). — Die dritte Ausgabe von 1556 endlich zeigt nicht nur ein eigentliches Titelblatt mit den Angaben über Druckort, Drucker und Druckjahr, sondern man erfährt auch aus einer dem Titel folgenden „Gulielmi Grataroli medici physici, ad eruditissimum Medicum physicum D. Alexandrum Peyerum Schaffusiensem, Epistola«, dass der in Basel lebende Arzt Wilhelm Gratarolus aus Bergamo (1516—1568) dieselbe besorgte. Sie zeichnet sich vor der ersten Ausgabe dadurch aus, dass die Kapitel etwas besser ausgeschieden und numerirt, die das Original schwer lesbar machenden Abkürzungen grösstentheils vermieden, einige untergeordnete Correcturen angebracht, und dem eigentlichen Texte noch einige bezügliche Auszüge aus Plinius etc. angehängt sind. Am Schlusse liest man: »Basileae per Michaelem Martinum Stellam, Bruxelliensem Brabantinorum.« — Was nun

---

beigebunden ist, an dessen Schlusse man den Namen „Helya helye alias de Louffen Canonico Ecclesie ville Beronensis in pago Ergowie" und die Jahrzahl 1472 liest: Papier, Typen und Druck sind bei beiden Schriften so genau gleich, dass man sich auf den ersten Blick überzeugt, es seien beide aus derselben Officin nahe gleichzeitig hervorgegangen. — [4]) Muthmasslich gestützt auf Lalande, der seine Angabe der „Bibliotheca Hulsiana" entnommen haben will, wurde, wie mir Herr Bibliothekar Ed. Lindemann mittheilte, dem in Pulkowa vorhandenen Exemplare „Romae (?)" beigeschrieben.

den Verfasser unseres Tractates anbelangt, so ist derselbe offenbar unter den der zweiten Hälfte des 15. Jahrhunderts angehörenden Zürcher-Aerzten zu suchen, und als solche werden Rudolf Artzet, Eberhard Schleusinger und Conrad Türst genannt: Rudolf Artzet gehörte einem schon im 12. Jahrhundert in Zürich eingebürgerten Geschlechte an, das seinen Namen wohl dem Umstande verdankte, dass der ärztliche Beruf in demselben einheimisch war, und, da z. B. unter den Mitgliedern des Zürcher-Rathes 1356 ein M. Rudolf Arzet und 1361 ein M. Niclaus Arzet aufgezählt wird, wohl auch blieb[5]); dagegen hat sich speciell über den für uns in Frage kommenden Rudolf Arzet nur bei Dürsteler die etwas präcise Notiz: »1472 Herr Rudolf Arzet und Herr Lüpold sein Sohn lebten vor und nach« erhalten[6]). Eberhard Schleusinger aus Gassmannsdorff (Garmenstorf) in Franken scheint seine ersten Studien in Wien absolvirt zu haben[7]), kam dann nach Basel, wo er im Sommersemester 1470 als »Eberhardus Sleusinger de Gassmannsdorff, Artium et medicinae doctor dyoc. Herbipolens. (Würzburg)« in die Universitätsmatrikel eingetragen wurde[8]), und prakticirte nachher zweifellos eine Reihe von Jahren

[5]) Leu hat allerdings bei Rudolf Arzet die Jahrzahl 1456, was ihn mit unserm Rudolf identificiren könnte; aber nach dem ganzen Zusammenhange muss ich entschieden auf einen Druckfehler schliessen. — [6]) Nach Mittheilung von Prof. G. v. Wyss erwähnt J. J. Hottinger in seiner Bibliotheca tigurina, dass im Jahrzeitenbuche der Propstei (als im April verstorben, — aber leider ohne Angabe des Jahres) „Magister Rudolphus physicus", sowie Lupoldus Arzet, armiger (Knappe eines Ritters), Filius Magistri Rudolphi physici prædicti" aufgeführt werde. — [7]) Kästner nennt (Gesch. d. Math. II 530) unter den von Purbach und Regiomontan in Wien hinterlassenen Schülern „M. Eberhard Schleisinger". — [8]) Wurde mir von Prof. Fritz Burckhardt in Basel mitgetheilt.

in Zürich, obschon genauere Angaben über die Dauer seines dortigen Aufenthaltes bis jetzt nicht aufgefunden werden konnten. Conrad Lycosthenes führt »Eberhardus Schleussinger« in der Einleitung zu seiner Schrift »Wunderwerke Gottes. Aus dem Latein. Basel 1557 in fol.« bei Aufzählung der benutzten Schriftsteller unter der Rubrik »Ettliche die unlangest vor uns geschrieben und hie benambset« an. Conrad Türst, der aus dem Glarnerland gestammt haben dürfte, war ein renommirter Arzt, stellte nebenbei Horoskope und Prognostica, und befasste sich auch mit Politicis; er wurde 1485 zum Stadtarzt von Zürich gewählt[9]), musste jedoch etwa 1499 wieder quittiren, weil er aus verschiedenen Gründen unhaltbar geworden war, lebte dann einige Zeit als k. Leibarzt am österreichischen Hofe, kehrte etwa 1513 nach Zürich zurück, und starb daselbst nach 1525; sein Hauptverdienst bildet seine etwa 1497 redigirte und von einer Karte begleitete „De situ confoederatorum Descriptio«, welche bereits an anderer Stelle mehrfach besprochen worden ist[10]). — Es ist nun merkwürdig, dass für jeden der drei vorgenannten Zürcher-Aerzte, wenn auch allerdings nicht mit gleichgewichtigen Gründen, Ansprüche auf die Autorschaft unsers Kometen-Traktates erhoben worden sind: Für Conrad Türst kommt in Betracht, dass[11]) der sonst ziemlich zuverlässige Brunet aus mir unbekannt gebliebener Veranlassung den Namen

---

Nach den Artzet suchte derselbe vergeblich. — [9]) Die Jahresbesoldung betrug 40 Gulden. — [10]) Vgl. die betreffenden Specialarbeiten der G. Meyer von Knonau im Jahrbuch des Schweizer Alpenclub 18 von 1883, und: Quellen zur Schweizer-Geschichte 6 von 1884, G. von Wyss in Quellen zur Schweizer-Geschichte 6 von 1884, Th. von Liebenau im Anzeiger für schweizer. Geschichte 1888, etc. — auch meine Notiz 288. — [11]) Vgl. Note 2.

»Conrad«, welcher doch wohl nur auf Türst bezogen werden kann, in seine Titel-Angabe aufgenommen hat; ich glaube jedoch kaum, dass hierauf grosses Gewicht gelegt werden darf, zumal die von dem ausgezeichneten und für seine Zeit competenten Conrad Gessner in seine »Bibliotheca universalis. Tiguri 1555 in fol. (Blatt 185)« aufgenommene Notiz: »Conradus Turst Tigurinus, Cæsareae maiest. medicus et eques, scripsit opuscula genethliaca mathematicae observationis nativitatum Francisci Mariae Sphortiae Vicecomitis Papiae, et Cæsaris Sphortiae filii Ludovici Mariae; satis eleganti stilo, quae manuscripta nobis ostendit D. Christophorus Clauserus noster[12]): et alia quædam« zeigt, dass er mit Türst ziemlich bekannt war, sodass er wohl kaum übersehen hätte, von dessen Kometenschrift zu sprechen, wenn eine solche in Mss. oder Druck vorhanden gewesen wäre. Für Rudolf Artzet, welcher von Conrad Gessner überhaupt gar nicht erwähnt wird, liegt auch nur Ein, aber allerdings ein ziemlich schwerwiegendes Zeugniss vor, in dem ein sehr gewissenhafter Berichterstatter, der berühmte Theologe und Orientalist Joh. Heinrich Hottinger in seiner »Schola Tigurinorum Carolina. Tiguri 1664 in 4 (pag. 70)« ausdrücklich sagt: »Arzet, Rodolphus, Physicus. Edidit librum de Cometa 1472, quem habet Reverendus Ecclesiae Bulacensis Minister, D. Joh. Jacobus Engelerus[13])«; immerhin darf nicht übersehen werden, dass dieses Zeugniss Hottingers mit voller Sicherheit nur constatirt, dass Pfarrer Engeler eine Druckschrift über den Cometen von 1472 besass, dagegen die Frage offen lässt, ob es der

[12]) Christoph Klauser von Zürich war von 1520 bis zu seinem 1552 erfolgten Tode Stadtarzt in Zürich. Vgl. Biogr. I 24—25. —
[13]) Jakob Engeler von Zürich (1605? — 1677) war folgeweise Pfarrer

Beromünster-Druck gewesen sei[14]), und (wenn man sogar Letzteres zugeben will) sich namentlich mit keinem einzigen Worte darüber ausspricht, warum der anonyme Verfasser gerade »Rudolf Artzet« geheissen haben soll. Für Eberhard Schleusinger liegen entschieden viel vollständigere und entscheidendere Akten vor als für die Vorgenannten, indem zwei seiner Zeit nahe Schriftsteller ganz positives Zeugniss für ihn ablegen: Wenn Conrad Gessner in seiner »Bibliotheca (Blatt 218)« sagt: »Eberhard Schlüsinger de Gasmanstorf Franconiae, artium et medicinae doctor, medicus Tigurinus, scripsit de stellis comatis earumque iudiciis, et seorsim de illa quae Tiguri anno Domini 1472 apparuit. Item Isagogicam tractatam in astrologiam, praesertim ad electiones, maxima medicas, eumque Latine et Germanice imprimi curavit[15]). Ethorum quidem fragmenta D. Christophorus Clauserus noster habet«, — und wenn Ludwig Lavater in seinem »Cometarum omnium fere Catalogus. Tiguri (1556) in 12« seiner Beschreibung des Kometen von 1472 beifügt: »Hic cometa descriptus est ab Eberhardo Schleusinger Physico Tigurino in libello suo de cometis, qui impressus est«, so kann man, auch ganz abgesehen davon, dass einzelne Stellen unsers Traktates entschieden an die Wiener-Schule er-

---

zu Zurzach, Weiningen und Bülach. — [14]) Dass Lalande in seine „Bibliographie astronomique" nach einer Angabe von Scheibel, welche sich selbst wieder auf eine ebensolche von Beughem stützte, die Notiz „1472. Georgius (?) Arzet, De Cometâ" aufnahm, fällt wohl nicht stark ins Gewicht. — [15]) Leu bezeichnet Schleusinger als Verfasser dreier im Jahre 1539 zu Nürnberg in 4° herausgegebener Schriften: „1° Isagogicus tractatus in Astrologiam; 2° Tractatus de Stellis cometis earumque judiciis et seorsim de illa quae anno 1472 Tiguri apparuit; 3° Assertio contra calumniatoris Astro-

innern[16]), doch kaum mehr im Zweifel sein, wen man als Autor desselben zu betrachten hat, und begreift vollkommen, dass es dem gelehrten Arzte und Bibliothekar Joh. Jakob Wagner nicht nur 1681 in seiner deutschen Ausgabe des Lavater'schen Kometencataloges gar nicht beifiel auf die inzwischen veröffentlichte Angabe von Hottinger zu reagiren, sondern dass er sich für berechtigt hielt dem einen der auf der Zürcher Stadtbibliothek vorhandenen zwei Exemplare des Beromünster-Druckes den handschriftlichen Titel vorzusetzen: »Eberhardi Schleusingeri de Garmanstorf Franconiae, Artium et Medicinae Doctoris, Physici Tigurini, Tractatus de Cometis, speciatim de Cometa A. C. 1472. Beronae 1473[17]).«

Dieser bibliographischen Notiz lasse ich eine Fortsetzung der Sonnenfleckenliteratur folgen:

624) Rudolf Wolf, Beobachtungen der Sonnenflecken auf der Sternwarte in Zürich im Jahre 1889. (Forts. zu 603.)

---

logiae." Es scheint diess wenigstens zum Theil richtig zu sein, da in einem der Zürch. Naturf. Gesellsch. zugehörenden Sammelbande die Schrift „Joannis Schoneri Carolostadii Opusculum astrologicum, ex diversorum libris, summa cura pro studiosorum utilitate collectum. Norimbergae 1539 in 4" enthalten ist, welche unter Anderm auf 6 Quartseiten eine „Assertio contra calumniatores astrologiae, Doctoris Eberhardi Schleusingeri" veröffentlicht. — [16]) So wird z. B. gesagt, auf die Entfernung des Kometen von der Erde könne „ex diversitate aspectus" des Kometen selbst oder eines Theiles desselben im Vergleich mit irgend einem andern nahen Gestirne geschlossen werden, — auf die Grösse aus diesem Abstande und dem Gesichtswinkel des Kometen. — [17]) Auf einem Vorsatzblatte des zweiten Exemplares liest man: „Thurecensis ille phisitus est Eberhardus Schleusinger de Gasmandorff Franconiae. Medicus Tigurinus secundum Conr. Gesneri Bibl. a Simlero aucta m. p. 209 fol: Tig. apud Froschov. 1583."

1890			1890			1890			1890			1890		
I	1	1.1	III	5	1.1	IV	25	0.0	VI	16	0.0	VIII	7	0.0
–	2	1.1	–	7	1.2	–	26	0.0	–	17	0.0	–	8	0.0
–	4	1.1	–	8	1.2	–	27	0.0	–	18	0.0	–	9	0.0
–	5	1.1	–	9	1.3	–	28	0.0	–	19	0.0	–	10	0 0
–	6	1.1	–	10	1.3	–	29	0.0	–	20	0.0	–	11	0.0
–	7	0.0	–	11	1.3	–	30	1.2	–	21	0.0	–	12	0.0
–	8	0.0	–	12	1.3	V	1	0.0	–	22	0.0	–	13	0.0
–	9	0.0	–	13	1.1	–	2	0.0	–	23	0.0	–	14	0.0
–	13	0.0	–	14	0.0	–	3	0.0	–	24	0.0	–	15	0.0
–	14	0.0	–	15	0.0	–	4	0.0	–	25	0.0	–	16	0.0
–	15	0.0	–	16	0.0	–	5	0.0	–	26	0.0	–	17	0.0
–	18	0.0	–	17	0.0	–	6	0.0	–	27	0.0	–	18	0.0
–	19	1.4	–	18	0.0	–	7	0.0	–	28	0.0	–	19	0.0
–	20	1.4	–	19	0.0	–	9	0.0	–	30	0.0	–	20	0.0
–	21	1.2	–	21	0.0	–	10	1.4	VII	1	0.0	–	21	0.0
–	24	0.0	–	22	0.0	–	11	1.4	–	3	0.0	–	22	0.0
–	25	0.0	–	23	0.0	–	12	1.4	–	4	0.0	–	23	0.0
–	26	0.0	–	24	0.0	–	14	0.0	–	5	1.1	–	24	0.0
–	27	0.0	–	26	0.0	–	15	0.0	–	6	1.4	–	26	0.0
–	28	0.0	–	27	0.0	–	16	0.0	–	7	1.4	–	27	1.6
–	29	0.0	–	28	0.0	–	17	0.0	–	8	1.–	–	28	1.8
–	30	0.0	–	29	0.0	–	18	1.2	–	9	2.6	–	30	2.8
–	31	1.2	–	30	0.0	–	19	2.4	–	10	2.6	IX	2	2.4
II	1	1.1	–	31	0.0	–	20	0.0	–	11	1.1	–	3	3.5
–	2	0.0	IV	1	0.0	–	22	0.0	–	13	1.1	–	4	2.4
–	3	0.0	–	2	0.0	–	23	0.0	–	14	0.0	–	5	2.2
–	5	0.0	–	3	0.0	–	24	0.0	–	15	0.0	–	6	2.3
–	9	0.0	–	4	0.0	–	25	0.0	–	16	0.0	–	7	1.2
–	10	0.0	–	5	0.0	–	26	0.0	–	17	0.0	–	8	1.1
–	11	0.0	–	6	0.0	–	27	0.0	–	18	0.0	–	9	1.1
–	12	0.0	–	7	0.0	–	29	0.0	–	19	0.0	–	10	1.4
–	13	0.0	–	8	0.0	–	30	0.0	–	20	0.0	–	11	1.4
–	14	0.0	–	10	0.0	–	31	0.0	–	22	0.0	–	13	0.0
–	16	0.0	–	12	0.0	VI	1	0.0	–	23	1.1	–	14	0.0
–	17	0.0	–	13	0.0	–	2	0.0	–	24	1.1	–	15	0.0
–	20	0.0	–	14	0.0	–	3	0.0	–	25	1.1	–	16	0.0
–	21	0.0	–	15	0.0	–	4	0.0	–	26	1.3	–	17	0.0
–	22	0.0	–	16	0.0	–	5	0.0	–	27	1.3	–	18	1.2
–	25	0.0	–	17	0.0	–	6	0.0	–	28	1.2	–	19	1.2
–	26	0.0	–	18	0.0	–	8	1.1	–	29	2.3	–	20	0.0
–	27	0.0	–	19	0.0	–	9	0.0	–	30	2.3	–	21	0.0
–	28	0.0	–	20	0.0	–	10	0.0	–	31	1.2	–	22	0.0
III	1	0.0	–	21	0.0	–	12	0.0	VIII	1	1.1	–	23	0.0
–	2	0.0	–	22	0.0	–	13	0.0	–	2	1.1	–	26	1.6
–	3	0.0	–	23	0.0	–	14	0.0	–	5	1.1	–	27	1.6
–	4	1.1	–	24	0.0	–	15	0.0	–	6	0.0	–	28	1.4

1890			1890			1890			1890			1890		
IX	30	2.4	X	14	0.0	X	30	1.1	XI	13	1.1	XII	3	1.1
X	1	1.2	–	15	0.0	–	31	1.1	–	15	0.0	–	4	0.0
–	2	0.0	–	17	0.0	XI	1	0.0	–	16	0.0	–	12	0.0
–	3	0.0	–	18	0.0	–	2	0.0	–	17	0.0	–	19	1.3
–	4	0.0	–	20	1.2	–	3	0.0	–	19	0.0	–	20	1.3
–	5	0.0	–	21	1.6	–	4	0.0	–	20	0.0	–	21	0.0
–	6	0.0	–	22	1.6	–	5	0.0	–	21	0.0	–	22	0.0
–	7	0.0	–	23	1.8	–	6	0.0	–	22	1.2	–	24	0.0
–	9	0.0	–	26	2.3	–	8	1.2	XII	24	1.4	–	30	0.0
–	11	0.0	–	27	2.3	–	9	1.2	–	25	1.8	–	31	0.0
–	12	0.0	–	28	2.3	–	11	1.2	–	1	1.1			
–	13	0.0	–	29	2.3	–	12	1.1	–	2	1.1			

625) Alfred Wolfer, Beobachtungen der Sonnenflecken auf der Sternwarte in Zürich im Jahre 1890. (Fortsetzung zu 604.)

1890			1890			1890			1890			1890		
I	1	1.1	II	14	1.1	III	17	0.0	IV	15	1.2	V	10	1.11
–	2	1.1	–	16	0.0*	–	18	0.0	–	16	1.3	–	11	2.11
–	4	1.1	–	20	0.0	–	19	0.0	–	17	0.0	–	12	2.13
–	5	1.1	–	21	0.0	–	21	0.0	–	18	0.0	–	14	0.0
–	6	2.5	–	22	0.0	–	22	0.0	–	19	0.0	–	15	0.0
–	18	0.0	–	25	0.0	–	23	1.3	–	20	0.0*	–	16	0.0
–	19	1.3*	–	26	0.0	–	24	0.0	–	21	0.0	–	17	3.11
–	20	1.3*	–	27	0.0	–	26	0.0	–	22	0.0	–	18	2.11
–	24	0.0	–	28	1.1	–	27	0.0	–	23	0.0	–	19	2.6
–	25	0.0	III	1	1.1	–	28	0.0	–	24	0.0	–	20	3.6
–	26	0.0	–	2	0.0	–	29	0.0	–	25	1.1	–	22	2.5
–	27	0.0	–	3	1.1	–	30	0.0	–	26	0.0	–	23	1.1
–	28	0.0	–	4	1.6	–	31	0.0	–	27	0.0	–	24	1.1
–	29	0.0	–	5	1.6	IV	1	0.0	–	28	1.3	–	25	0.0
–	30	1.2	–	7	1.5	–	2	0.0	–	29	1.7	–	26	1.10
–	31	1.6	–	8	1.10	–	4	0.0*	–	30	1.11	–	27	0.0
II	1	1.3	–	9	1.10	–	5	0.0*	V	1	1.1	–	29	0.0
–	2	0.0*	–	10	1.16	–	6	0.0	–	2	0.0	–	30	0.0
–	3	0.0	–	11	1.11	–	7	0.0	–	3	0.0	–	31	0.0
–	4	0.0	–	12	1.6	–	9	0.0*	–	4	0.0	VI	1	0.0
–	5	0.0	–	13	1.3	–	10	0.0	–	5	0.0	–	2	0.0
–	10	0.0	–	14	1.3	–	12	2.10	–	6	0.0	–	3	0.0
–	11	0.0	–	15	1.1	–	13	2.8	–	7	0.0	–	4	0.0
–	12	0.0	–	16	0.0	–	14	1.1	–	9	1.2	–	5	1.5

NB. Die mit * bezeichneten Beobachtungen sind mit einem kleinern Fernrohr gemacht, welchem etwa der Factor 1,5 zukommt.

1890			1890			1890			1890			1890		
VI	6	1.10	VII	11	2.18	VIII	14	0.0	IX	21	1.5	X	29	2.12
–	7	1.11	–	13	2.5	–	15	1.2	–	22	1.1	–	30	2.8
–	8	1.8	–	14	2.3	–	16	0.0	–	26	1.27	–	31	1.3
–	10	2.3	–	15	0.0	–	17	0.0	–	27	2.36	XI	2	0.0
–	12	0.0	–	16	0.0	–	18	0.0	–	28	2.22	–	3	0.0
–	13	0.0	–	17	0.0	–	19	0.0*	–	29	2.23	–	4	0.0
–	14	0.0	–	18	0.0	–	24	0.0*	–	30	2.35	–	5	0.0
–	16	0.0	–	19	0.0	–	25	1.6*	X	1	1.9	–	7	0.0*
–	17	0.0	–	22	2.2	–	30	1.55	–	2	1.6	–	8	1.8
–	19	0.0	–	23	2.10	–	31	1 59	–	3	1.3	–	11	1.3*
–	20	0.0	–	24	2.10	IX	2	2.49	–	4	0.0	–	12	2.9
–	21	0.0	–	25	1.10	–	3	3.40	–	5	0.0	–	13	2.5
–	22	0.0	–	26	1.17	–	4	2.19	–	6	2.8	–	15	1.1
–	23	0.0	–	27	1.19	–	5	2.21	–	7	1.4	–	16	0.0
–	24	1.1	–	28	2.12	–	6	4.23	–	9	0.0	–	17	0.0
–	25	0.0	–	29	3.11	–	7	3.27	–	10	0.0	–	19	0.0
–	26	0.0	–	30	4.11	–	8	3.14	–	11	3.6	–	21	0.0*
–	27	0.0	–	31	3.8	–	9	3.22	–	12	1.4	–	25	1.9*
–	28	0.0	VIII	1	4.19	–	10	2.14	–	13	0.0	XII	1	1.1
–	30	0.0	–	2	3.13	–	11	2.12	–	14	1.2	–	2	1.1
VII	1	0.0	–	5	2.10	–	12	3.10	–	15	1.1	–	12	0.0*
–	2	0.0	–	6	2.12	–	13	1.2	–	17	0.0	–	20	3.16
–	3	0.0	–	7	2.9	–	14	0.0	–	18	0.0	–	21	1.5
–	4	1.2	–	8	1.1	–	15	2.2	–	20	2.27	–	22	1.3
–	5	1.17	–	9	0.0	–	16	2.7	–	21	2.32	–	31	1.1
–	6	1.18	–	10	1.1	–	17	2 22	–	22	2.38			
–	7	1.27	–	11	1.1	–	18	2.29	–	23	2.66			
–	9	2.26	–	12	0.0	–	19	2 21	–	27	3.6			
–	10	2.26	–	13	0.0	–	20	2.5	–	28	3.10			

626) Beobachtungen der Sonnenflecken in Paris durch Herrn A. Schmoll. Schriftliche Mittheilung. (Forts. zu 605.)

Herr Schmoll theilt mir folgende neue Serie seiner Aufzeichnungen mit:

1890			1890			1890			1890			1890		
I	2	1.2	I	14	0.0	I	26	0.0	II	9	0.0	II	20	0.0
–	3	1.1	–	18	0.0	–	27	0.0	–	10	0.0	–	23	0.0
–	4	1.2	–	19	1.20	–	29	0.0	–	11	0.0	–	25	0.0
–	5	1.2	–	20	1.29	II	1	0.0	–	12	0.0	–	26	0.0
–	6	2.4	–	21	1.17	–	2	0.0	–	14	0.0	–	27	0.0
–	7	2.3	–	22	1.6	–	4	0.0	–	16	0.0	–	28	0.0
–	8	1.2	–	23	0.0	–	6	0.0	–	17	0.0	III	1	0.0
–	10	0.0	–	24	0.0	–	7	0.0	–	18	0.0	–	2	0.0
–	12	0.0	–	25	0.0	–	8	0.0	–	19	0.0	–	3	0.0

1890		1890		1890		1890		1890	
III 4	1.9	IV 29	1.17	VI 17	0.0	VIII 6	2.17	IX 23	0.0
– 5	1.–	– 30	1.17	– 18	0.0	– 7	2.12	– 24	1.8
– 7	1.9	V 1	1.9	– 19	0.0	– 8	0.0	– 25	1.31
– 8	1.–	– 2	0.0	– 20	0.0	– 9	0.0	– 26	1.34
– 9	1.18	– 3	0.0	– 21	0.0	– 10	0.0	– 28	1.22
– 10	1.17	– 4	0.0	– 22	0.0	– 11	0.0	– 29	1.36
– 13	1.4	– 5	0.0	– 24	1.2	– 12	0.0	– 30	1.32
– 14	1.3	– 6	0.0	– 25	0.0	– 13	0.0	X 1	1.18
– 15	0.0	– 7	0.0	– 26	0.0	– 14	0.0	– 2	1.5
– 16	0.0	– 8	0.0	– 27	0.0	– 15	0.0	– 3	0.0
– 17	0.0	– 9	1.17	– 28	0.0	– 16	0.0	– 4	0.0
– 18	0.0	– 10	1.17	– 29	0.0	– 17	0.0	– 5	0.0
– 19	0.0	– 11	2.22	VII 1	0.0	– 18	0.0	– 6	1.6
– 21	0.0	– 13	1.16	– 2	0.0	– 19	0.0	– 7	1.8
– 22	0.0	– 14	0.0	– 3	0.0	– 20	0.0	– 8	0.0
– 23	0.0	– 15	0.0	– 4	0.0	– 21	0.0	– 9	0.0
– 24	0.0	– 16	0.0	– 5	1.11	– 22	0.0	– 10	0.0
– 25	0.0	– 17	1.5	– 6	1.28	– 23	0.0	– 11	0.0
– 26	0.0	– 18	2.13	– 7	1.30	– 24	0.0	– 12	0.0
– 27	0.0	– 19	2.9	– 9	3.36	– 25	1.3	– 13	0.0
– 28	0.0	– 20	2.8	– 10	3.60	– 26	1.10	– 14	0.0
– 29	0.0	– 21	2.3	– 11	2.26	– 28	2.65	– 15	0.0
– 30	0.0	– 22	0.0	– 12	2.15	– 29	1.80	– 16	0.0
– 31	0.0	– 23	1.2	– 14	1 4	– 30	1.104	– 17	0.0
IV 1	0.0	– 24	0.0	– 15	0.0	– 31	1.104	– 18	0.0
– 2	0.0	– 25	0.0	– 16	0.0	IX 1	1.93	– 19	0.0
– 3	0.0	– 27	0.0	– 17	0.0	– 2	2.64	– 20	1.15
– 4	0.0	– 28	0.0	– 18	0.0	– 3	2.53	– 21	1.30
– 5	0.0	– 29	0.0	– 19	0.0	– 5	2.26	– 22	2.37
– 6	0 0	– 31	0.0	– 20	0.0	– 6	2.29	– 23	2.56
– 8	0.0	VI 1	0.0	– 21	0.0	– 7	2.37	– 26	1.26
– 9	0.0	– 2	0.0	– 22	0.0	– 8	2.8	– 27	1.23
– 11	0.0	– 3	0.0	– 23	2.12	– 9	2.36	– 28	1.14
– 12	1.9	– 4	0.0	– 24	1.10	– 10	1.23	XI 1	0.0
– 13	2.13	– 5	0.0	– 25	1.18	– 11	1.18	– 2	0.0
– 14	0.0	– 6	1.11	– 26	1.28	– 12	1.18	– 3	0.0
– 15	1.4	– 7	1.23	– 27	1.22	– 13	1.9	– 4	0.0
– 16	1.4	– 8	1.20	– 28	2.16	– 14	0.0	– 5	0.0
– 21	0.0	– 9	1.3	– 29	2.14	– 15	0.0	– 6	0.0
– 22	0.0	– 10	1.5	– 30	2.13	– 16	1.4	– 7	1.7
– 23	0.0	– 11	0.0	– 31	2.15	– 17	2.25	– 8	1.9
– 24	0.0	– 12	0.0	VIII 1	2.12	– 18	2.22	– 9	1.12
– 25	0.0	– 13	0.0	– 2	1.4	– 19	2.25	– 12	1.7
– 26	0.0	– 14	0.0	– 3	1.9	– 20	1.10	– 16	0.0
– 27	0.0	– 15	0.0	– 4	1.9	– 21	0.0	– 17	0.0
– 28	1.4	– 16	0.0	– 5	2.15	– 22	0.0	– 19	0.0

1890			1890			1890			1890			1890		
XI	22	1.7	XI	28	1.42	XII	8	1.3	XII	13	1.13	XII	24	0.0
–	24	1.27	XII	1	1.16	–	9	0.0	–	14	2.30	–	27	1.7
–	25	1.29	–	2	2.16	–	10	0.0	–	15	2.31	–	28	1.4
–	26	1.42	–	3	1.3	–	11	0.0	–	20	1.11	–	30	1.4
–	27	1.45	–	5	0.0	–	12	0.0	–	21	2.13			

627) Sonnenflecken-Beobachtungen von Herrn W. Winkler in Jena. Schriftliche Mittheilung. (Fortsetzung zu 606.)

Herr Winkler theilt mir folgende neue Serie seiner Aufzeichnungen mit:

1890			1890			1890			1890			1890		
I	1	1.1	II	17	0.0	III	31	0.0	V	24	0.0	VII	1	0.0
–	3	1.1	–	20	0.0	IV	1	0.0	–	25	0.0	–	3	0.0
–	4	1.1	–	21	0.0	–	2	0.0	–	26	0.0	–	4	0.0
–	5	1.1	–	22	0.0	–	3	0.0	–	27	0.0	–	5	0.0
–	7	1.1	–	24	0.0	–	4	0.0	–	28	0.0	–	6	2.8
–	8	0.0	–	25	0.0	–	5	0.0	–	31	0.0	–	7	2.13
–	9	0.0	–	26	0.0	–	6	0.0	VI	1	0.0	–	8	2.10
–	13	0.0	–	27	0.0	–	7	0.0	–	2	0.0	–	9	2.12
–	14	0.0	–	28	0.0	–	8	0.0	–	3	0.0	–	10	2.21
–	15	0.0	III	1	0.0	–	9	0.0	–	4	0.0	–	11	2.12
–	17	1.3	–	2	0.0	–	10	0.0	–	5	0.0	–	13	1.4
–	18	0.0	–	4	1.3	–	11	0.0	–	6	1.8	–	14	1.3
–	19	1.11	–	5	1.4	–	12	0.0	–	7	1.7	–	15	0.0
–	20	1.8	–	6	1.3	–	13	0.0	–	8	1.2	–	16	0.0
–	24	0.0	–	10	1.9	–	14	0.0	–	9	0.0	–	17	0.0
–	26	0.0	–	11	1.5	–	18	0.0	–	11	0.0	–	18	0.0
–	30	0.0	–	12	1.4	–	19	0.0	–	13	0.0	–	19	0.0
–	31	1.5	–	13	1.3	–	22	0.0	–	15	0.0	–	20	0.0
II	1	1.3	–	15	0.0	–	23	0.0	–	16	0.0	–	22	0.0
–	2	0.0	–	16	0.0	–	24	0.0	–	17	0.0	–	23	1.3
–	4	0.0	–	17	0.0	–	26	0.0	–	18	0.0	–	24	1.3
–	5	0.0	–	19	0.0	–	27	0.0	–	19	0.0	–	25	1.5
–	7	0.0	–	20	0.0	–	28	0.0	–	21	0.0	–	26	1.7
–	8	0.0	–	22	0.0	–	29	0.0	–	22	0.0	–	27	1.14
–	9	0.0	–	24	0.0	–	30	2.11	–	23	0.0	–	28	1.6
–	10	0.0	–	25	0.0	V	1	0.0	–	24	0.0	–	29	2.5
–	12	0.0	–	26	0.0	–	2	0.0	–	25	0.0	–	30	2.8
–	13	0.0	–	27	0.0	–	4	0.0	–	26	0.0	–	31	2.4
–	14	0.0	–	28	0 0	–	9	0.0	–	28	0.0	VIII	1	2.4
–	15	0.0	–	29	0.0	–	11	2.2	–	29	0.0	–	2	2.6
–	16	0.0	–	30	0.0	–	14	0.0	–	30	0.0	–	4	1.3

1890		1890		1890		1890		1890	
VIII 7	2.5	IX 14	0.0	X 1	3.7	X 27	2.5	XII 1	1.7
– 18	0.0*	– 15	0.0	– 2	1.1	– 28	2.8	– 7	0.0
– 19	0.0*	– 16	1.1	– 3	0.0	– 29	2.6	– 9	0.0
– 20	0.0*	– 17	2.11	– 4	0.0	– 31	1.2	– 14	2.8
– 21	0.0*	– 18	2.15	– 5	0.0	XI 1	0.0	– 15	2.9
– 22	0.0*	– 19	2.15	– 8	0.0	– 7	1.2	– 18	1.5
– 23	0.0*	– 20	1.3	– 9	0.0	– 8	1.2	– 19	2.9
– 24	0.0*	– 22	0.0	– 10	0.0	– 9	1.5	– 20	1.8
– 26	0.0*	– 23	0.0	– 11	0.0	– 10	1.4	– 28	0.0
– 28	2.14*	– 25	1.8	– 13	0.0	– 15	0.0		
IX 10	0.0	– 26	1.8	– 14	0.0	– 16	0.0		
– 12	0.0	– 27	1.8	– 15	0.0	– 27	1.9		
– 13	0.0	– 30	2.11	– 26	2.7	– 28	1.9		

NB. Die mit * bezeichneten Beobachtungen wurden auf einer Reise mit einem kleinern Fernrohr von 32 mm Oeffnung bei Vergrösserung 42 erhalten.

628) Aus einem Schreiben des Herrn Professor Schiaparelli in Mailand vom 11. Januar 1891. (Forts. zu 610.)

Herr Professor Schiaparelli schreibt mir: „Voici les résultats obtenus pendant 1890 par M. le Dr. Rajna par ses observations de déclinaison à 2^h et 20^h.

1890	Variation de 20^h à 2^h	Différence 1890—1889
Janvier	3',02	1',27
Février	4 ,81	0 ,82
Mars	7 ,49	1 ,32
Avril	8 ,68	–0 ,17
Mai	7 ,70	–0 ,49
Juin	8 ,84	-0 ,02
Juillet	8 ,57	0 ,32
Août	8 ,00	–0 ,99
Septembre	7 ,10	0 ,26
Octobre	8 ,72	2 ,62
Novembre	3 ,10	0 ,55
Décembre	2 ,54	0 ,58
Moyenne	6',55	0',51

L'année 1889 avait donné 6',04. Il paraît donc que le minimum est dépassé."

629) Aus einem Schreiben des Herrn Prof. H. Geelmuyden in Christiania vom 8. Januar 1891. (Forts. zu 613.)

Herr Professor Geelmuyden schreibt mir: „Dans la dernière communication des résultats mensuels des observations magnétiques, faites à cet observatoire, M. Fearnley exprimait l'espérence qu'il vous soit accordé de continuer vos travaux pendant la période des taches solaires alors commencée, la dernière de ce siècle. Comme vous avez sans doute appris, ce fut pour Fearnley la conclusion de la longue série des communications qu'il vous a faites dans cette matière.“ Herr Geelmuyden fügt sodann die folgenden Bestimmungen für 1890 bei:

1890	Westliche Declination		Variationen 2^h—21^h	
	I	II	1890	Zuwachs gegen 1889
Januar	12° 34',0	12° 33',9	2',30	0',75
Februar	33,6	33,0	4,59	0,80
März	32,9	32,9	6,47	0,97
April	32,4	32,6	7,57	0,45
Mai	32,8	33,4	6,08	-0,85
Juni	32,3	32,6	7,40	-0,35
Juli	31,3	31,5	7,59	-0,32
August	31,1	31,2	6,11	-1,49
September	30,5	30,5	5,46	0,30
October	29,3	28,9	4,64	-0,29
November	28,8	28,7	2,43	1,04
December	28,4	27,7	2,56	1,20
Jahr	12° 31',45	12° 31',41	5',27	0,18

630) Sonnenflecken-Beobachtungen auf dem Haverford College Observatory in Pennsylvanien. (Forts. von 611.)

Herr Director Leavenworth hat mir folgende neue, auf dem Haverford College Observatory erhaltene Serie von Sonnenbeobachtungen mitgetheilt:

1890		1890		1890		1890		1890	
I	3 1.1	I	12 2.3	I	19 1.24	I	28 0.0	II	7 0.0
-	4 1.1	-	13 0.0	-	21 1.6	-	29 0.0	-	9 0.0
-	6 1.1	-	14 0.0	-	22 1.2	-	30 1.4	-	10 0.0
-	8 1.3	-	16 1.6	-	24 0.0	II	4 0.0	-	11 0.0
-	9 1.2	-	17 1.8	-	25 0.0	-	5 0.0	-	12 0.0
-	11 0.0	-	18 1.14	-	27 0.0	-	6 0.0	-	13 0.0

1890			1890			1890			1890			1890		
II	14	0.0	IV	18	0.0	VI	20	0.0	VIII	19	0.0	X	27	1.24
–	15	0.0	–	19	0.0	–	22	0.0	–	20	0.0	–	28	1.8
–	16	0.0	–	20	0.0	–	23	1.1	–	22	2.3	–	29	1.16
–	17	0.0	–	21	0.0	–	24	0.0	–	24	3.8	–	30	1.2
–	18	0.0	–	22	0.0	–	25	0.0	–	25	2.21	–	31	1.4
–	20	0.0	–	23	0.0	–	26	0.0	–	26	1.24	XI	1	2.2
–	21	0.0	–	28	1.3	–	27	0.0	–	27	2.78	–	3	0.0
–	22	0.0	–	29	1.19	–	28	0.0	–	28	2.96	–	4	1.1
–	26	0.0	–	30	2.11	–	29	0.0	–	29	1.60	–	5	0.0
III	3	0.0	V	1	1.2	–	30	0.0	–	30	1.10	–	6	0.0
–	4	1.5	–	2	0.0	VII	1	0.0	–	31	2.88	–	7	1.6
–	5	1.5	–	3	0.0	–	4	2.11	IX	1	2.65	–	8	1.10
–	6	1.5	–	5	0.0	–	5	1.22	–	2	2.59	–	10	1.5
–	7	1.5	–	8	1.8	–	6	1.25	–	3	2.54	–	13	3.8
–	8	1.10	–	9	1.22	–	7	1.33	–	4	3.52	–	14	1.2
–	9	1.18	–	12	2.11	–	8	3.32	–	6	5.37	–	18	0.0
–	10	1.9	–	13	1.10	–	9	2.48	–	7	5.44	–	19	0.0
–	12	1.3	–	14	1.14	–	10	2.28	–	8	4.20	–	20	0.0
–	13	1.3	–	15	0.0	–	11	2.10	–	9	4.34	–	21	1.1
–	15	0.0	–	17	3.9	–	12	2.5	–	10	2.34	–	22	1.4
–	16	0.0	–	18	2.9	–	14	1.4	–	12	2.25	–	23	1.19
–	17	0.0	–	19	3.6	–	15	1.2	–	13	1.6	–	24	1.65
–	18	0.0	–	20	3.4	–	16	0.0	–	15	2.14	–	25	1.47
–	20	0.0	–	21	2.3	–	17	1.1	–	17	1.17	–	26	1.53
–	21	0.0	–	22	1.2	–	18	0.0	–	18	2.28	–	27	1.35
–	23	0.0	–	23	1.3	–	19	0.0	–	19	3.35	–	28	1.30
–	24	0.0	–	24	0.0	–	20	0.0	–	20	1.7	–	29	1.65
–	26	0.0	–	27	1.3	–	21	0.0	–	21	2.4	–	30	2.29
–	27	0.0	–	28	0.0	–	23	2.9	–	23	3.24	XII	1	3.13
–	28	0.0	–	29	0.0	–	26	1.20	–	24	1.13	–	2	2.8
–	29	0.0	–	31	0.0	–	27	1.12	–	25	1.30	–	4	0.0
–	30	0.0	VI	1	0.0	–	30	4.13	–	28	1.37	–	9	1.4
IV	1	0.0	–	2	0.0	–	31	6.11	–	29	1.17	–	10	1.3
–	2	0.0	–	3	2.5	VIII	1	3.22	–	30	1.23	–	11	1.2
–	3	0.0	–	4	1.1	–	2	3.4	X	1	1.28	–	12	0.0
–	4	0.0	–	5	1.7	–	4	1.5	–	3	0.0	–	13	2.15
–	5	0.0	–	6	1.11	–	5	2.9	–	4	1.2	–	14	2.32
–	6	0.0	–	7	1.15	–	6	2.14	–	5	2.14	–	15	2.32
–	7	0.0	–	8	1.4	–	7	2.3	–	8	1.1	–	19	3.24
–	10	0.0	–	9	1.6	–	9	0.0	–	10	1.1	–	20	3.31
–	11	2.10	–	10	2.3	–	11	1.2	–	11	2.8	–	22	0.0
–	12	2.18	–	11	1.3	–	13	0.0	–	14	1.2	–	23	1.2
–	13	2.11	–	12	0.0	–	14	1.2	–	15	0.0	–	24	1.6
–	14	0.0	–	13	0.0	–	15	0.0	–	17	0.0			
–	15	0.0	–	14	1.4	–	16	1.3	–	18	0.0			
–	16	1.3	–	18	0.0	–	17	0.0	–	25	1.50			
–	17	0.0	–	19	0.0	–	18	0.0	–	26	1.40			

631) Sonnenflecken-Beobachtungen von Herrn A. W. Quimby zu Bryn Mawr in Pennsylvanien.

Herr Direktor Leawenworth hat mir wieder eine Reihe von Herrn Quimby zugesandt, welche ich nun (vgl. die Bemerkung in 611) selbstständig mittheile:

1890			1890			1890			1890			1890		
I	2	1.1	II	20	0.0	IV	10	0.0	V	23	0.0	VII	3	0.0
–	3	1.1	–	21	0.0	–	11	0.0	–	24	0.0	–	4	0.0
–	4	1.1	–	22	0.0	–	13	0.0	–	25	0.0	–	5	1.25
–	6	1.1	–	23	0.0	–	14	0.0	–	26	0.0	–	6	1.32
–	8	0.0	–	26	0.0	–	15	0.0	–	27	0.0	–	7	1.41
–	9	0.0	–	27	0.0	–	16	0.0	–	28	0.0	–	8	1.39
–	10	0.0	III	2	0.0	–	17	0.0	–	29	0.0	–	9	1.42
–	12	0.0	–	3	1.10	–	18	0.0	–	30	0.0	–	10	1.49
–	13	0.0	–	4	1.13	–	19	0.0	–	31	0.0	–	11	1.29
–	14	0.0	–	5	1.6	–	20	0.0	VI	1	0.0	–	12	1.12
–	15	0.0	–	6	1.8	–	21	0.0	–	2	0.0	–	14	1.4
–	16	0.0	–	7	1.11	–	22	0.0	–	3	0.0	–	15	0.0
–	17	0.0	–	8	1.19	–	23	0.0	–	4	0.0	–	16	0.0
–	18	0.0	–	9	1.17	–	24	0.0	–	5	0 0	–	17	0.0
–	19	2.21	–	10	1.6	–	25	0.0	–	6	1.10	–	18	0.0
–	21	2.10	–	11	1.3	–	27	0.0	–	7	1.13	–	19	0.0
–	22	0.0	–	12	1.3	–	28	0.0	–	8	1.8	–	20	0.0
–	24	0.0	–	15	0.0	–	29	1.20	–	9	1.5	–	21	0.0
–	25	0.0	–	16	0.0	–	30	1.14	–	10	0.0	–	22	1.4
–	26	0.0	–	17	0.0	V	1	1.6	–	11	0.0	–	23	1.9
–	27	0.0	–	18	0.0	–	2	0.0	–	12	0.0	–	25	1.2
–	28	0.0	–	19	0.0	–	3	0.0	–	13	0.0	–	26	1.25
–	29	0.0	–	20	0.0	–	4	0.0	–	14	0.0	–	27	1.10
–	30	0.0	–	21	0.0	–	5	0.0	–	15	0.0	–	28	2.6
–	31	0.0	–	23	0.0	–	7	0.0	–	16	0.0	–	29	2.3
II	1	0.0	–	24	0.0	–	8	0.0	–	17	0.0	–	30	3.14
–	5	0.0	–	25	0.0	–	9	2.26	–	18	0.0	–	31	3.5
–	6	0.0	–	26	0.0	–	10	2.12	–	19	0.0	VIII	1	3.4
–	7	0.0	–	27	0.0	–	11	2 9	–	20	0.0	–	2	2.3
–	9	0.0	–	28	0.0	–	12	2 13	–	22	0.0	–	3	1.2
–	10	0.0	–	29	0.0	–	13	2.—	–	23	0.0	–	4	1.6
–	11	0.0	–	30	0.0	–	14	0.0	–	24	0.0	–	5	1.10
–	12	0.0	IV	1	0.0	–	15	0.0	–	25	0.0	–	6	1.4
–	13	0.0	–	2	0.0	–	16	0.0	–	26	0.0	–	7	2.12
–	14	0 0	–	3	0.0	–	17	0.0	–	27	0.0	–	10	0.0
–	15	0·0	–	4	0.0	–	18	2.9	–	28	0.0	–	11	1.1
–	16	0·0	–	5	0.0	–	19	2.—	–	29	0.0	–	12	0·0
–	17	0·0	–	6	0.0	–	20	0.0	–	30	0.0	–	13	0.0
–	18	0 0	–	7	0.0	–	21	1.1	VII	1	0.0	–	14	0.0
–	19	0.0	–	8	0.0	–	22	0.0	–	2	0.0	–	15	0.0

1890			1890			1890			1890			1890		
VIII	16	0.0	IX	15	1.3	X	13	0.0	XI	8	1.7	XII	5	0.0
–	17	0.0	–	16	1.2	–	14	0.0	–	9	1.10	–	7	0.0
–	22	0.0	–	17	2.14	–	15	0.0	–	10	1.7	–	9	0.0
–	23	0.0	–	18	2.43	–	16	0.0	–	13	1.5	–	10	0.0
–	24	0.0	–	19	2.26	–	17	0.0	–	14	1.4	–	11	0.0
–	25	1.4	–	20	1.7	–	18	0.0	–	15	0.0	–	12	0.0
–	26	1.4	–	21	1.—	–	19	1.3	–	16	0.0	–	13	2.20
–	27	1.14	–	22	0.0	–	20	1.45	–	18	0.0	–	14	2.18
–	28	1.100	–	23	0.0	–	21	2.59	–	19	0.0	–	15	2.45
–	29	1.76	–	24	1.17	–	22	2.45	–	20	0.0	–	18	2.30
–	30	1.67	–	25	1.29	–	25	1.55	–	21	0.0	–	19	2.27
–	31	1.96	–	28	1.12	–	26	1.27	–	22	1.5	–	20	2.15
IX	1	2.60	–	29	1.7	–	28	1.16	–	23	1.26	–	21	0.0
–	2	2.45	–	30	1.17	–	29	1.19	–	24	1.39	–	22	0.0
–	3	2.56	X	1	1.9	–	30	1.9	–	25	1.50	–	23	0.0
–	4	2.34	–	3	0.0	–	31	1.6	–	26	1.40	–	24	0.0
–	5	2.14	–	4	1.1	XI	1	0.0	–	27	1.46	–	25	0.0
–	6	3.21	–	5	1.5	–	2	0.0	–	28	1.26	–	27	0.0
–	7	1.24	–	8	0.0	–	3	0.0	–	29	1.55	–	28	1.5
–	8	3.20	–	9	0.0	–	4	0.0	–	30	1.26	–	29	1.7
–	9	2.18	–	10	0.0	–	5	0.0	XII	1	0.0	–	30	1.7
–	10	1.10	–	11	1.4	–	6	0.0	–	2	0.0	–	31	1.6
–	13	0.0	–	12	1.5	–	7	0.0	–	4	0.0			

632) Beobachtungen der Sonnenflecken in O-Gyalla — Nach schriftlicher Mittheilung von Herrn Dr. Nic. von Konkoly. (Forts. zu 607.)

Es sind in Fortsetzung der frühern Reihen in O-Gyalla folgende Beobachtungen erhalten worden:

1890			1890			1890			1890			1890		
I	2	1.1	II	4	0.0	II	23	0.0	III	17	0.0	IV	5	0.0
–	5	1.1	–	5	0.0	–	26	0.0	–	20	0.0	–	6	0.0
–	12	0.0	–	6	0.0	–	27	0.0	–	21	0.0	–	7	0.0
–	16	0.0	–	8	0.0	–	28	0.0	–	22	0.0	–	8	0.0
–	17	1.3	–	9	0.0	III	1	0.0	–	23	0.0	–	10	0.0
–	18	1.2	–	11	0.0	–	4	1.1	–	24	0.0	–	11	0.0
–	20	1 3	–	12	0.0	–	7	1.1	–	25	0.0	–	12	0.0
–	22	0.0	–	13	0.0	–	8	1.1	–	26	0.0	–	14	0.0
–	25	0.0	–	14	0.0	–	11	1.2	–	27	0.0	–	15	0.0
–	28	0.0	–	17	0.0	–	13	1.2	IV	1	0.0	–	16	0.0
–	31	1.3	–	20	0.0	–	14	0.0	–	2	0.0	–	17	0.0
II	1	1.2	–	21	0.0	–	15	0.0	–	3	0.0	–	18	0.0
–	3	0.0	–	22	0.0	–	16	0.0	–	4	0.0	–	19	0.0

1890		1890		1890		1890		1890	
IV 20	0.0	VI 4	0.0	VII 12	1.3	VIII 28	1.8	X 6	1.1
– 22	0.0	– 5	0.0	– 15	0.0	– 29	1.5	– 7	1.2
– 24	0.0	– 6	1.5	– 16	0.0	– 30	1.3	– 11	0.0
– 30	1.2	– 9	0.0	– 18	0.0	– 31	1.8	– 13	0.0
V 1	1.2	– 10	0.0	– 19	0.0	IX 1	2.9	– 14	0.0
– 6	0.0	– 11	0.0	– 20	0.0	– 4	1.4	– 15	0.0
– 7	0.0	– 15	0.0	– 22	1.1	– 5	1.2	– 16	0.0
– 8	0.0	– 16	0.0	– 24	1.3	– 6	1.2	– 18	0.0
– 9	0.0	– 19	0.0	– 26	1.4	– 8	1.1	– 19	0.0
– 10	1.5	– 20	0.0	– 27	1.3	– 9	1.3	– 22	1.5
– 11	2.6	– 21	0.0	– 28	2.5	– 10	1.4	– 25	1.4
– 12	0.0	– 23	0.0	– 29	2.5	– 13	0.0	– 30	1.1
– 13	0.0	– 24	0.0	– 30	1.2	– 15	0.0	XI 6	0.0
– 17	0.0	– 25	0.0	– 31	2.4	– 16	1.1	– 10	1.3
– 18	2.4	– 26	0.0	VIII 1	2.3	– 17	2.6	– 13	0.0
– 19	2.2	– 27	0.0	– 8	1.1	– 18	2.7	– 18	0.0
– 20	2.2	– 29	0.0	– 4	1.1	– 19	2.6	– 19	0.0
– 21	2.2	– 30	0.0	– 5	1.2	– 20	1.3	– 25	1.9
– 23	0.0	VII 1	0.0	– 6	2.4	– 21	0.0	XII 2	1.3
– 24	0.0	– 2	0.0	– 8	0.0	– 24	1.2	– 8	0.0
– 25	0.0	– 4	0.0	– 9	0.0	– 25	1.5	– 9	0.0
– 26	1.2	– 5	1.4	– 10	0.0	– 26	1.6	– 10	0.0
– 27	0.0	– 6	1.6	– 11	0.0	– 27	1.5	– 11	0.0
– 28	0.0	– 7	1 4	– 12	0.0	– 28	1.2	– 12	0.0
– 29	0.0	– 8	2.6	– 13	0.0	– 29	1.4	– 18	2.5
– 30	0.0	– 9	2.7	– 24	0.0	X 1	1.4	– 28	0.0
VI 2	0.0	– 10	2.8	– 25	1.1	– 4	0.0	– 29	0.0
– 3	0.0	– 11	2.7	– 27	1.6	– 5	0.0	– 31	0.0

633) Aus einer Mittheilung von Hrn. Prof. Weinek in Prag vom 22. Januar 1891. (Forts. zu 618.)

Aus den 6^h und 10^b Vormittags, 2^h und 10^h Nachmittags angestellten Beobachtungen wurden folgende Declinations-Variationen abgeleitet:

1890	Variation	Zuwachs seit 1889	1390	Variation	Zuwachs seit 1889
Januar	3',34	0',84	Juli	8,74	0,41
Februar	5,65	2,05	August	7,49	–1,02
März	5,83	0,03	September	6,36	0,25
April	7,19	0,04	October	4,23	–1,00
Mai	7,67	–0,25	November	4,26	–0,32
Juni	9,25	0,43	December	3,91	0,65
			Mittel	6,16	0,18

634) Magnetische Variationsbeobachtungen in Wien. Aus dem Anzeiger der k. k. Academie ausgezogen. (Forts. zu 617.)

Auf der Hohen Warte bei Wien wurden folgende mittlere Stände der Declinationsnadel über 9° erhalten:

1890	7^h	2^h	9^h	Variationen 1890	Zuwachs
I	6,91	9,30	6,32	2,98	—0,10
II	7,51	11,22	7,16	4,06	0,97
III	5,54	11,20	6,30	5,66	0,40
IV	3,65	11,34	5,76	7,69	—0,45
V	3,19	11,15	5,96	7,96	—0,60
VI	2,60	11,68	6,40	9,08	—0,21
VII	2,76	10,85	6,39	8,09	—0,08
VIII	2,30	10,33	5,19	8,03	—0,38
IX	1,29	8,59	2,18	7,30	0,64
X	2,40	7,06	1,60	5,46	0,55
XI	2,26	5,11	2,86	2,85	—0,96
XII	1,99	4,13	0,73	3,40	0,61
Mittel		9° 5',86		6,05	0,03

Die in der ersten Variations-Columne enthaltenen Werthe entsprechen der Differenz zwischen dem für 2^h erhaltenen und dem kleinern der übrigen zwei Werthe, — die in der zweiten geben die Zunahme gegen die entsprechenden Werthe von 1889.

635) Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani raccolte e pubblicate per cura del Prof. P. Tacchini. (Forts. zu 616.)

Herr Professor Tacchini theilt folgende in Rom erhaltene Zählungen der Sonnenflecken mit:

1890		1890		1890		1890		1890	
I	3 1.5	I	8 0.0	I	14 0.0	I	21 1.4	II	1 1.3
–	4 1.2	–	9 0.0	–	15 0.0	–	25 0.0	–	2 0.0
–	5 1.2	–	10 0.0	–	16 1.3	–	27 0.0	–	3 0.0
–	6 2.4	–	12 0.0	–	17 1.3	–	28 0.0	–	5 0.0
–	7 3.6	–	13 0.0	–	18 1.4	–	29 0.0	–	6 0.0

1890			1890			1890			1890			1890		
II	7	0.0	IV	11	1.9	VI	6	1.12	VII	24	1.5	IX	8	2.5
–	8	0.0	–	12	2.11	–	7	1.7	–	25	1.5	–	9	3.11
–	9	0.0	–	13	1.3	–	8	1.5	–	26	1.5	–	10	1.4
–	10	0.0	–	14	1.2	–	9	1.6	–	27	1.8	–	11	1.3
–	11	0.0	–	15	1.5	–	10	1.2	–	28	2.6	–	12	2.5
–	12	0.0	–	16	1.2	–	12	0.0	–	29	2.7	–	14	0.0
–	13	0.0	–	17	0.0	–	13	0.0	–	30	3.7	–	15	0.0
–	14	0.0	–	18	0.0	–	14	1.5	–	31	2.4	–	16	1.2
–	15	0.0	–	19	0.0	–	15	0.0	VIII	1	2.7	–	17	2.9
–	16	0.0	–	21	0.0	–	16	0.0	–	2	2.5	–	18	2.8
–	17	0.0	–	22	0.0	–	17	0.0	–	3	1.2	–	19	2.7
–	19	0.0	–	23	0.0	–	18	0.0	–	4	1.2	–	20	1.2
–	20	0.0	–	24	0.0	–	19	0.0	–	5	2.7	–	21	0.0
–	21	0.0	–	27	0.0	–	20	0.0	–	6	2.8	–	22	0.0
–	25	0.0	–	28	1.2	–	21	0.0	–	7	1.5	–	23	0.0
–	26	0.0	–	29	1.3	–	22	0.0	–	8	0.0	–	24	1.2
–	27	0.0	–	30	1.16	–	23	0.0	–	9	0.0	–	25	1.8
–	28	0.0	V	2	0.0	–	24	1.2	–	10	0.0	–	27	1.7
III	2	0.0	–	4	0.0	–	25	0.0	–	11	1.2	–	28	1.7
–	3	0.0	–	5	0.0	–	26	0.0	–	12	0.0	–	29	3.6
–	6	1.4	–	6	0.0	–	27	0.0	–	13	0.0	–	30	3.9
–	11	1.4	–	7	0.0	–	28	0.0	–	14	0.0	X	1	3.5
–	12	1.4	–	8	1.1	–	29	0.0	–	15	0.0	–	2	2.4
–	13	1.3	–	9	1.3	–	30	0.0	–	16	0.0	–	3	0.0
–	14	1.3	–	10	1.9	VII	1	0.0	–	17	0.0	–	4	0.0
–	15	0.0	–	11	2.16	–	2	0.0	–	18	0.0	–	5	0.0
–	17	0.0	–	15	0.0	–	3	0.0	–	19	0.0	–	6	1.2
–	21	0.0	–	16	0.0	–	4	0.0	–	20	0.0	–	7	1.3
–	22	1.2	–	17	2.4	–	5	1.5	–	21	0.0	–	8	0.0
–	23	0.0	–	18	2.8	–	6	1.6	–	22	0.0	–	9	0.0
–	24	0.0	–	19	2.5	–	7	2.9	–	23	0.0	–	10	0.0
–	25	0.0	–	20	2.4	–	8	2.10	–	24	0.0	–	11	0.0
–	26	0.0	–	21	2.4	–	9	2.13	–	25	2.4	–	12	0.0
–	27	0.0	–	22	0.0	–	10	2.10	–	26	1.5	–	13	0.0
–	28	0.0	–	23	1.3	–	11	2.10	–	27	1.10	–	14	0.0
–	29	0.0	–	24	0.0	–	12	1.3	–	28	2.13	–	15	0.0
–	30	0.0	–	25	0.0	–	14	1.2	–	29	1.10	–	17	0.0
–	31	0.0	–	26	1.6	–	15	0.0	–	30	1.13	–	18	0.0
IV	1	0.0	–	28	0.0	–	16	0.0	–	31	1.14	–	19	0.0
–	4	0.0	–	29	0.0	–	17	0.0	IX	1	1.13	–	20	1.6
–	5	0.0	–	31	0.0	–	18	0.0	–	2	2.14	–	22	2.11
–	6	0.0	VI	1	0.0	–	19	0.0	–	3	2.9	–	23	2.12
–	7	0.0	–	2	0.0	–	20	0.0	–	4	2.9	–	24	2.10
–	8	0.0	–	3	0.0	–	21	0.0	–	5	2.7	–	25	2.21
–	9	0.0	–	4	0.0	–	22	0.0	–	6	3.11	–	27	2.7
–	10	1.2	–	5	0.0	–	23	2.4	–	7	2.10	XI	1	0.0

1890			1890			1890			1890			1890		
XI	3	0.0	XI	11	1.4	XI	19	0.0	XII	5	0.0	XII	16	1.8
–	4	0.0	–	13	2.4	–	20	0.0	–	7	0.0	–	18	2.15
–	5	0.0	–	14	1.3	–	22	1.2	–	8	0.0	–	19	2.11
–	7	1.2	–	15	0.0	–	25	1.13	–	9	0.0	–	20	1.5
–	8	1.3	–	16	0.0	–	26	1.11	–	10	0.0	–	25	1.3
–	9	1.5	–	17	0.0	XII	1	1.10	–	11	0.0	–	29	1.2
–	10	1.3	–	18	0.0	–	3	1.2	–	15	2.12	–	31	1.2

636) Beobachtungen der Sonnenflecken in Madrid. (Forts. zu 615.)

Herr Director Migh. Merino hat mir folgende in bisheriger Weise durch Herrn Adjunkt Ventosa erhaltene Beobachtungen mitgetheilt:

1890			1890			1890			1890			1890		
I	1	1.1	II	13	0.0	III	28	0.0	V	7	0.0	VI	12	0.0
–	2	1.1	–	16	0.0	–	29	0.0	–	9	1.9	–	13	0.0
–	5	2.5	–	20	0.0	–	30	0.0	–	10	1.17	–	14	1.3
–	6	2.6	–	21	0.0	–	31	0.0	–	11	2.14	–	15	0.0
–	7	4.8	–	26	0.0	IV	3	0.0	–	12	2.10	–	16	0.0
–	9	1.2	–	27	0.0	–	4	0.0	–	13	1.12	–	17	0.0
–	10	0.0	–	28	1.2	–	5	0.0	–	14	1.7	–	18	1.1
–	12	0.0	III	1	0.0	–	6	0.0	–	15	1.1	–	19	0.0
–	13	0.0	–	2	0.0	–	7	0.0	–	16	0.0	–	20	0.0
–	14	0.0	–	3	1.1	–	8	0.0	–	17	3.9	–	21	0.0
–	15	0.0	–	5	1.3	–	9	0.0	–	19	2.4	–	23	1.1
–	16	1.7	–	6	1.3	–	10	1.3	–	20	3.8	–	24	1.2
–	17	1.7	–	7	1.7	–	11	1.4	–	21	3.5	–	25	0.0
–	18	1.9	–	8	1.6	–	12	2.17	–	22	2.5	–	26	0.0
–	20	1.17	–	9	1.9	–	18	0.0	–	23	1.3	–	27	0.0
–	24	0.0	–	10	1.7	–	20	0.0	–	26	1.4	–	28	1.1
–	25	0.0	–	11	1.3	–	21	0.0	–	27	1.1	–	29	0.0
–	26	0.0	–	14	1.2	–	22	0.0	–	28	0.0	–	30	0.0
–	27	0.0	–	15	1.1	–	24	1.1	–	29	0.0	VII	1	0.0
–	28	0.0	–	17	0.0	–	25	1.1	–	30	1.2	–	2	0.0
–	29	0.0	–	18	0.0	–	26	0.0	–	31	0.0	–	3	0.0
II	1	1.3	–	19	0.0	–	27	0.0	VI	2	0.0	–	4	2.3
–	2	0.0	–	20	0.0	–	28	1.1	–	3	1.2	–	5	3.12
–	3	0.0	–	21	0.0	–	29	1.7	–	4	0.0	–	6	1.12
–	4	0.0	–	22	1.2	V	1	1.1	–	5	1.4	–	7	1.19
–	6	0.0	–	23	1.4	–	2	0.0	–	7	1.15	–	8	1.34
–	7	0.0	–	24	.00	–	3	1.1	–	8	1.9	–	9	1.32
–	8	0.0	–	25	0.0	–	4	0.0	–	9	2.8	–	10	2.36
–	10	0.0	–	26	0.0	–	5	0.0	–	10	2.3	–	11	2.25
–	12	0.0	–	27	0.0	–	6	1.1	–	11	1.2	–	12	2.14

1890			1890			1890			1890			1890		
VII	13	2.10	VIII	13	0.0	IX	12	3.11	X	15	0.0	XI	22	1.2
–	14	2.5	–	14	0.0	–	13	1.2	–	16	0.0	–	23	2.17
–	15	1.3	–	15	1.4	–	14	0.0	–	20	2.16	–	24	1.25
–	16	0.0	–	16	1.2	–	15	2.2	–	21	2.10	–	25	2.25
–	17	0.0	–	17	0.0	–	16	1.1	–	22	2.30	–	26	2.31
–	18	1.1	–	18	0.0	–	17	2.16	–	23	2.38	–	27	1.29
–	19	0.0	–	19	0.0	–	18	2.17	–	24	2.41	–	28	1.32
–	20	0.0	–	20	0.0	–	19	2.23	–	25	2.46	–	29	1.29
–	21	0.0	–	21	1.1	–	20	1.5	–	26	2.32	–	30	2.17
–	22	2.2	–	22	0.0	–	21	1.8	–	28	1.11	XII	1	3.15
–	23	2.8	–	23	0.0	–	23	2.4	–	30	1.2	–	2	2.9
–	24	2.6	–	24	1.5	–	24	2.15	–	31	1.2	–	5	0.0
–	25	1.12	–	25	2.7	–	25	1.14	XI	1	1.1	–	6	0.0
–	26	1.16	–	26	2.11	–	26	1.25	–	3	0.0	–	10	1.1
–	27	1.11	–	27	2.31	–	27	1.34	–	4	0.0	–	11	1.1
–	28	2.10	–	28	2.42	–	29	2.23	–	5	0.0	–	13	3.14
–	30	3.14	–	29	1.25	–	30	1.30	–	7	1.4	–	14	2.24
–	31	2.8	–	30	1.37	X	1	2.12	–	8	1.6	–	16	4.42
VIII	1	3.17	–	31	1.56	–	2	1.8	–	9	1.7	–	17	2.22
–	2	2.10	IX	1	3.56	–	3	1.2	–	10	1.10	–	18	3.24
–	3	3.6	–	2	2.38	–	4	1.1	–	12	2.4	–	19	3.25
–	4	1.4	–	3	3.26	–	5	1.3	–	13	2.11	–	21	2.6
–	5	2.8	–	4	2.24	–	6	2.8	–	14	1.1	–	22	2.3
–	6	2.13	–	5	3.26	–	7	2.7	–	15	1.1	–	23	1.2
–	7	2.7	–	6	4.29	–	8	1.1	–	16	0.0	–	24	1.6
–	8	2.3	–	7	4.19	–	9	0.0	–	17	0.0	–	25	1.3
–	9	2.2	–	8	3.18	–	10	0.0	–	18	0.0	–	26	1.6
–	10	1.1	–	9	3.35	–	11	2.6	–	19	0.0	–	28	2.2
–	11	2.3	–	10	2.21	–	12	1.3	–	20	0.0			
–	12	0.0	–	11	2.7	–	14	1.2	–	21	0.0			

637) Beobachtungen der Sonnenflecken in Moncalieri. Nach schriftlicher Mittheilung von Hrn. Director P. Denza. (Forts. zu 619.)

Es wurden folgende Zählungen erhalten:

1890			1890			1890			1890			1890		
I	6	0.0	I	14	0.0	I	27	0.0	II	5	0.0	II	14	0.0
–	7	0.0	–	18	0.0	–	30	0.0	–	7	0.0	–	16	0.0
–	8	0.0	–	19	0.0	–	31	0.0	–	8	0.0	–	17	0.0
–	9	0.0	–	21	0.0	II	1	0.0	–	9	0.0	–	18	0.0
–	10	0.0	–	24	0.0	–	2	0.0	–	10	0.0	–	24	0.0
–	11	0.0	–	25	0.0	–	3	0.0	–	11	0.0	–	27	0.0
–	13	0.0	–	26	0.0	–	4	0.0	–	13	0.0	III	1	0.0

1890			1890			1890			1890			1890		
III	4	0.0	V	6	0.0	VII	2	0.0	VIII	15	0.0	X	12	0.0
–	5	1.3	–	14	0.0	–	3	0.0	–	16	0.0	–	13	0.0
–	6	1.3	–	15	0.0	–	4	0.0	–	17	0.0	–	14	0.0
–	7	1.5	–	16	0.0	–	5	1.4	–	18	0.0	–	17	0.0
–	8	1.8	–	17	0.0	–	6	2.12	–	19	0.0	–	18	0.0
–	9	1 6	–	18	0.0	–	7	2.12	–	22	0.0	–	20	0.0
–	10	1.7	–	22	0.0	–	8	2.13	–	24	2.18	–	21	0.0
–	11	1.4	–	23	0.0	–	9	2.13	–	26	3.11	XI	2	0.0
–	12	1.4	–	24	0.0	–	10	2.9	–	27	3.13	–	4	0.0
–	13	1.3	–	25	0.0	–	11	2.8	–	30	2.17	–	5	0.0
–	22	0.0	–	30	0.0	–	13	1.5	IX	2	2.14	–	6	0.0
–	23	0.0	–	31	0.0	–	14	1.5	–	3	2.14	–	8	0.0
–	26	0.0	VI	3	0.0	–	15	0.0	–	4	2.11	–	11	1.5
–	27	0.0	–	4	0.0	–	16	0.0	–	5	2.16	–	12	1.6
–	28	0.0	–	5	0.0	–	17	0.0	–	6	2.17	–	13	1.3
–	29	0.0	–	6	0.0	–	18	0.0	–	7	2.10	–	14	1.4
–	30	0.0	–	7	0.0	–	19	0.0	–	8	2.10	–	15	1.4
–	31	0.0	–	8	0.0	–	20	0.0	–	9	1.5	–	16	1.3
IV	1	0.0	–	9	0.0	–	21	0.0	–	12	0.0	–	17	1.6
–	5	0.0	–	12	0.0	–	23	0.0	–	15	0.0	–	18	1.3
–	10	0.0	–	13	0.0	–	24	0.0	–	16	0.0	–	23	0.0
–	11	0.0	–	14	0.0	–	25	0.0	–	25	1.9	–	24	0.0
–	12	0.0	–	15	0.0	–	26	0.0	–	26	1.10	–	25	0.0
–	13	0.0	–	16	0.0	–	27	0.0	–	27	1.7	–	26	0.0
–	21	0.0	–	17	0.0	–	30	0.0	–	28	1.7	–	29	0.0
–	22	0.0	–	19	0.0	–	31	0.0	–	29	1.6	XII	10	0.0
–	23	0.0	–	20	0.0	VIII	1	0.0	–	30	1.6	–	14	0.0
–	24	0.0	–	21	0.0	–	3	0.0	X	1	1.6	–	15	0.0
–	26	0.0	–	23	0.0	–	7	0.0	–	2	1.5	–	17	0.0
–	28	0.0	–	24	0.0	–	8	0.0	–	3	1.5	–	18	0.0
–	29	0.0	–	25	0.0	–	9	0.0	–	7	0.0	–	20	0.0
V	3	0.0	–	26	0.0	–	10	0.0	–	8	0.0	–	22	0.0
–	4	0.0	–	27	0.0	–	11	0.0	–	9	0.0	–	24	0.0
–	5	0.0	–	30	0.0	–	12	0.0	–	11	0.0			

638) Beobachtungen der Sonnenflecken in Palermo. (Fortsetzung zu 612.)

Herr Prof. Riccò schrieb mir unter dem 8. Februar 1891 aus Catania, wo er mit der Einrichtung seines neuen Observatoriums beschäftigt ist: „J'ai l'honneur de vous envoyer la statistique des taches solaires observées à l'observatoire de Palerme en 1890. J'accompli si tard à ce devoir parce que hier seulement j'ai reçu les observations faites à Palerme en

mon absence par Mr. le Prof. Zona (z) et par Mr. l'ingénieur Mascari (m)", — und legte seinem Schreiben folgendes Verzeichniss bei:

1890			1890			1890			1890			1890		
I	2	1.1	II	20	0.0	IV	12	2.17	V	28	0.0z	VII	11	2.36
–	3	1.3	–	21	0.0	–	13	2.8	–	29	0.0z	–	12	2.8
–	4	1.3	–	22	0.0	–	14	2.17	–	30	0.0z	–	13	1.3
–	5	1.9	–	23	0.0m	–	15	1.4	–	31	0.0z	–	14	1.3
–	6	2.5	–	24	0.0	–	16	1.5	VI	1	0.0z	–	15	0.0
–	7	2.7	–	25	0.0	–	17	0.0	–	3	0.0z	–	16	0.0
–	8	2.8	–	26	0.0	–	18	0.0	–	4	0.0z	–	17	0.0
–	9	1.1	–	27	0.0	–	19	0.0	–	6	1.8z	–	18	1.2
–	10	0.0	–	28	0.0	–	22	0.0	–	7	1.7z	–	19	0.0
–	11	0.0	III	2	0.0	–	23	0.0	–	8	1.5z	–	20	0.0
–	12	0.0	–	3	0.0	–	24	0.0	–	9	1.2z	–	21	0.0
–	13	0.0	–	4	1.2	–	25	0.0	–	10	2.3z	–	22	2.2
–	14	0.0	–	5	1.3	–	26	0.0	–	11	1.2z	–	23	2.7
–	15	0.0	–	7	1.5	–	27	0.0	–	12	0.0z	–	24	2.10
–	16	1.10	–	8	1.6m	–	28	1.5	–	13	0.0m	–	25	1.11
–	17	1.5	–	9	1.3	–	29	1.4	–	14	0.0m	–	26	1.11
–	18	1.11	–	11	1.2	–	30	1.17	–	15	0.0	–	27	1.12
–	20	1.15	–	12	1.5	V	2	1.3	–	16	0.0m	–	28	2.11
–	21	1.4	–	13	1.6	–	4	0.0	–	17	0.0	–	29	3.14
–	22	1.2	–	14	1.2	–	5	0.0	–	18	0.0	–	30	3.7
–	24	0.0	–	16	0.0	–	6	0.0	–	19	0.0	–	31	4.10m
–	25	0.0	–	17	0.0	–	7	1.4	–	20	0.0	VIII	1	3.13
–	26	0.0m	–	18	0.0	–	8	1.4	–	21	0.0	–	2	2.9
–	27	0.0	–	20	0.0	–	9	1.10	–	22	0.0	–	3	3.4
–	28	0.0	–	21	0.0	–	10	2.7	–	23	0.0	–	4	1.3
–	29	0.0	–	22	0.0	–	11	3.7	–	24	1.2m	–	5	2.5
–	30	1.2	–	23	0.0	–	12	1.10	–	25	0.0m	–	6	3.19
–	31	1.4	–	24	0.0	–	13	2.16	–	26	0.0m	–	7	2.8
II	1	1.13	–	25	0.0	–	14	1.5	–	27	0.0m	–	8	3.6
–	5	0.0	–	28	0.0	–	15	0.0	–	28	0.0m	–	9	1.2
–	6	0.0	–	29	0.0	–	16	0.0	–	29	0.0	–	10	1.1
–	7	0.0	–	30	0.0m	–	17	3.13	–	30	0.0	–	11	1.4
–	8	0.0	–	31	0.0m	–	18	2.9	VII	1	0.0	–	12	0.0
–	9	0.0	IV	1	0.0	–	19	2.3	–	2	0.0	–	13	0.0
–	10	0.0	–	2	0.0	–	20	3.13	–	3	0.0	–	14	1.2
–	13	0.0	–	3	0.0	–	21	3.3	–	4	0.0	–	15	1.1
–	14	0.0	–	4	0.0	–	22	1.1	–	5	1.11	–	16	0.0
–	15	0.0	–	5	0.0	–	23	1.1	–	6	1.16	–	17	0.0
–	16	0.0	–	7	0.0	–	24	1.11	–	7	2.15	–	18	0.0
–	17	0.0	–	8	0.0	–	25	0.0	–	8	2.28	–	19	0.0
–	18	0.0	–	10	1.1	–	26	1.12	–	9	2.19	–	20	0.0
–	19	0.0	–	11	1.4	–	27	0.0z	–	10	2.27	–	21	0.0

1890		1890		1890		1890		1890	
VIII 22	0.0	IX 14	0.0	X 7	1.7	XI 2	0.0	XI 28	1.46
– 23	1.1	– 15	2.2	– 8	1.2	– 3	0.0	– 29	1.17m
– 24	1.1	– 16	2.4	– 9	0.0	– 5	0.0	XII 1	3.17
– 25	2.6	– 17	2.15	– 10	0.0	– 6	0.0	– 3	2.6
– 26	1.4	– 18	2.21	– 11	2.6	– 7	1.2	– 4	1.1
– 27	2.21	– 19	2.17	– 12	1.3	– 8	1.4	– 5	0.0 m
– 28	2.23	– 20	3.10	– 13	0.0	– 9	1.8	– 6	0.0 m
– 29	1.23	– 21	2.9	– 14	0.0	– 10	1.15	– 7	1.1 m
– 30	1.38	– 22	1.2	– 15	0.0	– 11	1.18	– 8	1.3 m
– 31	1.29	– 23	0.0	– 16	0.0	– 12	2.5	– 9	1.3 m
IX 1	2.45	– 24	2.9	– 17	0.0	– 14	1.5	– 10	0.0 m
– 2	2.33	– 25	1.11	– 18	0.0	– 15	1.4	– 11	1.1 m
– 3	3.28	– 26	1.30	– 19	1.3	– 16	0.0	– 12	0.0 m
– 4	3.11	– 27	1.25	– 20	2.7	– 17	0.0	– 15	2.30m
– 5	4.25	– 28	1.24	– 21	2.8	– 18	0.0	– 17	2.27m
– 6	5.12	– 29	3.21	– 22	2.17	– 19	0.0	– 23	2.4 m
– 7	3.20	– 30	3.18	– 25	2.70	– 20	0.0 m	– 25	1.8 m
– 8	3.10	X 1	3.22	– 26	2.46	– 21	0.0 m	– 28	1.12
– 9	4.41	– 2	3.6	– 27	3.26	– 22	2.4 m	– 29	2.9 z
– 10	1.6	– 3	1.1	– 28	2.13	– 23	2.12m	– 30	1.2 m
– 11	2.13	– 4	0.0	– 30	2.2	– 24	2.22	– 31	1.3 z
– 12	2.13	– 5	0.0	– 31	1.7	– 25	1.15		
– 13	1.4	– 6	2.9	XI 1	1.1	– 26	1.16		

Herr Professor Riccò fügte seinem Briefe sodann noch bei: „Aussitôt que le réfracteur de 0,35 sera monté, ou que le petit équatorial de 6″ sera arrivé, je commencerai une nouvelle série d'observations solaires à Catane, après avoir achevé une de 11 ans justement à Palerme.“

639) Sonnenflecken-Zählungen von Herrn William Dawson in Spiceland (Ind.). (Forts. zu 608.)

Herr Dawson theilt in No. 218 der von Freund Gould redigirten Zeitschrift „The astronomical Journal“ eine ganz hübsche, von 1889 XI 15 bis 1890 IV 16 reichende Serie von Sonnenflecken-Zählungen mit; allein da dieselbe weder als unmittelbare Fortsetzung seiner frühern, mit 1888 XI 13 abschliessenden Reihe betrachtet werden kann, noch bis heute (1891 III 10), wo meine Uebersicht für das Jahr 1891 schon seit ein paar Wochen vollendet ist, eine weitere Fortsetzung erhalten hat, so verzichte ich darauf, dieses Bruchstück im Detail mitzutheilen.

640) Sonnenflecken-Beobachtungen auf dem Dartmouth College Observatory in New-Hampshire. (Forts. zu 622.)

Die Nr. 222 der von Freund Gould herausgegebenen Zeitschrift „The astronomical Journal" enthält folgende neue von Herrn Frost erhaltene Serie von Zählungen:

1890			1890			1890			1890			1890		
I	2	1.1	II	16	0.0	IV	2	0.0	V	5	0.0	VI	7	1.5
–	3	1.1	–	19	0.0	–	3	0.0	–	7	2.2	–	8	1.3
–	7	0.0	–	20	0.0	–	5	0.0	–	8	1.2	–	9	2.5
–	9	1.2	–	21	0.0	–	6	0.0	–	9	1.9	–	10	1.2
–	12	0.0	–	22	0.0	–	8	0.0	–	11	2.12	–	11	1.1
–	13	0.0	–	23	0.0	–	10	0.0	–	12	1.8	–	14	0.0
–	17	1.2	–	26	0.0	–	11	2.7	–	13	1.2	–	15	0.0
–	18	1.5	III	3	0.0	–	12	2.6	–	14	0.0	–	16	0.0
–	21	1.4	–	4	1.3	–	13	2.7	–	15	0.0	–	17	0.0
–	22	1.1	–	5	1.3	–	14	0.0	–	16	1.1	–	18	0.0
–	24	0.0	–	7	1.4	–	15	1.4	–	17	2.4	–	19	0.0
–	25	0.0	–	8	1.5	–	16	1.1	–	18	2.6	–	20	0.0
–	26	0.0	–	9	1.3	–	17	0.0	–	21	2.3	–	21	0.0
–	27	0.0	–	10	1.4	–	18	0.0	–	22	1.1	–	22	0.0
–	28	0.0	–	12	1.3	–	19	0.0	–	23	1.3	–	23	0.0
–	29	0.0	–	16	0.0	–	20	0.0	–	24	1.1	–	24	0.0
II	3	0.0	–	17	0.0	–	21	0.0	–	25	1.2	–	25	0.0
–	5	0.0	–	18	0.0	–	22	0.0	–	27	1.1	–	26	0.0
–	6	0 0	–	19	0.0	–	24	1.1	–	28	0.0	–	27	0.0
–	7	0.0	–	20	0.0	–	25	0.0	–	29	0.0	–	28	0.0
–	9	0.0	–	24	0.0	–	26	0.0	–	30	1.1	–	29	0.0
–	10	0.0	–	26	0.0	–	28	1.2	–	31	0.0	–	30	0.0
–	11	0.0	–	27	0.0	–	29	1.9	VI	1	1.3			
–	12	0.0	–	30	0.0	–	30	2.7	–	2	0.0			
–	13	0.0	–	31	0.0	V	2	0.0	–	3	1.1			
–	15	0.0	IV	1	0.0	–	3	0.0	–	5	1.5			

NB. Beobachtungen vom zweiten Semester sind bis jetzt nicht publicirt worden, — muthmasslich in Folge einer Reise, welche Herr Frost im vorigen Jahre nach Europa unternahm.

641) Observations made at the magnetical and meteorological observatory at Batavia. Vol. XII (1889). (Fortsetzung zu 609.)

Es wurden 1889 in Batavia folgende mittlere westliche Declinationen erhalten:

1889	Maximum zwischen 20 und 23h	Minimum zwischen 1 und 4h	Differenz oder Variation
Januar	-1° 43',66	-1° 47',16	-3',50
Februar	42 ,74	46 ,99	-4 ,25
März	44 ,00	47 ,35	-3 ,35
April	44 ,14	46 ,38	-2 ,24
Mai	44 ,56	46 ,29	-1 ,73
Juni	44 ,06	46 ,11	-2 ,05
Juli	43 ,98	46 ,01	-2 ,03
August	43 ,27	45 ,69	-2 ,42
September	41 ,58	45 ,20	-3 ,62
October	41 ,72	45 ,55	-3 ,83
November	41 ,95	45 ,65	-3 ,70
December	41 ,75	44 ,64	-2 ,89
Jahr	-1° 43',118	-1° 46',085	-2',967

Da 1889 (vgl. Nr. LXXVI) $r = 6{,}3$ war, so gibt die in 579 für Batavia abgeleitete Formel

$$v = -2',570 - 0'.0196 \, . \, r$$

für dieses Jahr $v = -2{,}684$, also wieder eine ganz befriedigende Uebereinstimmung.

Zum Schlusse füge ich noch eine kleine Fortsetzung des Sammlungs-Verzeichnisses bei:

347) Zwei Notizhefte aus dem Nachlasse des sel. Hofrath Joh. Kaspar Horner.

Der Inhalt ist ein sehr mannigfaltiger, indem er sich auf die verschiedensten Gebiete der Mathematik, Astronomie, Meteorologie und Physik bezieht. Ausser dem bereits (Viert. 1890, pag. 367—68) Mitgetheilten findet man darin mehrere Näherungsconstructionen für Bestimmung von Umfang und Inhalt des Kreises und eine Tafel, welcher man für den Radius 1 die Fläche jedes beliebigen Kreisausschnittes bis auf 7 Decimalen bequem entnehmen kann, — eine Anleitung zur Gnomonik und eine für die Breite von 47° 22' berechnete Tafel um Höhe und Azimut der Sonne bei gegebener Rectascension und Declination aufzuschlagen, — verschiedene Angaben über Metallthermometer und den schon unter No. 54 erwähnten Horner'schen Regenmesser, — Versuche mit einem Scheiben-Photometer und verschiedenen magnetischen Apparaten, — etc.

348) Daguerreotyp der Sonne vom 28. Juli 1851. — Geschenkt von Herrn John Reitenbach in Oberstrass.

Da mir dieses durch Herrn Regierungsrath Dr. Stössel vermittelte Geschenk nach Zeit und Umständen der Entstehung werthvoll erschien, so erlaubte ich mir den Geber zu bitten, mir wo möglich etwas nähere Auskunft zu ertheilen, und erhielt nun unter dem 17. März 1890 die folgende: „Auf Ihre Anfrage theile ich Ihnen mit, dass die fragliche Aufnahme der Sonnenfinsterniss von 1851 auf der Sternwarte in Königsberg durch den Daguerreotypisten Barkowski gemacht wurde. Während Professor Busch am Ostseestrande beobachtete, versah seine Stelle auf der Sternwarte Dr. Luther. Barkowski machte, wohl unter seiner Aufsicht, die Aufnahmen. Eine blieb im Besitze der Sternwarte, eine erhielt Prof. Dr. Burow (Chirurg), und die dritte machte Barkowski mir zum Geschenk.“ — Das während der Totalität aufgenommene Sonnenbildchen hat einen Durchmesser von ca. 9 mm und zeigt die Corona, welche den Durchmesser auf nahe 10 mm bringt, sehr deutlich, — ja Herr Reitenbach fügt seiner Notiz bei: „Burow will auf seinem Bilde ohne Glas unter scharfem Mikroskop die Protuberanzen gesehen haben.“

349) Rud. Wolf, Taschenbuch für Mathematik, Physik, Geodäsie und Astronomie. 4 A. Zürich 1869 in 8. — Geschenkt von Herrn Lóczi Lóczy Lajos, Professor der Geographie an der Universität in Budapest.

Der Werth dieses Exemplars beruht darauf, dass Herr Prof. Lóczy, der 1873/74 bei mir am Polytechnikum Astronomie hörte und mein Taschenbuch lieb gewann, dasselbe in den Jahren 1877—80 auf einer grossen wissenschaftlichen Reise, deren Ergebniss unter anderm eine bemerkenswerthe Karte von China war, beständig bei sich trug und benutzte. Auf dem Vorblatte liest man: „Mein treuer Reisegefährte in Ostasien, Egypten, Arabien, Ostindien, Java, China, Mongolei, Ost-Tibet, Birma und Sikkimhimalaya während der Jahre 1877—1880. — Seinem Lehrer, Herrn Prof. Dr. R. Wolf zurückerstattet von Prof. L. Lóczy in Budapest 1891, den 9. April.“

Verschiedene Mittheilungen

von

Prof. **H. Fritz.**

I. *Die 27,7tägige Periode irdischer und solarer Erscheinungen.*

Im Jahrgang XXXIII, 1888, S. 122 und ff. dieser Vierteljahresschrift machte der Verfasser auf das Hervortreten der von Buys-Ballot (1857) aus den Temperatur-Beobachtungen von Harlem, Zwanenburg und Danzig gefolgerten Periode von 27,682 $\pm$ 0,003 Tage aufmerksam, welche zunächst in den 1882 und 1883 auf Jan Mayen, zu Godthaab, Fort Rae und Uglaamie bei Point Barrow, dann in Kivi am Congo, ferner den hochnordischen Gebieten 1853 bis 1855, 1869 bis 1871, 1877 bis 1878 und für letztere Jahre auch in den in Mittel-Europa erhaltenen Temperatur-Beobachtungen sich enthalten zeigten. Fortgesetzte Vergleiche mit vorausberechneten mittleren Epochen der Maxima jener Periode und der Beobachtung konnten nur bestätigen, dass das Bestehen der von Buys-Ballot mühsam bestimmten Periode eine hohe Wahrscheinlichkeit für sich hat.

Zu jenen älteren Zusammenstellungen sei zunächst nachgetragen, dass für die Wärmebestimmungen zu Uglaamie, Point Barrow (nach Report of the Internat. Pol.-Exped. u. s. w., Washingt. 1885 . 4) die Blackbulb-Thermometer-Beobachtungen Maxima ergaben: 1883 II. 9, 25; III. 13, 25 und 29; IV. 15, 27; V. 5, 8, 11, 14, 27 und 29; VI. 6, 9, 16, 20; VII. 9, 18, 25; VIII. 9, 11, 17, welche mit den zwischen den II. 3 und den VIII. 14 fallenden 14 halben 27,687tägigen (somit 13,843tägigen) Perioden-

Epochen, in 7 Fällen höchstens um einen Tag, in 5 Fällen bis auf 4 Tage sich verschieben und nur in 4 Fällen der Mitte der Periode gegenüber liegen. In den übrigen Fällen entsprechen die mittleren berechneten Epochen den Mitteln aus 2 beobachteten Maxima wie VIII. 14 zwischen VIII. 11 und 17 mitten innen liegt.

Nach der Berechnung der mittleren Epochen mit den Abständen 13,843 Tagen im Anschlusse an die in genannter Abhandlung gegebenen Daten wurden für die Stationen: Leipzig, St. Petersburg, Barnaul 1883 bis 1887, Peking 1883, dann für das Grossherzogthum Hessen 1887—1890 (11 Stationen), ohne die Tabelle zur Hand zu haben, die Maxima der Temparaturen aufgesucht, notirt und später mit jenen verglichen. Die dabei erhaltenen Resultate waren folgende, wenn die Abweichungen der Temperaturmaxima von den je 13,843 Tagen auseinanderliegenden Epochen, beginnend mit dem 7. Januar 1883 (welchem wieder der 6. Januar 1891 entspricht) nach der Anzahl der Tage zusammengestellt werden. Mit *M* sind die Mittel bezeichnet, wenn die Temperatur- (Flecken)-Maxima kurz vor und hinter der Epoche getheilt auftraten.

Beobachtungsorte.	Zeit	Anzahl der Perioden	Abweichungen von den mittlern Maximaepochen in Tagen.											Summen.
			0	1	2	3	4	M	5	6	7	8	.	
1) Leipzig	1883—1886	108	15	21	19	11	13	19	0	3	2	4	.	107
2) St. Petersburg	„ „	108	8	24	16	14	14	17	0	4	6	1	.	104
3) Barnaul	„ „	108	10	20	15	9	11	32	2	3	0	1	.	103
4) Grossh. Hessen	1887—1890	101	15	18	20	10	6	12	9	2	2	1	.	95
5) Peking	1883	27	1	4	6	0	4	4	0	2	2	3	.	26
Summen 1—5		452	49	87	76	44	48	84	11	14	12	10	.	435

Es traten secundäre Sonnenfleckenmaxima ein:

1883—1889	178	11	37	19	20	16	6	10	9	6	2	.	136

Die Abweichungen sind bald voreilend, bald und zwar in der Mehrzahl der Fälle den theoretischen Epochen nachfolgend. In 49 Fällen oder 13% der Gesammtsumme fielen die höheren Temperaturen mit den theoretischen Epochendaten zusammen, in 136 Fällen oder 31% betrug der Unterschied nicht mehr als 1 Tag, in 212 Fällen oder 50% nicht mehr als 2 Tage, in 304 Fällen oder 70% nicht mehr als 4 Tage und wenn von den 84 Fällen, in welchen getheilte Maxima vor und hinter den theoretischen Daten eingetroffen waren, nur die Hälfte (42) als ganz nahe liegend angesehen werden, dann betragen mindestens 79% der Abweichungen nicht mehr als 4 Tage. Der Rest verhält sich nahe oder ganz neutral und nur ausnahmsweise, in (452—435) 17 Fällen, fehlt der correspondirende Wechsel in der Temperaturcurve. Diese Untersuchung widerspricht somit nicht der Buys-Ballotschen Periode; sie bestätigt im Gegentheile, dass mindestens in drei Vierteln aller Fälle, wie dies auch in dem abgelaufenen kalten Winter 1890—1891 beobachtbar war, nach je 13,843tägigen Perioden für die bis jetzt untersuchten Gebiete Temperaturerhöhungen in allen Jahreszeiten sich einstellen.

Aehnliches zeigt sich in dem Wechsel der Sonnenfleckenhäufigkeit. In 48 Fällen oder in 35% von 136 betrugen die Abweichungen nicht mehr als 1 Tag, in 50% nicht mehr als 3 Tage und in 75% nicht mehr als 4 Tage. Allerdings entfallen auf 178 Perioden nur 136 entschiedene Maxima, was seine Ursache darin hat, dass diese mehr der 27,687tägigen Periode folgen und nur theilweise dazwischen liegende secundäre Erhöhungen, namentlich nicht während der Hauptminimazeit, die wesentlich in Betracht kam (—1883 war das Maximum, 1889

das Minimum der ohnehin nicht hohen Fleckenperiode eingetreten —), eintreten.

Somit treffen, wenigstens für die nördliche Hemisphäre der Erde, höhere Temperaturen zur Zeit der Fleckenmaxima ein.

Eine Untersuchung der Beobachtungen Nordenskiöld's während seines Aufenthaltes bei Pitlekaj (+ 67°5′ N. und 186°37′ O. Gr.) nahe der Behringstrasse gelegentlich seiner Reise um Asiens Norden ergab Temperaturmaxima: 1878 X. 27, XII. 30, 31; 1879 II. 9, 11, 12, III. 12; IV. 18, 26; V. 17; VI. 24; VII. 17, welchen am nächsten liegen die mittleren Epochen der 13,84tägigen Periode: 1878 X. 23; 1878 I. 2; II. 11; III. 11; IV. 22; V. 20; VI. 18; VII. 15. Ferner waren Temperaturerhöhungen 1878 X. 7, XI. 4, XII. 15 und 16, 1879 I. 11 und 12, 27 und 30; II. 20, IV. 7, V. 9, VII. 8, welchen nahe lagen die mittleren Epochen 1878 X. 9, XI. 6, XII. 18, 1879 I. 14, 28, II. 25, IV. 8, V. 6, VII. 2, so dass den 21 mittleren Epochen von den 22 notirten Temperaturerhöhungen zwischen dem 7. Oktober 1878 und 17. Juli 1879 25% nicht über 1 Tag, 50% nicht über 2 Tag, 63% nicht über 4 Tage abweichen. 3mal liegen vor und hinter den Epochen kleinere Wärmemaxima. Von den für diese Zeit zählbaren Fleckenmaxima fielen 80% nicht mehr als 3 Tage von der mittleren berechneten Epoche entfernt.

Bestätigt sich auch hier wieder die Wahrscheinlichkeit des nahe parallelen Ganges von Temperaturen und Fleckenständen nach 13,84tägigen Perioden, so dürfte eine kleine, allerdings weniger Sicherheit als ein gewisses Interesse bietende Untersuchung, welche in das Jahr 1812 zurückgreift, nicht ganz werthlos sein.

An die (im XXXIII Jahrg.) begonnenen Vergleichsarbeiten von 1853 schliessen sich rückwärts für 1812 an die mittleren Epochen für höhere Temperaturen der 11. und 25. September, der 8. und 22. Oktober, der 5. und 19. November, der 3. und 17. Dezember und für 1813 der 1. Januar. Nach den Angaben des Grafen von Ségur («L'histoire de la grande armée») war am Tage der Schlacht vor Borodino, am 6. September, das Wetter kühl; am 16. herrschte in Moskau Sturm; um den 10. Oktober stets schönes Wetter, so dass Napoleon auf die glänzende Sonne als auf seinen Stern hinwies; am 18. und 19. war das Wetter noch gut; am 23. regnerisch. Am 6. November begann mit kaltem Nebel der Wetterumschlag und war die Temperatur um den 13. sehr nieder. Am 19. bis 22. war Thauwetter, am 26. Beginn der Kälte, am 27. und 28. Kälte und Sturm. Am 3. Dezember war die Kälte wieder erträglich, dagegen am 5. kalt, am 9. sehr kalt. Mit Beginn des Januar trat wieder mildere Witterung ein. Soweit auf Zuverlässigkeit der Angaben gerechnet werden kann, zeigt sich eine den Erwartungen entsprechende Uebereinstimmung. Die damaligen geringen und dazu bei Flaugergues nicht einmal vollständig vorhandenen Fleckenstände der Sonne zeigen nun Flecken um den 6. August, den 9. bis 10. September, den 1. bis 2. November, im letzten Drittel Dezember (Lücke vom 10. bis 24.); worauf dann erst wieder am 3. bis 8. Februar 1813 Flecken notirt sind, welche mit der mittleren Epoche: II. 6 wieder genau stimmen.

Eine Untersuchung W. von Bezold's über die kurze Gewitterperiode (Sitzb. d. k. pr. Ak. in Berlin, 1889) ergab für Bayern (8 Jahre) und Württemberg

(7 Jahre) bei einer Dauer von 25,84 Tagen eine Summenreihe mit periodischem Verlaufe, wobei die Maxima, durch ein secundäres Minimum getrennt, um 7 Tage auseinander liegen.

Eine vor fast zwei Jahren vorgenommene Untersuchung der in Hessen auf 11 Stationen beobachteten Gewitter in Bezug auf die 27,687tägige, resp. 13,843tägige Periode ergab für die Jahre 1881 bis 1888 (8 Jahre) folgende Summenreihe für die von Gewittern betroffenen Orte (um einen Masstab für die Grösse derselben einzuführen):

Tag der Periode	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Summen	90	91	63	68	118	93	66	72	87	68	75	57	62	[36]
Ausgeglichene Summen	75	77	84	87	82	83	87	77	74	72	70	67	71	74

Hierbei ist das Maximum mit dem 5. bis 6. Tage (bei willkürlicher Annahme des ersten) verknüpft, während das Minimum 7 Tage später folgt. Obgleich auch hierbei eine Spaltung des Maximums sich zeigt, so ist die Reihe sicher nicht weniger entschieden als jene von Bezold. Aehnlich vertheilen sich die Gewittertage und wird wenig geändert, wenn die Gewitter der Jahre 1889 und 1890 noch in die Rechnung eingezogen werden.

Zur endgültigen Entscheidung derartiger Fragen genügen nur wenige Jahre umfassende Beobachtungsreihen nicht; sie genügen zu grundlegenden Untersuchungen. Wenn I. Liznar aus den zwischen dem 1. September 1882 bis Ende April 1883 (8 Monaten) aus den Polarlichterscheinungen (und ähnlich aus den magnetischen Deklinationsbeobachtungen) von Bossekop, Jan Mayen und Fort Rae ein 26,43tägige Periode zu finden glaubt, wo eine 27- bis 28tägige ebenfalls angenommen werden kann, so darf einer solchen kein grosser Werth beigelegt wer-

den, wenn sie sich nicht aus längeren Beobachtungsreihen bestätigt.

Zur Bestimmung der 27,687tägigen Periode hatte der Verfasser (No. XXVII der Wolf'schen Mittheilungen) alle von 1612 bis 1860 zur Verfügung stehenden Sonnenfleckenbeobachtungen benützt und die Länge der kleinen, nahe mit der Sonnenrotationszeit, so weit dieselbe bekannt ist, zusammenfallenden Periode 27, 69678±0,000085 Tage gefunden, eine Länge, welche zu ändern bis jetzt sich nicht nothwendig zeigte, wie aus besondern Untersuchungen der Beobachtungen bis 1886 und aus Obigem mehrfach hervorgeht. Zur Bestimmung der gleichen Periode aus den Polarlichtern konnten die zuverlässigsten Beobachtungen von 1716 bis 1870 benutzt werden.

Soll die vorstehende Zahl der Tage als die synodische Rotationszeit der Sonne angesehen werden, dann müsste die wahre Rotationszeit derselben 25,736 Tage betragen, eine Zahl, welche, wenn auch nicht ausserhalb den für die Sonnenrotation gefundenen Werthen liegend (Crew fand sogar mit Hülfe des Spektroskopes 26,23 Tage), doch etwas zu gross ist, gegenüber den dafür angenommenen (Spoerer 25,234, Laugier 25,34, Carrington 25,38, Wilsing 25,23 u. s. w.), und noch weit grösser als die indirekt bestimmten (aus: Meteorologischen Erscheinungen 24,10 — 24,13, aus magnetischen 24,16 — 24,51 Tage, u. s. w.).

Mehrere verwandte Werthe, — grössere und kleinere —, können richtig sein, da sie nicht alle an die Rotationszeit der Sonne gebunden sind. Der Sonnenkörper als solcher besitzt eine bestimmte Geschwindigkeit, welche vielleicht niemals näher ermittelt werden kann; dann finden in den äusseren Hüllen desselben Strömungen

statt, wie durch den beobachteten Wechsel der Geschwindigkeit der Sonnenflecken und deren relativen Bewegungen gegeneinander unzweifelhaft geworden ist, und endlich können Ursachen, seien sie in der Sonne selbst oder seien sie, was wahrscheinlicher ist, ausserhalb derselben zu suchen, etwa durch die Stellungen der Planeten erzeugte, in den Fleckenerscheinungen Perioden bedingen, welche ähnlich den 11-jährigen und secularen alle 27,68 Tage besonders markirt werden. Vom Monde aus beobachtet würden die festen Theile der Erdoberfläche, die Wolken und die durch äussere Ursachen erzeugten Fluthenwellen der Meere (und Atmosphäre) sehr verschiedene Resultate geben. (Vergl. des Verfass. «Periodische Erscheinungen», Leipz. 1889, und J. Unterberg's «Kleinen Perioden der Sonnenflecken», Wien 1891, in welch letzteren sich die Einschachtelung ganzer Scharen von Perioden manifestirt, wie sie nach der Hypothese der Einwirkung der Planetenstände auf die Sonnenthätigkeit vorhanden sein müssten, wodurch die kurzen wie die langen Perioden in ewigem Wechsel um ihre mittlern Werthe schwanken müssen). Die 27,68tägige Periode ist sogar sehr wahrscheinlich, als den gleichen Ursachen wie die eilfjährige entspringend, nicht eine mit der Rotationszeit der Sonne zusammenfallende, sondern eine sich derselben nur zufällig nähernde. Darauf deutet schon die geringe Konstanz der Länge hin; es deuten darauf die erheblichen von der mittleren Länge von 27,68 Tagen abweichenden Schwankungen der Längen der einzelnen Perioden hin, während die Rotationszeit der Sonne eine konstante Grösse sein muss. Bei irdischen Erscheinungen erleiden derartige Perioden noch weitere Störungen. (Vgl. B. XV, S. 253 u. XXVIII, S. 53, d. Zeit.)

Wenn nach Vorstehendem die höheren Temperaturen auf Erden durchweg mit höherer Sonnenthätigkeit zusammenfallen, so steht dies nicht im Widerspruche mit einer Bemerkung in Nr. XXVII der «Wolf'schen astronom. Mittheil.», wonach mit Bezug auf die Buys-Ballot'sche Arbeit in der Region geringster Fleckenbildung die grössere Wärme erzeugt werde, da den Erfahrungen gemäss den höheren Fleckenständen höhere Temperaturen entsprechen, welche ihren Sitz nicht in den Flecken selbst, sondern in dem umgebenden Theile der Sonnenoberfläche haben müssen. Trotz vergrösserter Fleckenstände, wie dies um den 4. Januar 1848 der Fall war, vermochte um jene Zeit der Erde direkt gegenüber ein fleckenfreieres Gebiet der Sonne sich zu befinden. Der das Jahresmittel überschreitenden Fleckenzahl nach passt der 4. Januar 1848 zu den Epochenzeiten der 27,68tägigen Periode, wie sie oben besprochen wurde. Vom 4. Januar 1848 bis zum 4. Januar 1853 verliefen 66, von da ab bis zum 7. Januar 1883 393 Perioden.

Da durch den Nachweis derartiger Perioden die Abhängigkeit irdischer Erscheinungen von der Veränderlichkeit der Sonnenthätigkeit mehr und mehr befestigt wird und damit auch die Ursachen der Veränderlichkeit der Erscheinungen bekannter werden, so bieten derartige eingehendere Untersuchungen ein lohnverheissendes Feld. Wie die Sonne die Bewegung der Erde im Raume, beherrscht deren Strahlung die Vorgänge an der Erdoberfläche.

II. *Die Perioden der Weinerträge.*

Eine neue Zusammenstellung der Ertragsreihen der Weinreben von: Preussen 1825—64, Nassau 1830—90, Grossherzogth. Hessen 1869—90, Württemberg 1827—86,

Bayern 1874—83, Kanton Aargau 1837—78, Kanton Schaffhausen 1858—77, Kanton Zürich 1874—1888, Domäne Hochberg, Baden, 1825—1880, Gut Traubenberg bei Zürich 1825—89, Castellen, Aargau, 1857—81, Sörgenloch, Rheinhessen, 1847—75, Mähren 1850—72, Frankreich 1840—90, Volnay, Côte d'or, 1825—42, Gironde 1860—87, Madeira 1846—51, Bessarabien 1851—57, Nikato 1858—72, Domäne Livadia, Krim, 1862—70, Ohio U. St. 1865—84 ergibt, wenn alle Weinertragsreihen auf den gleichen Masstab gebracht werden, folgende Tabellen. Die erste enthält die Ertragsmittel für jedes Jahr, die zweite die ausgeglichenen fünfjährigen Mittel.

Ertrags-Jahresmittel:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1820	.	.	.	.	.	1,5	2,8	1,1	2,1	1,2
1830	0,2	0,5	0,9	1,5	2,1	1,9	1,5	1,1	0,7	1,0
1840	1,3	0,7	1,2	0,7	0,7	0,8	1,7	1,6	1,4	1,0
1850	1,0	0,8	0,9	1,1	0,4	0,6	0,8	1,1	1,0	1,2
1860	1,0	0,5	1,0	1,1	0,8	1,0	1,1	1,1	1,7	1,3
1870	1,3	1,3	0,6	0,5	1,2	1,5	1,1	0,8	0,8	0,4
1880	0,5	1,1	0,7	1,1	1,0	0,9	0,5	0,9	0,8	0,5

Ausgeglichene fünfjährige Mittel:

1820	.	.	.	.	.	1,5	1,6	**1,7**	1,5	1,0
1830	1,0	0,9	1,1	1,4	1,5	**1,6**	1,5	1,2	1,1	1,0
1840	1,0	0,9	0,9	0,8	1,0	1,1	1,2	1,3	**1,3**	1,2
1850	1,0	1,0	0,9	0,8	0,7	0,8	0,8	0,9	1,0	**1,0**
1860	0,9	1,0	0,7	0,9	1,0	1,0	1,1	1,2	1,3	**1,3**
1870	1,2	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,1	0,9	0,7	0,7
1880	0,7	0,8	0,9	**1,0**	0,8	0,9	0,8	0,7	0,7	0,6

Es fielen in diesen Reihen die Maxima der Erträge der Reben (etwas schärfer bestimmt in den auf 2 Stellen berechneten Originalzahlen) auf die Jahre 1827, 1835, 1848, 1859, 1869 und 1883, entsprechend mit durch-

schnittlich einjährigem Voreilen der Sonnenflecken-Maxima von 1829, 1837, 1848, 1860, 1870 und 1883. Es bestätigt diese neue Zusammenstellung von 21 längeren oder kürzeren Ertragsreihen nicht nur die früheren ähnlichen Resultate aus einzelnen oder aus mehreren zusammengenommenen Ertragsreihen, sondern es entsprechen sogar die Höhen der Maxima in auffallender Weise den verschiedenen Höhen der Sonnenflecken-Relativzahlen Wolf's in den einzelnen Perioden, welche 1829 67, 1837 138, 1848 124, 1860 95, 1870 139, 1883 64 erreichten und in den Verhältnissen: 1,05, 2,15, 1,94, 1,49, 2,19 und 1 stehen.

Die in den Tabellen enthaltenen Zahlen wurden erhalten durch die jedesmalige Division der einzelnen Reihenwerthe durch die Mittel. Das Mittel der gesammten aufgeführten Erträge beträgt nahe 25 Hektoliter pro Hektare und Jahr.

Wie schon in Jahrgang 1888 dieser Vierteljahresschrift gezeigt, treten bei dem Hagel die entsprechenden Perioden ebenfalls um so schärfer hervor, je vollkommener das Beobachtungsmaterial sich sammeln lässt.

III. *Beiträge zu den gegenseitigen Beziehungen der physikalischen Eigenschaften der Körper.*

Als Fortsetzung des in den Jahrgängen 16, 26 und 33 (1871, 1881 1888) dieser Vierteljahresschrift, in der «Naturwissensch. Rundschau» 1886 und 1887, in des Verfassers «Wichtigste periodische Erscheinungen», Leipzig 1889 u. a. a. O. über die «Gegenseitigen Beziehungen

der physikalischen Eigenschaften der chemischen Elemente und deren Verbindungen» Veröffentlichten, als Versuchen zu dem Nachweise, dass sich unter der Annahme zweier entgegengesetzt wirkenden Kräfte, der Anziehung der kleinsten Theilchen untereinander übereinstimmend mit der im Grossen wahrnehmbaren und der Wärme, eine Reihe von gegenseitigen Beziehungen der Eigenschaften der Körper darstellen lassen, sei zunächst auf das Leitungsvermögen von Wärme und Elektricität hingewiesen.

Wie schon in dieser Vierteljahresschrift 1881 gezeigt, bilden die Produkte aus den Coefficienten der Wärmeausdehnung der Körper und den Wurzeln aus deren Schmelztemperaturen ($\alpha \sqrt{t}$) eine Reihe, welche durchweg sich nach der Leitungsfähigkeit der Wärme und Elektricität der gleichen Körper ordnet. Silber steht am höchsten, Wismuth am tiefsten, und wenn der Schmelzpunkt für Diamant auch sehr hoch angenommen wird, steht dessen Werth, entsprechend der geringen Leitungsfähigkeit, sehr tief.

Berechnet man unter der Annahme: die Leitungsfähigkeit sei proportional der kinetischen Energie und setzt, da frühere Untersuchungen darauf führten, die Masse proportional der Dichtigkeit, dann berechnet sich für die einzelnen Stoffe die dazugehörige Geschwindigkeit (v).

Bezeichnet man mit α den Ausdehnungscoefficienten der Körper durch Wärme, mit t die Schmelztemperatur, mit K die absolute Festigkeit pro Quadratmillimeter in Kilogramm, mit Δ die Dichtigkeit und mit s die spezifische Wärme der betreffenden Stoffe, dann erhält man folgende Tabelle, wenn auf Eisen als Einheit reduzirt wird:

Werthe von:

	v	$\alpha^2 t$	$\alpha^2 \frac{K}{\Delta s}$
Silber	2,5	2,0	2,7
Kupfer	2,4	1,7	1,9
Gold	1,4	1,4	1,4
Messing	1,4	1,4	1,5
Zinn	1,1	0,5	0,9
Eisen	1	1	1
Blei	0,7	0,8	0,6
Platin	0,5	0,5	0,5
Wismuth	0,4	0,2	0,3

Unter Benutzung des Werthes $v = \alpha^2 \frac{K}{\Delta s}$ würde (da die Leitungsfähigkeit l proportional Δv^2)

$$l = \beta \,.\, \Delta \,.\, (\alpha^2 \frac{K}{\Delta s})^2. \qquad (1$$

Nimmt man die lineare Ausdehnung des Silbers durch Wärme (0,00002) als Einheit an, dann berechnen sich die relativen Leitungswerthe, wenn $\beta = \frac{1}{140}$ gesetzt wird, nach vorstehender Formel, wie folgende Tabelle zeigt, in welcher der Uebersicht halber die eingesetzten Werthe von Δ, α, K, Δs und die mittleren Extreme der abweichend publicirten Werthe von l zum Vergleiche mit den berechneten aufgenommen sind. Die Werthe von l können hier, da es sich ja nur um Annäherungswerthe handeln kann, für Wärme- und Elektricitäts-Leitungsfähigkeit angesehen werden, wenn schon in der Wirklichkeit gewisse nach Fr. Weber sogar gesetzmässige Abweisungen statt haben.

	α	Δ	K	Δs	l berechnet	l beobachtet
Silber	1	10,5	22	0,60	100	**100**
Kupfer	0,90	8,9	36	0,85	68	80—90
Gold	0,74	19,3	22	0,62	52	55—65
Aluminium	1,14	2,6	18	0,57	39	30—34
Zink	1,50	7,2	8	0,68	36	24—30
Messing	0,96	8,4	20	0,79	29	18—25
Kadmium	1,55	8,6	4	0,47	26	22—24
Eisen	0,60	7,8	38	0,87	14	12—16
Palladium	0,56	12,1	27	0,71	13	13—14
Zinn	1,10	7,3	4	0,40	8	12—23
Platin	0,40	21,5	30	0,70	7	8—10
Blei	1,50	11,3	1,5	0,35	7	7—8
Antimon	0,55	6,7	0,7	0,33	0,02	4
Wismuth	0,62	9,8	0,97	0,30	0,8	2

Die beiden Zahlenreihen für l zeigen sofort, dass die erstere durch Aenderung der in die Gleichung eingeführten Werthe, was namentlich bei denjenigeu von α und K, welche oft sehr erheblich schwanken, wie durch Einführung einer Constante der zweiten noch weit näher gebracht werden könnte.

Zeigt sich nach Obigem die Abhängigkeit der Leitungsfähigkeit der Metalle von der Wärmeausdehnung, der Dichtigkeit, Festigkeit und spezifischen Wärme, dann lassen sich auch andere Eigenschaften damit verknüpfen. So ist $K = 100\ \Delta \left(\frac{\alpha}{\varepsilon}\right)^2$, wenn ε die Ausdehnung durch 1 kg Belastung pro 1 □ m bedeutet, oder es ist $K = \left(\frac{\Delta}{A}\right)^2 . \frac{As.T}{5}$, wenn A das Atomgewicht und T die Schmelztemperatur vom natürlichen Nullpunkte an gemessen bedeuten, u. s. w.

Bei Diamant ist der Ausdehnungscoefficient gegenüber Silber 0,07, die Dichtigkeit 3,5, die spezif. Wärme 0,120. Setzt man die Festigkeit sehr hoch, zu 100 kg pro mm^2, dann wird, nach Formel 1, die Leitungsfähigkeit 0,03, somit sehr niedrig, trotzdem die Festigkeit offenbar zu gross ist, da die Oberflächenhärte und die Festigkeit nicht einfach proportional sind. Für Glas wird l nahe 0,01, u. s. w.

Führt man anstatt K den zuletzt angeführten, die Schmelztemperatur enthaltenden Werth in die erste Formel ein, dann erhält man für Quecksilber den Werth von l zu 0,70, womit es in den Rang bei Antimon und Wismuth eintritt, wie dies der Erfahrung entspricht.

Vorstehendes bestätigt in Uebereinstimmung mit dem an a. O. Veröffentlichten, dass, wenn auch unter Zuhülfenahme von Constanten oder Hülfswerthen, sich eine grosse Anzahl der physikalischen Eigenschaften der Körper unter der Annahme der gegenseitigen Wirkung aller Körper und Körpertheilchen (hier Atome und Moleküle) aufeinander durch Anziehung und der dieser Kraft entgegenwirkenden Wärme beziehen lassen. Wenn auch nicht immer sofort auf den ersten Anblick, lassen sich vielfach unter gewissen Annahmen Reihen darstellen, wie in obigem Falle die Leitungsreihe, welche sich vielfach mit grosser Aehnlichkeit an die Beobachtungen anlehnen.

Bei der elektrischen Spannungsreihe (zwischen Zink und Platin oder Silber) zeigt sich, ausser der fortschreitenden Verwandtschaft zum Sauerstoff, eine gewisse Beziehung zu der Ausdehnung durch Wärme, die am grössten ist bei Zink und Blei, am kleinsten bei Platin und Kohlenstoff und zu der Schmelztemperatur, die wieder am kleinsten bei Zink und Blei, am grössten bei Kupfer,

Eisen, Platin und Kohlenstoff ist, ohne dass sich jedoch eine vollständige Regelmässigkeit dabei eingehalten fände.

Bezüglich der magnetischen Eigenschaften zeigen sich stark magnetisch die Elemente und theilweise deren Verbindungen und Legirungen, deren Produkte aus Schmelztemperatur und spezifischer Wärme, so wie deren relative Wärme beträchtlich sind. Zunächst ist bei Eisen, Nickel und Kobalt $\sqrt[3]{Ts} = 6{,}0$, $\Delta s = 0{,}90—0{,}94$; bei Mangan, Chrom und Titan 5,6—6 und 0,70—0,94; bei Palladium, Platin und Osmium, den schon sehr wenig magnetischen Körpern, 4,4—4,6 und 0,70—0,71. Bei den diamagnetischen Elementen steigt der Werth $\sqrt[3]{Ts}$ nicht über 5, fällt bei den äussersten — Antimon und Wismuth — auf 2,4 und 3,3, wobei die Werthe von Δs bei denjenigen der sich den magnetischen am meisten nähernden Körper — Wolfram, Iridium und Rhodium — auf 0,70 steigen, bei Antimon und Wismuth auf 0,33 und 0,30 herabsinken. Wesentliche Ausnahmen bilden Cerium mit weniger hoher Schmelztemperatur, das den magnetischen Stoffen zugezählt wird und Kupfer und Silber, welche trotz höherer Schmelztemperatur und höherer spezifischer Wärme zwischen Rhodium und Blei in die Reihe der diamagnetischen Körper einrangiren.

Bestimmter ist die Einordnung der Körper nach der Werthigkeit des Rotationsmagnetismus an die Festigkeit und Wärme geknüpft, da jene Eigenschaft, wie indessen längst bekannt, sich ähnlich wie die Leitungsfähigkeit vertheilt findet. Hierbei macht allerdings Eisen eine Ausnahme.

Die Verbrennungswärme wurde früher als in umgekehrtem Verhältnisse zu der Leitungsfähigkeit von Wärme

und Elektricität stehend angegeben, was in der That für eine Reihe von Metallen gut stimmt. Bei näherer Betrachtung sind jedoch die einzelnen Werthe auszuscheiden, je nach dem die aufgenommenen Sauerstoff- oder Chlormengen kleiner oder grösser sind. Bei der Verbindung der Metalle mit 1 Theil Sauerstoff entspricht die dabei erzeugte Wärmemenge (W) den Werthen des Atomvolumens mal der spezifischen Wärme, wie folgende Zusammenstellung zeigt.

	W	$s\sqrt[3]{\frac{A}{\Delta}}$.
Magnesium	6077	0,60
Calcium	3284	0,50
Strontium	1495	0,23
Eisen	1350	0,22
Zink	1300	0,21
Kupfer	590	0,18
Zinn	574	0,14
Blei	250	0,09
Quecksilber	150	0,08

Durch direkte Benutzung des letzten Ausdruckes und Einführung eines Masstabswerthes lassen sich schon fast direkt aus der zweiten Reihe die Werthe der ersten ableiten.

Bei der Verbindung mit 2 Sauerstoff ergeben sich:

	W	$s\sqrt[3]{\frac{A}{\Delta}}$.
bei Kohlenstoff	8000	0,82
» Schwefel	2200	0,40
» Selen	730	0,19

Durch Quadriren des zweiten Ausdruckes vervielfacht mit 10800 und dem Zusatze der Constanten 400,

berechnen sich die Werthe zu 7700, 2130 und 780, somit schon sehr nahe der Beobachtung entsprechend.

Für die folgenden Verbindungen werden die Werthe:

	W	$s\sqrt[3]{\frac{A}{\Delta}}$
Na_2O	3290	0,84
K_2O	1745	0,60
Tl_2O	103	0,09
Ag_2O	27	0,12
P_2O_3	5700	0,46
As_2O_2	1030	0,19
J_2O_5	176	0,16
Bi_2O_3	96	0,08

Die eingehenderen Untersuchungen dieser Beziehungen, namentlich mit Hülfe von ausgedehnterem Beobachtungsmateriale, dürften zu, auch für die theoretischen Anschauungen, werthvollen Resultaten führen.

Wenn für jede Serie der Oxydationsstufen sich die Werthe von $s\sqrt[3]{\frac{A}{\Delta}}$ in andere Verhältnisse unter sich und gegenüber den Werthen der Wärmeentwickelung stellen, so ähneln die hier sich zeigenden Beziehungen jenen bei dem Verhältnisse der Siedetemperatur zu der Schmelztemperatur vorkommenden.

Rechnet man die Werthe der Siede- und Schmelztemperaturen vom natürlichen Nullpunkte aus, dann verhalten sich die ersten zu den letzteren

bei Chlor, Brom und Jod wie 1,2 : 1.

In der That sind:

	Schmelztemperatur		Siedetemperatur
für Chlor	198	$\times 1{,}2 = 238$	239
» Brom	266	$\times 1{,}2 = 319$	318
» Jod	387	$\times 1{,}2 = 464$	454

Der Faktor wird zu 1,8 (= 1,5 . 1,2) bei: Aluminium, Antimon, Cadmium, Indium, Magnesium, Phosphor, Schwefel, Selen, Thallium und Zink und

zu 2,7 (= 1,5 . 1,8) bei:

Blei, Kalium, Natrium, Quecksilber, Rubidium, Wismuth und Zinn.

Gewisse Beziehungen zu den Eigenschaften der einzelnen Körper, namentlich der auf die Wärmeerscheinungen bezüglichen sind nicht zu verkennen, ein durchschlagendes Gesetz liess sich indessen nicht andeuten.

Bei den Verbindungen scheinen ähnliche Verhältnisse zu bestehen. Bei einer Zusammenstellung von organischen Verbindungen liegen indessen die Faktorenwerthe zwischen 1,2 und 1,8. Gerade bei diesen Verbindungen würde eine eingehende Untersuchung derartiger Beziehungen der Theorie sehr förderlich werden können. Es haben beispielsweise Blausäure und Anthracen, trotz ihrer sehr verschiedenen Zusammensetzung, den gleichen Faktor 1,2, während das so ähnlich zusammengesetzte α- und β-Naphtol die Faktoren 1,5 und resp. 1,4 besitzen.

Mit der Förderung der Erkenntnisse der gegenseitigen Beziehungen der einzelnen Erscheinungen an den Körpern, vermag man tiefer in das innere Wesen derselben einzudringen.

IV. *Die Temperaturen im Innern der obersten Erdschichten.*

Die beim Messen der Temperaturen der obersten Erdschichten in Bohrlöchern, Bergwerken und Tunnelanlagen erhaltenen Resultate weichen sehr von einander ab. Die Wärmeleitungsfähigkeit der Gesteine, der Einfluss eindringenden Wassers, die Zuströmung der Luft u. s. w. machen ihren Einfluss dabei geltend.

Die Resultate der als am zuverlässigsten angesehenen Messungen lassen sich durch die einfache Formel

$$t^2 = 1{,}8\,(T + 50)$$

darstellen, wenn t die beobachteten Temperaturen in Celsius-Graden, T die Tiefen in Metern bezeichnen.

Die Gegenüberstellung einiger berechneter und beobachteter Temperaturwerthe mag die Richtigkeit darlegen.

	Tiefe in Metern	Temperaturen berechnete	beobachtete	Ort der Beobachtung
$T =$	0	9,48°	9,50°	Mittel einer Anzahl Jahrestemperaturen mitteleuropäischer Orte
	3	9,75	9,70	Dresden
	27,6	11,80	11,60	Paris, Observatoire
	223	22,16	21,60	Sperenberg, Bohrloch
	414	26,89	26,60	» »
	669	35,97	35,90	» »
	828	39,75	39,40	» »
	1266	48,68	45,25	Schladebach »
	1390	50,90	48,10	» »
	1506	53,02	52,88	» »
	1626	54,91	55,00	» »
	1716	56,40	56,63	» »

Das 1268,6 m tiefe Sperenberg-Bohrloch in der Mark Brandenburg wurde durch dasjenige von Schladebach in Schlesien mit 1748,4 m (bei 1650 m unter der Meeresoberfläche) überholt. Die in letzterem erhaltenen Temperaturbestimmungen, namentlich in dem unteren Drittel, werden für besonders zuverlässig angesehen. In dem ersteren Bohrloche betrug die Maximaltemperatur 48,1° C., während die obige Formel 48,7° ergibt.

Graphisch aufgetragen liegen die beobachteten Temperaturwerthe nahe auf einer parabolischen Curve. Die älteren Werthe, wie diejenigen aus Gruben und Tunneln bleiben für die gleichen Tiefen unter obigen Werthen.

Beispielsweise ergaben:

Tiefe	Temperatur	Ort der Beobachtung
209 m	17,4°	Bex, Bohrloch
218 »	17,25	Rüdersdorf in der Mark Brandenburg »
528 »	27,75	Neusalzwerk »
738,5 m	34,0	Orley Mines, Bergwerk.

Es bleiben die Temperaturen der Bohrlöcher um 4, diejenige der Orley Mines (England) um 3,5° gegenüber den sich durch die Formel ergebenden Werthen zurück. Für die Beobachtungen im Gotthardtunnel bei 1300 m mittlerer Ueberlagerungshöhe ergab sich eine Temperatur von 30,5°, während in Mont-Cenis-Tunnel bei 1550 m Ueberlagerung 31° gemessen wurden. Hier betragen die Abweichungen gar 18°. In den Kohlenzechen St. André du Poirier, Frankreich, steigt sogar bei 1000 m Tiefe die Temperatur selten über 19°, während sie nach obiger Berechnung im Gestein 42° betragen sollte.

Die Temperatur des gefrorenen Bodens (bleibender Eisboden) beträgt, bei einer mittleren Lufttemperatur von — 9,7° bei Jakutzk

in 15,2 m Tiefe — 7,8°,
» 36,3 » » — 5,0°,
» 116,5 » » — 0,6°.

Es nimmt somit bei 116,5 m Tiefe die Temperatur um 9,1° nach unten zu. Nach obiger Formel sollte sie nur um 7,84° zunehmen.

In allen diesen Fällen machen sich ungleiche Einflüsse geltend, wodurch sich die Zahlenwerthe wohl ähnlichen aber nicht den gleichen Formeln anschliessen lassen. Da ferner über das Innere der Erde nichts bekannt ist und das tiefste Bohrloch noch verschwindend klein ist gegen den Erdradius von 6377 km, so kann nur

als Resultat der Rechnung angesehen werden, wenn nach obiger sich gut an die als am zuverlässigsten geltenden Beobachtungswerthe anschliessende Formel in 2220 km Tiefe eine Temperatur von 2000°, im Erdmittelpunkte eine solche von 3385° herrschen sollte.

Von einer mittleren Temperaturzunahme auf eine bestimmte Tiefe zu sprechen ist gerechtfertigt, nicht aber von einer solchen für unbestimmte Tiefen oder als allgemein geltende. Das Sperenberg-Bohrloch ergibt bis 828 m Tiefe für je 27,3 m eine Temperaturzunahme von 1 Grad C., dasjenige von Schladebach für je 36,5 m eine ebensolche. Für das Kissinger Bohrloch fände sich die geothermische Tiefe zu 26,9 m, da es bei 628 m Wasser von 32,8° auswirft. Nach obiger Formel sollte die Temperatur etwas höher, 33,4°, sein.

Diagnoses Vulsellarum

ex agris Aegyptiae nummuliticis,

auctore

C. Mayer-Eymar, Prof.

Maius 1891.

Significant: (1) rarissimum; (2) rarum; (3) non rarum: (4) frequens et (5) abundans.

E serie Vulsellae deperditae.

Vulsella angulosa, May.-Eym.

1861. Vulsella deperdita, Wood, Eoc. Biv., p. 35 (p. p.) t. 9, f. 2, a(?), b (non Lam.).

V. testa pæne æquivalvi, subtriangulari, obliqua, superne convexa, inferne planata, tenui; striis incrementi lamellosis, plus minusve crebris, irregularibus, ad latus anticum versus angulatis, latere cardinali postico foliaceo-crispatis; latere superiori obliquo, antico compresso, recto, postico longiore, obliquo, vix arcuato, inferiore angulato; umbonibus parvis, acutulis, plerumque prominentibus; cardine dilatato, triangulari, canali æquilaterali, areis validis, planis. — Long. circ. 37, lat. 27 mm.

Londinianum I: El Gus Abu Said, oasis Farafrah (3) Mus. Mon. (Bartonianum I: Barton).

Vulsella caudata, Frausch.

1863. Ostrea curvirostris. Schaffh., Leth., p. 142, t. 34, f. 9; t. 65 b, f. 18 (non Nils.).

1886. Vulsella caudata, Frausch., Nordalp., p. 77 (113), t. 6, f. 15.

V. testa subparva, pæne æquivalvi, transversa, ovato-acuta, compressa, inæquilaterali, tenui, lamellosa; lamellis tenuibus, irregularibus, plus minusve distantibus, ad latus anticum versus obtuse angulatis, ad marginem supernoposticum incrassatis, plus minusve crispatis; umbonibus prominentibus, acutis, plus minusve remotis; latere antico longiusculo, sensim acutato, angulato, postico breviore, obtuso; cardine leviter dilatato, triangulari, canali latiusculo, areis angustis; cicatricula musculi magna, subsemilunari. — Long. 42, lat. 19 mm.

Londinianum I: El Gus Abu Said (1) Mus. Mon. (Parisianum? I: Kressenberg).

E serie Vulsellae rugosae.

Vulsella chamiformis, May.-Eym.

V. testa subovali, leviter arcuata, crassula; valva

sinistra convexiuscula, lamellis incrementi depressis, crassiusculis, dorso subcrebris, ad latus inferum creberrimis, a striis radiantibus, tenuibus, crebris, crispato-decussatis; latere antico subrecto, postico valde arcuato; umbone laterali, recurvo; cardine reflexo, triangulari, canali latiusculo, profundiusculo, areis angustis; cicatricula musculi oblonga. — Long. 37, lat. 25 mm.

Parisianum I, a: Mokattam (1) Mus. Tur.

Vulsella deperdita, Lam.

1818. Vulsella deperdita, Lam., Anim. s. vert., vol. 6, p. 222.

1824. Vulsella depertita, Dsh., Env., vol. 1, p. 374, t. 65, f. 4—6.

1846. Vulsella falcata, Arch., in Mém., S. G., ser. 2, vol. 2, t. 8, f. 4 (non Münst.).

1850. Vulsella linguliformis, Arch., in Mém., S. G., ser. 2, vol. 3, t. 13, f. 6.

1853. Vulsella legumen, Arch., Inde, t. 24, f. 13.

1863. » folium, Schaffh., Leth., t. 34, f. 10.

1865. Perna elongata, Schaur., Coburg, p. 222, t. 17, f. 3.

1871. Vulsella crispata, Fisch., in Journ. de Conch., t. 11, f. 2.

1885. Vulsella Caillaudi, Zitt., Palæont., vol. 2, p. 40, f. 49.

V. testa subæquivalvi, juventute modo ovata, modo ovato-oblonga, ætate oblonga et angusta, plerumque recta, interdum leviter arcuata, plus minusve compressa, ætate interdum crassiuscula, striis incrementi irregularibus et inæqualibus, dorso sæpe angulatis, rugulosa; latere superiori obtuse triangulari, plus minusve obliquo, postice

plus minusve expanso, modo lævi vel tenue denticulato; modo irregulariter crispato-digitato, raro antice dentato, margine inferiori plus minusve obtuso; umbonibus parvis, ætate vix prominentibus; cardine obliquo, plerumque brevi, interdum, præsertim in adultis, longiusculo, canali triangulari, ætate sæpe, sicut area postica, ab expansione marginis apice subtecto, areis latis, planis; cicatriculis musculi oblongis. — Long. usque ad 160, lat. 43 mm.

Londinianum I: El Gus Abu Said (2) Mus. Mon.

Londinianum II: Minieh (1) Mus. Mon., Siut (3) Mus. Mon. et Tur., Risgat prope Thebae (1) Mus. Mon., Gebel Ter prope Esneh (3) Mus. Mon.

Parisianum I, a: Mokattam (3) Mus. Mon. et Tur., Minieh (4) Mus. Mon. et Tur., Beni Hassan (4) Mus. Mon.; I, b: Mokattam (2) Mus. Tur.; I, c: Mokattam (2) Mus. Mon. et Tur.; I, d: Mokattam (4—5), Wadi el Tih (4), Wadi Hof (4), Heluan (5) Mus. Mon. et Tur., Gebel Attaka (4) Mus. Par.

Parisianum II, a: Mokattam septentr., Fons Moïsae (3); II, b: Fons Moïsae (3), Regio aquilonaris montis Mokattam (5), Wadi el Tih (3—4); II, c: Mokattam, Wadi el Tih (4); II, d; Fons Moïsae (2—3); II, e: Mokattam occident. (4) Mus. Tur.

Bartonianum I: Regio meridio-orientalis oasis Ammonis (3) Mus. Mon.

E serie Vulsellae deperditae.

Vulsella dubia, Arch.

1847. Vulsella dubia, Arch., in Bull. S. G., ser. 2, vol. 4, p. 1010.

1850. Ostrea vulselliformis, Arch., in Mém. S. G., ser. 2, vol. 3, t. 13, f. 5.

Testa subparva, elongata, angusta, recta, dorso planata, subæquivalvis, tenuis, striis incrementi inæqualibus et irregularibus; umbones acuti, triangulares, ille valvae sinistrae paulo longior; latera anticum et posticum parallela, posticum longius; latus inferum obtuse angulatum. — Long. 35, lat. 10 mm.

Londinianum II: Siut (2) Mus. Mon.

Vulsella falcata, Münst.

1828. Vulsella falcata, Münst., in Käferst. Deutschl., vol. 6, p. 99.

1840. Vulsella falcata, Goldf., Petref., vol. 2, p. 103, t. 107, f. 10.

1846. Vulsella falcata, Arch., in Mém. S. G., ser. 2, vol. 2, t. 7, f. 3.

1863. Vulsella falcata, Schaffh., Leth., t. 36, f. 6.

1864. Vulsella anomala, Dsh., Anim. foss., vol. 2, p. 52, t. 76, f. 19—20?

Testa mediocris, longiuscula, variabilis, plerumque falcata, interdum oblique subovata, subæquivalvis, compressa, subtenuis, striis rugisque incrementi irregularibus; umbones parvuli; latus superum plus minusve oblique subtruncatum, latus inferum modo rotundatum, modo angulosum; cardo angustus, brevis, canali latiusculo, triangulari, areis angustis; cicatriculae musculi oblongae. — Long. 55, lat. 35 mm.

Londinianum I: El Gus Abu Said (2) Mus. Mon.

(Parisianum I, a: Parnes? Biarritz, Alpes etc.).

Parisianum I, d: Mokattam (2) Mus. Tur.

(Bartonianum I: Nicæa provincialis, Transilvania etc.)

E serie Vulsellae mytilinae.

Vulsella latilamella, May.-Eym.

Testa maxima, ovato-oblonga, apice acuta, complanata, solida, subæquivalvis, lamellis concentricis non multis, irregularibus, subflexuosis, ornata; umbones acutuli, triangulares; cardo majusculus, canali longiusculo, areis angustis; cicatriculae musculi oblongae. — Long. 165, lat. 88 mm.

Parisianum I, a: Minieh (2) Mus. Mon.

Parisianum II, b: Wadi el Tih (1) Mus. Tur.

E radicis nobis adhuc ignotis.

Vulsella macrocephala, May.-Eym.

V. testa mediocri; valva sinistra subovali, leviter arcuata, dorso convexa, superne crassissima, inferne sensim attenuata; lamellis concentricis numerosis, crassis, irregularibus, superne squamosis? inferne depressis; umbone maximo, revoluto, compresso obtusoque; cardine latissimo, canali latissimo, profundo, arcuato, areis latis, plano-concavis, inferne bene limitatis; cicatricula musculi subquadrata, cardini approximata; latere antico longo, arcuato, postico brevi, subtruncato, inferiori rotundato. — Long. 52, lat. 34 mm.

Parisianum II, b. — Regio montis Mokattam inter occasum brumalem et meridiem spectans (1) Mus. Tur.

Vulsella virgula, May.-Eym.

Testa parvula, subæquivalvis, valde arcuata, convexa, incrassata, lævis vel obsolete paucicostata (?); umbones laterales, obtusi, incurvi; latus superum protractum, obtuse angulatum, posticum longum, valde arcuatum, anticum breve, concavum, posticum attenuatum, obtusum;

cardo angustus, canali subæquilaterali, paulum profundus, areis angustis. — Long. 15, lat. 8½ mm.

Parisianum I, a: Mokattam (1) Mus. Tur.

Vulsella Zitteli, May.-Eym.

1883. Vulsella Zitteli, May.-Eym., in Zitt., Lyb. Wüste, pars 1, p. 107 (nomen).

V. testa subquadrata, paulo longiore quam lata, recta, crassula, subæquivalvi, concentrice striatula lamellosaque, costis radiantibus paucis (6 ad 10), inæqualibus, tegulatis, inferne subtriangularibus, dorso depressis, superne evanescentibus, postice nullis; latere postico leviter auriculato, in medio emarginato, antico late arcuato, superiori fere recto; umbone valvae dextrae parvulo, obtuso, valvae sinistrae majusculo, contorto; cardine valvae sinistrae plus minusve explicato; cicatriculis musculi magnis, subpiriformibus. — Long. 58, lat. 48 mm.

Var. meleagrinoides. Testa subtriangula, ala postica paulo longiore.

Var. ecostata. Testa ovato-oblonga, lamellis concentricis numerosioribus , costis longitudinalibus obsoletis vel evanescentibus.

Londinianum I: El Gus Abu Said (4), Nokba (1), oasis Farafrah. Mus. Mon.

Geometrische Mittheilungen.

Von

Wilh. Fiedler.

XII. Metrisch specielle Kegel zweiten Grades in Centralprojection.

Im 2. Bd. des Journals von Crelle p. 292 unter Nr. 12 von J. Steiner mitgetheilt und später in seinem Werke «Systematische Entwickelung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten von einander» (1832) in § 53 unter II (Vergl. «Werke» I, p. 386) begegnet man den Erzeugungen 1) und 2) von zwei besonderen Kegeln zweiten Grades und entsprechender einfacher Hyperboloide, welche zwar schon früher vorkommen — man nennt Hachette für den Kegel und Binet für das Hyperboloid nach Bd. 1 und 2 der «Correspondance sur l'école impér. polytechn.» — aber besonders seitdem Gegenstand mehrseitiger Untersuchungen gewesen sind. (Vergl. die Literaturangaben in Salmon-Fiedler's «Anal. Geom. des Raumes» 3. Aufl. Bd. I, p. XV (20) und in G. II, p. 548 f.)

1. Dreht sich ein rechter Linienwinkel so um seinen Scheitel, der in der Durchschnittslinie von zwei festen Ebenen liegt, dass sich seine Schenkel stets in diesen Ebenen befinden, so berührt seine Ebene beständig einen besonderen Kegel zweiten Grades, dessen Mittelpunkt der feste Scheitel ist und der die zwei festen Ebenen in denjenigen Geraden berührt, welche zu ihrer Durchschnittslinie senkrecht sind.

2. Bewegt sich ein rechter Flächenwinkel so, dass seine Ebenen stets durch zwei feste, sich in einem Punkte schneidende Gerade gehen, so beschreibt seine Kante einen

besonderen Kegel zweiten Grades, dessen Mittelpunkt jener Durchschnittspunkt ist und der von jeder Ebene, die zur einen oder andern von jenen Geraden senkrecht ist, in einem Kreise geschnitten wird, von welchem die Endpunkte eines Durchmessers in diesen Geraden liegen.

Man kann in diesen Angaben Steiner's sogleich zweierlei vermissen; in dem ersten Satze, dass der Kegel die Normalen der festen Ebenen im Scheitel zu Focalstrahlen hat, und im zweiten, dass die Normalebenen zur Verbindungsebene der festen Geraden durch diese die zugehörigen Tangentialebenen des Kegels sind.

Ich habe in G. I, § 11,5 die zweite Erzeugung unter die einfachsten Constructionen gestellt, welche sich gründen auf den centralprojectivischeu Zusammenhang von Geraden und Ebenen, die zu einander normal sind; ich nahm den Schnittpunkt der festen Geraden als Projectionscentrum C und setzte die Bildebene als normal zu der einen von ihnen in C_1 fest; war dann A der Fusspunkt der andern festen Geraden CA in der Bildebene (Fig. 1), so ergab für eine beliebige durch A in der Bildebene gezogene Gerade als Spur einer Ebene durch CA die zu ihr aus C_1 gezogene Senkrechte die Spur der durch C_1 gehenden und zu jener normalen Ebene, und der Durchschnittspunkt B von beiden Geraden den Fusspunkt der Schnittlinie beider in der Bildebene, einen Punkt der Spur des Kegels der zweiten Erzeugung. Der Punkt B durchläuft also mit der Drehung des angenommenen Strahles um A den über dem Durchmesser AC_1 in der Bildebene beschriebenen Kreis; und es ist evident, dass die Senkrechten zu AC_1 in A und in C_1, die zugehörigen Tangenten des Spurkreises und die Spuren der längs CA und CC_1 resp. den Kegel berührenden Tangentialebenen, auch

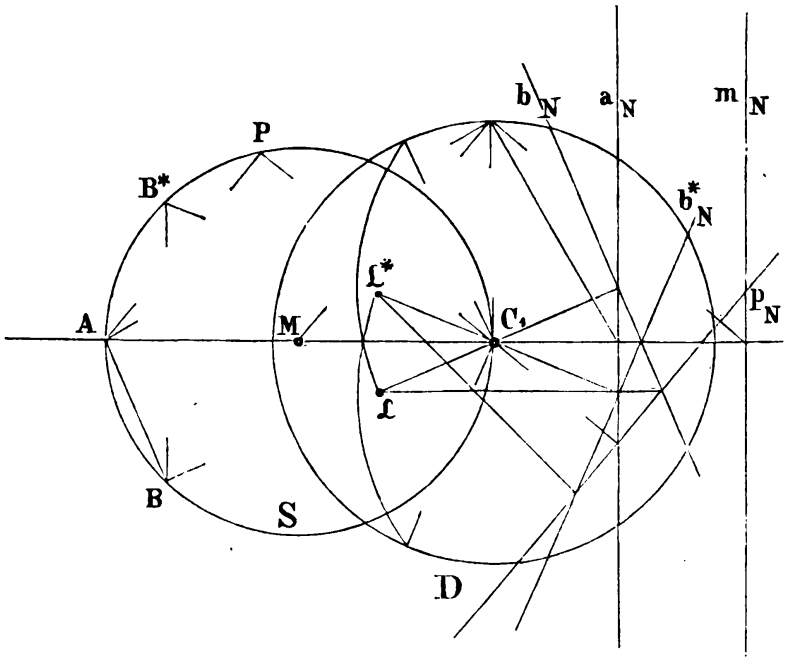
die Spuren der durch CA und CC_1 resp. gelegten Normalebenen zur Ebene ACC_1 sind.

In G. I, § 28,7 habe ich auch die erste Erzeugung behandelt, indem ich voraussetzte, dass die festen Ebenen die Normale zur Bildebene CC_1 zu ihrer Durchschnittslinie haben; die Spur des entstehenden Kegels ist eine Hyperbel, die die Spuren der festen Ebenen zu Asymptoten hat, gemäss der Angabe, dass die zur Schnittlinie CC_1 in C in beiden Ebenen errichteten Senkrechten ihre Berührungserzeugenden mit dem Kegel sind — denn die Construction zeigt sofort, dass die von C_1 aus gemessenen Abschnitte in den Spuren der festen Ebenen, welche die bewegliche Ebene hervorbringt, constantes Product haben, die charakteristische Relation der erzeugenden projectivischen Reihen auf den Asymptoten.

Nimmt man die festen Ebenen aber so, dass die eine die Verschwindungsebene und die andere eine beliebige projicierende Ebene ist, so erhält man die Spuren der Ebenen des rechten Linienwinkels in 1) als die in ihren Schnittpunkten mit der Spur jener projicierenden Ebene auf den von ihnen nach C_1 gehenden Geraden errichteten Senkrechten; man sieht damit, dass die Spur des Kegels 1) eine Parabel wird, die C_1 zum Brennpunkt und die Spur der schiefen festen Ebene zur Scheiteltangente hat. (Vergl. G. I, § 36,10.)

Damit ist aber auch die natürliche Verbindung beider Constructionen angezeigt, in welcher unsere Figur sie giebt: Man nimmt die Spur der festen schiefen projicierenden Ebene der Erzeugung 1) als Spur a_N der projicierenden Normalebene zur schiefen projicierenden Geraden CA der Erzeugung 2), sowie schon die Verschwindungsebene zur Geraden CC_1 normal ist. Dann erhält man

gleichzeitig mit dem Punkte B vom Spurkreis des Kegels 2) die Tangente b_N der Spurparabel des Kegels 1) und aus der Tangente jenes Kreises in B den Berührungspunkt der Parabel mit der Tangente b_N, nämlich als Normalenfluchtpunkt der nach jener gehenden Tangentialebene. Der eine Kegel ist der Normalen- oder Supplementarkegel des anderen, die Parabel die Polarfigur des Kreises in demjenigen Polarsystem in der Bildebene, für welches der Distanzkreis die symmetrisch harmonische Darstellung ihres Directrixkreises ist. (Siehe G. III, § 73.) So erhellen aus den wenigen Linien unserer Constructionsfigur die altbekannten Grundeigenschaften beider Kegel.



Aber die nämliche einfache Figur macht auch die weitere Eigenschaft derselben unmittelbar ersichtlich, welche bei allen früheren Untersuchungen nicht entdeckt worden war und die ich in ganz anderer Behandlung im 1. Bd. der

3. Auflage meines Werkes «Analytische Geometrie des Raumes» nach G. Salmon (Vergl. § 231,5 f. und § 121,2 f.) und auch in der ersten dieser Geometr. Mittheilungen, Bd. 24, p. 151—164 der «Vierteljahrsschrift» veröffentlichte; unsere Kegel und Hyperboloide dienten an beiden genannten Orten als Beispiele der allgemeinen Transformation der projectivischen Coordinaten, die ich unmittelbar nach der ersten Veröffentlichung derselben in Bd. 16, p. 55 f. der «Vierteljahrsschrift» entwickelte, und sie dienten in dem genannten Werke zugleich als interessante Beispiele für die Theorie der allgemeinen projectivischen Maassbestimmung.

Nimmt man nun in unserer Figur zu einem Punkte B des Spurkreises vom Kegel 2) den orthogonalsymmetrischen B^* in Bezug auf seinen Durchmesser AC_1, so entspricht diesem auch unter den Tangenten der Parabel die zu b_N orthogonalsymmetrische b^*_N in Bezug auf denselben Durchmesser, der ja auch die Axe der Parabel ist. Ist dann P ein weiterer beliebiger Punkt jenes Spurkreises und p_N die zugehörige Tangente der parabolischen Spur des Kegels 1), so zeigt die Figur, dass die Flächenwinkel gleich gross sind, welche an den Erzeugenden CB und CB^* mit den Erzeugenden CA und CP des über dem Kreise stehenden Kegels bestimmt werden, also dass $\angle\, A\,(CB)\,P = \angle\, A\,(CB^*)\,P$ ist. Denn sie misst diese Flächenwinkel als die Winkel zwischen den Schnittlinien der Normalebenen dieser Erzeugenden Cb_N, Cb^*_N mit Ca_N, Cp_N. Und da C_1 der Brennpunkt der von ihren Spuren b_N, b^*_N, a_N, p_N umhüllten Parabel ist, so besagt nach der Symmetrie von b_N und b^*_N zu der zu a_N senkrechten Parabelaxe die Gleichheit der Winkel am Brennpunkt (G. I, § 36,9) sowohl die Gleichheit der Strecken auf b_N und b^*_N, die

zwischen a_N und p_N liegen, als auch die Gleichheit der Winkel über ihnen, welche an den mit den projicierenden Ebenen Cb_N und Cb^*_N umgelegten Centren $\mathfrak{C}$ und $\mathfrak{C}^*$ entstehen. Die Figur beweist also für unsere Kegel ganz unmittelbar meinen Doppelsatz: Auf jedem Paar von Tangentialebenen des Kegels 1), welches zu seiner zur Schnittlinie der festen Ebenen normalen Diametralebene orthogonalsymmetrisch liegt, bestimmen je zwei andre Tangentialebenen desselben Kegels gleiche Linienwinkel oder der Kegel entsteht durch projectivische gleichwinklige Strahlbüschel in diesen. An jedem Paar von Erzeugenden des Kegels 2), welche zur Verbindungsebene der festen Erzeugenden des alten Satzes orthog.-symmetrisch liegen, bestimmen irgend zwei andre Erzeugende desselben Kegels gleiche Flächenwinkel (Vergl. G. II, § 36,12 f.) oder der Kegel entsteht durch projectivische gleichwinklige Ebenenbüschel um diese. Während die Erzeugung aus projectivischen Strahlen- oder Ebenenbüscheln mit orthogonaler Zuordnung unsere Kegel je auf eine einzige Art zu bilden gestattet, lassen sie sich auf je einfach unendlich viele Arten aus projectivisch gleichwinkligen Strahlen- oder Ebenenbüscheln erzeugen. Mit Uebertragung auf die einfachen Hyperboloide, welche unsere Kegel zu Asymptotenkegeln haben (G. II, § 37), wobei ich mich nicht aufhalte.

An dieselbe Darstellung schliesst sich auch die Beweisführung an, welche Chasles im 1. Bd. des Journals von Lionville (1836) p. 324—338 gegeben hat für seine Sätze über die Constanz der Abstandsverhältnisse der Punkte des Kegels 2) von zwei Geraden, welche zu den festen Geraden CA, CC_1 und somit zum Kegel harmonisch liegen; und über die Constanz des Sinusverhältnisses der Winkel, welche eine beliebige Ebene des Kegels

1) mit zwei Ebenen macht, die mit den festen zu CC_1 und CA resp. normalen Ebenen ein harmonisches Büschel bilden — wiederum mit Uebertragung auf die zugehörigen Hyperboloide. Der erste dieser Sätze ist sehr eingehend im 85. Bd. des Journals für Mathematik (p. 26—79, 1878) von Prof. Schröter behandelt und durch den Nachweis ergänzt worden, dass die zu jenen zwei Geraden jeweilen gehörigen Ebeneninvolutionen in Bezug auf den Kegel oder das Hyperboloid insbesondere Rechtwinkel-Involutionen sind, und dass jede dieser beiden Bestimmungen die andere fordert.

Wenn nun die bisher besprochene Darstellung vorzugsweise geeignet ist, die Haupteigenschaften unserer Kegel und Hyperboloide sofort ans Licht zu stellen, so ist doch auch die Darstellung im allgemeinen Fall der Lage der gegebenen Erzeugenden oder Tangentialebenen von analoger Einfachheit; ich will aber nicht ihn, sondern den Fall der Symmetrie jener Elemente zur Verschwindungsebene besprechen, der immerhin übersichtlicher ist. Wir haben dann die Fusspunkte A, A_0 der Strahlen der orthogonalen Erzeugung in 2) äquidistant von C_1 in demselben Durchmesser des Distanzkreises resp. die Spuren der festen Ebenen als von C_1 gleich entfernte Parallelen. Construieren wir zu jenen die Kegel der orthogonalen Ebenenpaare oder — natürlich zu Scheitelkanten von der symmetrischen Lage wie CB, CB^* vorher — der gleichwinkligen Ebenenbüschel, so erhalten wir dabei den Kegel der orthogonalen Linienpaare und der gleichwinkligen Strahlenbüschel mit, nämlich jene in den Normalebenen der festen Strahlenpaare, und diese in den Normalebenen der symmetrischen. Zieht man durch A in der Tafel eine beliebige Gerade x als Spur einer durch CA

gehenden Ebene, so folgt die Spur der zu ihr normalen Ebene durch CA_0, wenn wir den Normalenfluchtpunkt (G. I, § 10) X_n von x mit A_0 durch eine Gerade x_n verbinden; ihr Schnittpunkt B mit x ist der Fusspunkt B einer Erzeugenden des Kegels 2) oder der Fluchtpunkt einer Erzeugenden eines zugehörigen Hyperboloids, deren Spurpunkt dann durch die Forderung völlig bestimmt ist, dass sie die beiden gegebenen windschiefen Geraden mit den Fluchtpunkten A und A_0 schneidet. (G. I, § 8,8.)

Nun liegen aber die Normalfluchtpunkte der Ebenen Cx, weil sie durch CA gehen, in der Fluchtlinie aller Normalebenen zu CA, sagen wir in a_N wie vorher, und die Construction gestaltet sich so: Zieht man x durch A, senkrecht zu ihr p durch C_1 bis X_n in a_N, so ist die Gerade $A_0 X_n$ der mit x in B zusammentreffende Strahl x_n. Zieht man x_0 parallel zu x durch A_0, so giebt dieselbe Senkrechte p von C_1 aus in $a^0{}_N$, der Normalebenenfluchtlinie für CA_0, den Punkt $X^0{}_n$, der mit A verbunden den zu x_n parallelen und für C_1 symmetrischen Strahl $x^0{}_n$ nach B_0 am andern Ende des Durchmessers $C_1 B$.

Sucht man die durch CX_n gehende Ebene, welche aus den festen Ebenen Ca_N und $Ca^0{}_N$ Gerade ausschneidet, die zu einander rechtwinklig sind, so findet man den Schnittpunkt X_0 ihrer Spur b_N mit $a^0{}_N$ in der Spur der projicierenden Normalebene zu CX_n, d. h. in x, und zugleich in dem Perpendikel $p^0{}_n$ aus C_1 zu $x^0{}_n$; $X_0 X_n$ ist die Spur einer Ebene des Kegels 1), und zwar die Spur b_n der entsprechenden zur Erzeugenden CB des Kegels 2); oder BB_0 ist rechtwinklig zu $X_0 X_n$, wie auch zu $XX^0{}_n$, der Spur $b^0{}_N$ der Ebene des Kegels 1), die der Erzeugenden CB_0 des Kegels 2) entspricht. Der Ort von B ist die Spur des Kegels 2) und die Enveloppe von b_N die des

zugehörigen Kegels 1), die Polarfigur zu jener in dem Polarsystem in der Bildebene, das den Distanzkreis zur symmetrisch-harmonischen Darstellung seiner Directrix hat.

Nimmt man zu B oder B_0 den in Bezug auf den Durchmesser AA_0 orthogonal symmetrischen Punkt B^* resp. B^*_0, so gehören zu diesen als Spuren der entsprechenden Ebenen des Kegels 1) resp. die in Bezug auf denselben Durchmesser zu b_N und $b^0{}_N$ orthogonalsymmetrischen Geraden; die Erzeugenden CB, CB^* sind Scheitelkanten gleichwinkliger projectivischer Ebenenbüschel, die den Kegel 2) erzeugen; diese Tangentialebenen enthalten die gleichen projectivischen Strahlenbüschel, die den Kegel 1) hervorbringen.

Ich gebe noch den algebraischen Ausdruck. Ist für die erste Darstellung $C_1A = 2a$ und r der Radius des Distanzkreises, so erhält man mit C_1A als Axe der x und C_1 als Anfangspunkt für rechtwinklige Cartesisch-Plücker'sche Coordinaten die Gleichung des Spurkreises

$$x^2 + 2ax + y^2 = 0$$

und die der Spurparabel

$$\xi^2 + \eta^2 + 2\xi\frac{a}{r^2} = 0 \text{ oder } y^2 = -2\frac{r^2}{a}x + \frac{r^4}{a^2},$$

mit dem Parameter $\frac{r^2}{a}$ und mit der dem Mittelpunkte des Kreises als Polare oder Normalebenenfluchtlinie entsprechenden Geraden als Directrix. Für X, Y, Z als die rechtwinkligen Coordinaten eines Punktes auf dem Kegelmantel unter Festhaltung der Axen x und y in der Bildebene erhält man aus der Gleichung der Leitcurve die Gleichung des Kegels in beiden Fällen durch die Substitution

$$x = \frac{rX}{r-Z},\ y = \frac{rY}{r-Z}.$$

Der Gesammtheit der in C_1 sich berührenden Kreise, einem

Büschel mit dem Berührungselement in C_1 und den imaginären Kreispunkten im Unendlichen oder den absoluten Punkten der Bildebene (G. I. § 31,8) als Grundpunkten entspricht die specielle Parabelschaar mit dem Berührungselement auf C_1A in der unendlich fernen Geraden und den absoluten Geraden aus C_1 als Grundtangenten.

Für dieselben Axen wie vorher und mit $C_1A_0 = AC_1 = a$ erhält man dagegen nach der letzten symmetrischen Annahme die Gleichung der Spur des Kegels 2) mit

$$r^2 x^2 + (r^2 - a^2) y^2 = a^2 r^2,$$

und durch die schon angegebene Substitution unter Ersetzung von Z durch $Z + r$ die Gleichung des Kegels 2) in der Form

$$\frac{X^2}{a^2 (r^2 - a^2)} + \frac{Y^2}{a^2 r^2} - \frac{Z^2}{r^2 (r^2 - a^2)} = 0$$

mit der charakteristischen Relation der Coefficienten, welche ihm zukommt. (Siehe «Analyt. Geom. des Raumes» nach G. Salmon Bd. 1, § 121,3.)

Analog entsteht die Gleichung der Spur des Kegels 1) in der Form

$$\frac{r^4}{a^2} \xi^2 + \frac{r^2 (r^2 - a^2)}{a^2} \eta^2 = 1$$

oder in Punktcoordinaten

$$a^2 (r^2 - a^2) x^2 + a^2 r^2 y^2 - r^4 (r^2 - a^2) = 0.$$

Die Spuren 2) bilden ein Büschel mit der reellen Grenzform $x = \pm r$. Ist a sehr klein gegen r, so ist 2) nahezu ein Kreis — mit $a = 0$ erhält man $x^2 + y^2 = 0$; $a = r \sqrt{\frac{1}{2}}$ macht sie zur gleichseitigen Ellipse

$$2 x^2 + y^2 = r^2$$

(siehe «Geom. Mitth.» X. Bd. 35, p. 335, etc.); für $a = r$ degeneriert sie in jenes reelle Linienpaar als parabolische Grenzform — ein orthogonales Paar projicierender Ebenen

bildet den Kegel 2), das zugehörige orthogonale Strahlenpaar den Kegel 1), zugleich cyklische Ebenen und Focalstrahlen resp.; $a = r\sqrt{2}$ liefert die gleichseitige Hyperbel

$$x^2 - y^2 = 2r^2;$$

ist a sehr gross gegen r, so wird die Hyperbel 2) immer spitzwinkliger, da für $a = mr$ die Asymptoten der Hyperbel durch $x \pm y\sqrt{m-1}$ ausgedrückt sind. Wir erinnern allgemein, dass die Ebenen Ca_N und $Ca^0{}_N$ den cyklischen Ebenen des Kegels 2) parallel sind und dass die Geraden CA und CA^0 die Focalstrahlen des Kegels 1) bilden.

Nach unserer letzten Construction sind aber auch die Dreiecke BX_0X_n und $B_0XX_n{}^0$ Polardreiecke in dem elliptischen Polarsystem des Distanzkreises und bestimmen nach ihrer centrisch symmetrischen Lage mit einander zwei Kegelschnitte vom Mittelpunkt C_1, nämlich den einen durch ihre sechs Ecken und den andern durch ihre sechs Seiten, die Spuren von Kegeln aus C, deren erster unendlich viele Tripel orthogonaler Erzeugenden enthält, während dem zweiten unendlich viele Tripel orthogonaler Tangentialebenen angehören. (Vergl. G. II, § 37,19 f.) Ich will das nicht weiter ausführen.

Die Durchführung der Constructionen für den allgemeinen Fall der Lage hat denselben einfachen Verlauf: Aus beliebigen A, A_0 folgen die a_N und $a^0{}_N$ als ihre Normalebenenfluchtlinien; x durch A liefert mittelst seines Perpendikels aus C_1 auf a_N den Punkt X_n, der mit A_0 verbunden x_n und den Punkt B für die Spur des Kegels 2) oder für die Fluchtlinie eines zugehörigen Hyperboloids ergiebt, die Normale zu C_1B durch X_n ist b_N für den Kegel 1). Die Projectivität erzeugender Büschel um A und A_0 bei 2) und die Projectivität erzeugender Reihen

auf a_x und $a^2{}_x$ bei 1) erhellt aus der Figur so einfach wie vorher und alle entwickelten Beziehungen bleiben bestehen.

Es sei erlaubt, dem Vorigen einige Bemerkungen anzuschliessen, welche gleichfalls mit meinen früheren Veröffentlichungen, zum wesentlichen Theil in dieser Vierteljahrsschrift, in engstem Zusammenhange stehen. Als ich 1869 mein Buch über die darstellende Geometrie abfasste, kam es mir nur darauf an, die Grundgedanken meiner neuen Behandlungsmethode zu betonen. Also den natürlichen Ausgangspunkt in der Centralprojection; die Ableitung der projectivischen Geometrie aus derselben als Inbegriff der Hülfsmittel, die für alle weiteren Untersuchungen anzuwenden und hinreichend sind, die naturgemässe Anordnung der Lehre von den Curven und Flächen, wodurch die darstellende Geometrie zur natürlichen Einführung in die Geometrie der Lage wird, inbegriffen z. B. die geometrische Untersuchung der Raumcurven vierter Ordnung erster Art, die hier zum ersten mal wenigstens in den an das Quadrupel ihrer doppelt projicierenden Kegel sich anschliessenden Elementen gegeben ist; endlich in der Lehre von den projectivischen Coordinaten den Nachweis, wie ganz direct die algebraisch-analytische Bestimmungs- und Ausdrucksweise aus den Grundanschauungen der projectivischen Geometrie hervorgeht. Die Raschheit, mit der die 2. Aufl. folgen musste, nöthigte trotz zahlreicher Vervollständigungen im Einzelnen doch zur Beibehaltung des ursprünglichen Umfangs im Ganzen. Erst in der von 1882 ab veröffentlichten 3. Aufl. liess der Plan auf Verwandlung der drei Theile des Werkes in drei Bände mit der erweiterten Behandlung aller wichtigeren

einbezogenen Objecte und Probleme sich zur Ausführung bringen, sodass nun der erste Band die Methoden der darstellenden und die Elemente der projectivischen Geometrie enthält (1883), der zweite die darstellende Geometrie der krummen Linien und Flächen (1885), und der dritte die construierende und analytische Geometrie der Lage (1888), wobei natürlich Themata wie die Lehre von den Flächen zweiter Ordnung, ihren Durchdringungscurven und gemeinsamen developpablen Flächen sich durch beide letzte Bände hindurchziehen müssen.

Für vieles fand ich da erst Raum, so z. B. 1) für das Material, das ich seit der Entwickelung der projectivischen Coordinaten — erste Veröffentlichung in Bd. 15 dieser Vierteljahrsschrift — hauptsächlich für Uebungen der Studierenden anlässlich meiner Vorlesungen über diesen Gegenstand verwendete. Ein erster Theil desselben knüpfte sich an die speciellen Fälle der Coordinatenbestimmung; also in erster Linie an die durch besondre Wahl der Einheit-Elemente entstehenden: Die Dreilinien- und Viereben-Coordinaten, wenn der Einheitpunkt E der Mittelpunkt eines dem Fundamentaldreieck $A_1 A_2 A_3$ eingeschriebenen Kreises resp. einer dem Fundamental-Tetraeder $A_1 A_2 A_3 A_4$ eingeschriebenen Kugel ist; die Flächen- und resp. Volumen-Coordinaten, wenn er mit dem Schwerpunkt des Fundamental-Dreiecks oder -Tetraeders zusammen fällt; die Dreipunktcoordinaten der geraden Linie in der Ebene und die Vierpunktcoordinaten der Ebene im dreidimensionalen Raum, wenn die Einheitgerade resp. Einheitebene als unendlich fern angenommen wird (siehe G. III, §§ 15, 20, 23); eine Vereinigung dieser besonderen Coordinatenbestimmungen erhält man in den regulären Coordinaten (G. III, § 18,6; § 23), welche aus der An-

nahme eines regulären Dreiecks oder Tetraeders als fundamental und seines Mittelpunkts und Schwerpunktes als Einheitpunkt sowie der unendlich fernen Geraden oder Ebene als Einheitlinie und Ebene resp. entspringen (vergl. verbundene x und ξ Coordinaten G. III, § 20) und die daher zugleich Vierpunkt-, Vierebenen- und Volumen-Coordinaten sind, etc. Doch war in diesem Gebiete mehr nur die organische Verbindung des schon Bekannten als nach Möbius, Plücker, Cayley und Salmon eigentlich Neues zu entdecken. In zweiter Linie knüpfen sie sich an die speciellen Formen der Fundamentalsysteme, welche durch Aufnahme von unendlich fernen Elementen in dieselben entspringen: Die Streifencoordinaten in der Ebene und die prismatischen Coordinaten im Raume (vergl. G. III, § 18 Schluss, Fig. 21 und § 23, Fig. 26), wie ich sie nannte, wo eine Ecke A_1 des Fundamentaldreiecks und resp. des Fundamentaltetraeders unendlich entfernt liegt und wieder durch Wahl der Einheitlinie parallel der einzigen begrenzten Seite resp. der Einheitebene parallel der einzigen völlig begrenzten Fläche zweckmässig specialisiert wird; man kann sie durch die Voraussetzung der Rechtwinkligkeit des Streifens (bei A_2, A_3) resp. des Prisma's an den Kanten $A_2 A_3$, $A_3 A_4$, $A_4 A_2$), endlich im letzten Falle durch Annahme der Basis $A_2 A_3 A_4$ als regelmässiges Dreieck noch weiter specialisieren. Dass diese Coordinatenbestimmungen den Cartesischen und den Plücker'schen dualistisch gegenüberstehen, die eine Seite des Fundamentaldreiecks resp. eine Fläche des Fundamentaltetraeders unendlich fern voraussetzen und eben dadurch aus den allgemeinen projectivischen hervorgehen, ist evident und gelangt in den betreffenden Entwickelungen zu genauer Ausprägung. Ausser ihnen aber und

nur im Raum von drei Dimensionen erhalten wir durch die Voraussetzung, dass eine Kante des Fundamentaltetraeders $A_3\ A_4$ unendlich fern sei, das Coordinatensystem, welches ich als Keilcoordinaten bezeichnet habe (G. III, § 23, Fig. 28) und wo zwei Flächen $\mathbf{A}_3$, $\mathbf{A}_4$ des fund. Tetraeders als unbegrenzte Parallelstreifen sich in der einen begrenzten Kante $A_1\ A_2$ schneiden, während die zwei andern $\mathbf{A}_1$, $\mathbf{A}_2$ als von ihnen getrennte gleiche parallele Winkelflächen erscheinen. Auch diese Keilcoordinaten können noch metrisch specialisiert werden durch die Annahme, dass die im Endlichen liegenden Ecken A_1, A_2 des Fundamentaltetraeders trirectangulär sein sollen, und weiter durch die Wahl der Einheitebene als parallel zur endlich begrenzten Kante und als gleich oder unter 45° geneigt zu den durch sie gehenden Fundamentalebenen $\mathbf{A}_3$, $\mathbf{A}_4$. Ich habe in Nr. I der «Geom. Mittheilungen», Bd. 24 dieser Vierteljahrsschrift, die prismatischen Coordinaten mit ihrer Dualität zu den Cartesisch-Plücker'schen besprochen (vergl. a. a. O. p. 164 f.) und zweckmässige Beispiele ihrer Anwendung angegeben; ich habe an demselben Orte p. 156 f. aber auch die letztgenannten Keilcoordinaten entwickelt, mit A_3, A_4 als den Richtungen zweier windschiefen und beliebigen Geraden und $A_1\ A_2$ als ihrer kürzesten Distanz, weil in Anwendung auf das Beispiel der orthogonalen Hyperboloide, resp. die zweckmässigen Transformationen seiner Gleichungen in Bezug auf verschiedene aus seiner Entstehung entspringende naturgemässe Fundamentalsysteme. Ebendort p. 161 f. habe ich auch die Transformation auf die dem Falle gemässen regulärsten Coordinatentetraeder gezeigt, zwei Tetraeder (siehe Fig. 4 in der zugehörigen Tafel), welche je aus zwei Erzeugenden derselben Schaar durch die Haupt-

scheitelpunkte des elliptischen Hauptschnittes und aus den zwei Erzeugenden der andern Schaar durch die Nebenscheitel desselben gebildet sind, welche daher denselben Schwerpunkt haben und sich zu dem rechtwinkligen man darf sagen Axenparallelepiped des orthogonalen Hyperboloids ergänzen; sodass für a, b, c als die halben Längen seiner zu x, y, z resp. parallelen Kanten, die zugleich die Halbaxenlängen des Hyperboloids sind, die Relation $a^2 b^2 + b^2 c^2 = c^2 a^2$ besteht, wie p. 74. An demselben Orte habe ich auch die Ableitung der metrischen Relationen durch Transformation für alle diese Coordinatensysteme angedeutet und für die allgemeinen ausgeführt.

Ich denke, diese alten Beispiele zeigen deutlich, dass ich alle die erwähnten zweckmässigen speciellen Arten der Coordinaten sofort aus meiner Theorie der projectivischen Coordinaten entwickelt habe. Ich darf das wohl gegenüber der Thatsache hervorheben, dass einige davon wie die Streifencoordinaten in der Ebene und die prismatischen Coordinaten für den Raum von anderen Autoren aufgestellt und als neu behandelt worden sind, so z. B. jene von Prof. M. d'Ocagne in den «Nouvelles Ann. de Mathém.» von 1884, 1887 und in einer besondern Schrift «Coordin. parall. et axiales» Paris 1885, und diese von Prof. V. Schlegel in einer Mittheilung an die «Association française pour l'avanc. des Sciences» beim Congrès de Grenoble 1885. Und ich hebe es hervor, nicht in der Absicht, die Selbständigkeit dieser Autoren und der übrigen nicht Genannten, die im gleichen Falle sind, zu bemängeln, sondern nur, um zu constatieren, wie meine projectivischen Coordinaten mich unmittelbar und nothwendig zu allen diesen speciellen Systemen leiteten und ihre gemeinsame Quelle waren.

Ich darf erinnern, wie bereits 1873 (Bd. 6 der «Math. Ann.», p. 143) Prof. Klein meine Coordinatendefinition als den nothwendigen Ausgangspunkt anerkannte für eine rein projectivische Begründung der analytischen Geometrie; und es erfreute mich zu sehen, dass neuestens Prof. F. Lindemann in dem schönen und gehaltreichen ersten Theil des zweiten Bandes seiner «Vorlesungen über Geometrie unter besonderer Benutzung der Vorträge von Alfred Clebsch» (Leipzig, 1891) dieselbe Ansicht umfassend begründet. In diesem Werk sind auch meine unmittelbar an die Entwickelung der Coordinaten selbst angeknüpften Formeln der Transformation der projectivischen Coordinaten von einem Fundamentalsystem auf irgend ein andres mit den einfachen Regeln der geometrischen Deutung aller ihrer Coefficienten (die ich vorher zu erwähnen hatte) zu Ehren gebracht (vergl. a. a. O. p. 92—94 u. f.; und in meinem Werke 1. Aufl. 1871, p. 566 f., 2. Aufl. 1875 p. 601 f. und 604 f. und 3. Aufl. Bd. 3, p. 412 f., 415 f., 420).

2. Ebenso wie für die Darstellung der projectivischen Coordinaten hatte auch für die geometrische Behandlung und Theorie der Durchdringungscurven von Flächen zweiten Grades die Beschränkung auf einen Band in den beiden ersten Auflagen meines Werkes die äusserste Einschränkung nothwendig gemacht, ebensowohl in der mehr darstellend geometrischen Entwickelung in dem 2. Th. Curven und Oberflächen, wie noch mehr in dem 3. der Geometrie der Lage gewidmeten Theile. Ich habe aber von Anfang an den in allen früheren darstellend geometrischen Werken hergebrachten Mangel einer genaueren Behandlung dieser häufigst vorkommenden Durchdringungsformen für unstatthaft gehalten und es als eine Hauptaufgabe meiner wissen-

schaftlichen Neugestaltung angesehen, dass gezeigt werde, wie man mit den entwickelten Constructionsmitteln zur Kenntniss der Hauptdaten ihrer geometrischen Theorie gelangen kann, besonders soweit sie mit den Constructionsproblemen zusammenhängen; die Gründe und Umstände, welche es verständlich machen, dass Hachette's Programm von 1808 darüber («Corresp. sur l'école polytechn.» Bd. 1, p. 368 — vergl. G. II, Vorrede p. VI) nicht nur nicht ausgeführt, sondern durch zwei Menschenalter scheinbar gänzlich vergessen ward, schienen mir ganz und gar nicht mehr zu bestehen. Ich gab von Anfang meiner Hochschulthätigkeit (1864) an eine sorgfältige graphische Behandlung der doppeltgekrümmten Curve dritter Ordnung und ihrer Tangentenfläche, da ja durch die Centralprojection das Auge nach jedem Punkte des Raumes, in jeden Punkt der Tangentenfläche und der Curve selbst verlegt werden konnte; ebenso für die Curve vierter Ordnung erster Art — und ich sah, als ich in ihrer Projection aus einem in ihr gelegenen Centrum als allgemeine Curve dritter Ordnung die Erzeugung aus zwei projectivischen Involutionen mit sich selbst entsprechendem Scheitelstrahl oder mittelst eines Systems ihrer Steiner'schen Vierecke entdeckt hatte (ohne sie damals zu veröffentlichen), die geometrische Theorie der Steiner'schen Polygone auf den Curven vierter Ordnung erster Art als das eigentliche Ziel dieser Untersuchung an. Und es war für den Plan meines Werkes erforderlich wenigstens zu zeigen, dass durch Projection aus Centren von gewisser Lage oder näher auf gewissen einfachen Hyperboloiden ihres Flächenbüschels die Raumcurve vierter Ordnung erster Art als Curve vierter Ordnung mit zwei Doppelpunkten eben durch die projectivischen Involutionen aus diesen Doppel-

punkten projiciert wird, wie es der Schlusssatz 3) der Steiner'schen Mittheilung vom 27. Nov. 1845 («Werke» II, p. 373) mir zu erkennen gab, resp. Zahl und Construction dieser Hyperboloide nachzuweisen. Darum führte ich in G. III die Theorie bis eben dahin (§ 53 f.), und ich denke, dass speciell der bezeichnete Nachweis in § 55, p. 350 auf die denkbar einfachste Art geführt ist; ich konnte in zwei Figurentafeln aus dem Jahre 1870 (III und XI der 1. Aufl.) die Anwendung des allgemeinen Beweises einführen und damit den Satz evident machen, dass die 96 Verbindungsgeraden der 16 Punkte der Curve mit stationären Schwingungsebenen (G. II, § 25,9) je 8 und 8 den beiden Regelschaaren der sechs ausgezeichneten Hyperboloide angehören, die diese Eigenschaft besitzen. Es war mir eine grosse Freude, gleichzeitig die unter meiner steten Theilnahme entstandene Schrift «Die Steiner'schen Schliessungsprobleme nach darstellend geometrischer Methode von Dr. Martin Disteli» (Leipzig, Teubner 1888. 124 S. 8° mit 10 Tafeln), beim mathematischen Publikum einführen zu können (G. III, p. XI, p. 645 Note zu § 54 f.), die nicht nur so vollständig mein altes Programm erfüllte, sondern, wie ich hauptsächlich gewünscht, beide bezüglichen Steiner'schen Mittheilungen (Bd. 32 des Journals, p. 182—184 und p. 300—304) völlig aufklärt und erledigt und alle früheren Behandlungen der Frage vervollständigt. Ich halte seine Durchführung nach wie vor für ein nützliches und nothwendiges Unternehmen und zweifle nicht daran, dass sie in der Weiterverfolgung durch meinen jungen Collegen noch vielfach werthvolle Früchte zeitigen wird. Ich halte es darum trotz der vielleicht noch geringen Verbreitung der einfachen Lehren der Centralprojection nicht für recht, wenn,

wie es in der Schrift von Prof. Dr. H. Schröter «Grundzüge einer rein geometrischen Theorie der Raumcurve vierter Ordnung erster Species» (Leipzig, Teubner 1890) geschieht, Dr. Disteli's Arbeit gar nicht genannt und mein Werk statt in der gerade in dieser Sache so viel vollständigeren dem Autor bekannten 3. Aufl. in der noch einbändigen von 1875 unter denjenigen genannt wird, welche «die Raumcurve vierter Ordnung erster Species gelegentlich berührt» haben. Projicierende und projectivische Geometrie sind im Kerne nicht verschieden, diese ist die Tochter der ersten und es schien mir angemessen, sorgsam zu zeigen, was die Mutter ihr lehrt; so auch bei diesem Thema — unsere Arbeiten bilden auch eine geometrische Theorie der besagten Curve und ihre weitergesteckten Ziele können ihr nicht zum Schaden gereichen.

3. Bereits im Studienjahr 1875/6 hatte ich in der Fachlehrer-Abtheilung der Eidgen. Polytech. Schule über jene neuen Entwickelungen der Mechanik eine Vorlesung gehalten, welche sich an die grundlegenden Arbeiten von Poinsot, Möbius und Chasles namentlich durch Plücker's Geometrie der Strahlensysteme anschlossen und seit 1870 namentlich in den Arbeiten von R. St. Ball systematisch zusammen schlossen. Ich gab damals in dieser Vierteljahrsschrift (Bd. 21, p. 186 f.) einen Bericht darüber unter dem Titel «Geometrie und Geomechanik», der wohl besonders als eine erste Kunde von der neuen Doctrin vielfach interessirt hat. Zugleich erschien Prof. Ball's Werk «The Theory of the Screws: A Study of the Dynamics of a rigid Body». (Dublin 1876, 194 S. 8°.) Natürlich habe ich Prof. Ball's Arbeiten auf diesem Gebiete aufmerksam weiter verfolgt und bin auf den reichen Gegenstand zurückgekommen, der erst im vorigen Jahre durch

die deutsche Ausgabe von H. Gravelius (Berlin, 619 S. 8°. 2 T.) mit dem Titel «Theoretische Mechanik starrer Systeme» unter systematischer Einbeziehung aller seit 1876 erschienenen Abhandlungen von R. St. Ball allgemein zugänglich geworden ist. Als ich 1889/90 «über Constructionen der allgemeinen Dynamik auf Grund der Normalformen» las, hatte ich namentlich die Anwendungen der Projectivität und Involution der Elementargebilde auf diesem Gebiete ins Auge gefasst und für die Grundlegung der Ball'schen Theorie insbesondere das Bestreben verfolgt, sie möglichst unmittelbar an die Elemente der Geometrie anzuschliessen. Diesen Anschluss findet die geometrische Bewegungslehre wie die Lehre von den Kräftesystemen in der Lehre von der geschaarten involutorischen Collineation in ihrer metrisch speciellen Form als orthogonale Symmetrie der Räume in Bezug auf eine Axe oder der Rotationssymmetrie (vergl. G. I, Schlussüberblick, speciell p. 353—356); also in der Fortführung dessen, was in der Schlussbetrachtung zu G. II, p, 528 f. über die Bewegung starrer Systeme ausgeführt ward.

So wie ich bei der ersten Behandlung dieser Dinge die Normalform der Bewegung, die aus Drehung um eine Axe und Verschiebung in Richtung derselben zusammengesetzte Schraubung als Windung bezeichnet habe, so nannte ich nun die halbe Umdrehung um eine Axe ohne Verschiebung, also die Bildung der rotationssymmetrischen Figur F_1 zu einer gegebenen F für eine Axe a_1 eine «Wendung» um a, und entwickelte die einfachen Anschauungen über die Zusammensetzung von Wendungen, welche die Sätze aussprechen: Wenn man zur Figur F für eine Axe a_1 die Rotationssymmetrische F_1 und zu dieser für eine zu a_1 parallele Axe a_2 die Rotationssymmetrische

F_2 bildet, so geht F_2 aus F direct hervor durch eine Parallelverschiebung normal zu den Axen und parallel ihrer Ebene im Sinne und um den doppelten Betrag ihres Abstandes; oder successive Wendungen um parallele Axen sind durch die bezeichnete Verschiebung ersetzbar oder ihr äquivalent. Ebenso sind successive Wendungen um zwei sich schneidende Axen äquivalent einer Rotation um eine in ihrem Schnittpunkt zu ihrer Ebene normale Axe und um einen Winkel, der nach Sinn und Grösse das Doppelte des Winkels der Axen ist. Diess wie das Vorige ist sehr einfach darstellend geometrisch zur anschaulichen Evidenz zu bringen. Durch Verbindung beider Ergebnisse folgt sodann, dass successive Wendungen um zwei windschiefe Axen einer Windung äquivalent sind, deren Verschiebungsgrösse der doppelte Abstand dieser Axen und deren Drehungsgrösse nach Betrag und Sinn ihr doppelter Winkel ist. Und umgekehrt — womit in jedem Falle unendlich viele Zerlegungen einer gegebenen Bewegung eröffnet werden. Damit ist die Zusammensetzung von zwei Windungen, das auf das Cylindroid (G. II, § 51,3 und 16 a.) führende Grundproblem der Ball'schen Mechanik, durch successive Wendungen lösbar; man stellt beide Windungen als Resultierende von successiven Wendungen mit windschiefen Axen dar, von denen je die eine mit der gemeinsamen Normale der Windungsaxen zusammenfällt — also die Windung um a_1 und die um a_2 in Wendungen um n_1 und n_{12} und um n_{12} und n_2 respective, wobei nach leicht verständlicher Symbolik die Abstände

$$(n_1, n_{12}) = \tfrac{1}{2} h_{w_1}, (n_{12}, n_2) = \tfrac{1}{2} h_{w_2}$$

und die Richtungsunterschiede

$$\angle (n_1, n_{12}) = \tfrac{1}{2} w_1 \text{ und } \angle (n_{12}, n_2) = \tfrac{1}{2} w_2$$

zu machen sind. Die zweimalige Wendung um n_{12} hebt sich auf, die Resultante beider Windungen ist also die der beiden successiven Wendungen um n_1 und n_2, d. h. selbst eine Windung mit Verschiebung nach der Linie der kürzesten Distanz jener letzteren um das Doppelte ihres Abstandes und mit Drehung um dieselbe Gerade und nach Grösse und Sinn um das Doppelte ihres Winkels.

Ich bemerke, dass seitdem Dr. H. Wiener in den Berichten über die Verhandlungen der k. Sächs. Gesellsch. der Wissenschaften zu Leipzig für 1890, p. 13 und p. 71 gleiche Entwicklungen veröffentlicht hat, mit den Bezeichnungen, Schraubung und Umwendung statt meiner Ausdrücke Windung und Wendung, natürlich unabhängig von meinen Betrachtungen. Derselbe hat seitdem a. a. O. p. 245 f. seine Entwicklungen zu einer neuen Analysis der geometrischen Gebilde weiter zu führen begonnen, mit einem Abschnitte über das Rechnen mit geometrischen Verwandtschaften, für den weitere Fortsetzungen in Aussicht stehen.

XIII. Ueber die Durchdringungen perspectivischer Kegel.

Ich verbinde im Folgenden eine Reihe von Einzelheiten zu einem Ganzen, die sich in verschiedenen Theilen meines Werkes über darstellende Geometrie und Geometrie der Lage finden, aber in der That aus dem Zusammenhange entsprungen sind, in den sie hier treten: Vielseitige Anwendungen der fundamentalen Construction harmonischer Gruppen in geometrischen Elementargebilden erster Stufe.

In G. II, § 21,1 — ich verweise wie vorher in X, XI und XII dieser Mittheilungen auf die 3. Aufl, meines

Werkes (drei Bände, Leipzig 1883, 1885 und 1888) — habe ich als einfaches Beispiel einer Kegeldurchdringung diejenige angeführt, welche zwei orthogonale Kegel (vergl. XII, p. 68 vorher) mit einander hervorbringen, wenn sie über demselben Kreise stehen und wenn zugleich ihre zu ihm normalen Erzeugenden (G. I, § 11,5) von den Endpunkten des nämlichen Durchmessers ausgehen. Die Orthogonalprojection der parabolischen Restdurchdringung auf die Kreisebene erscheint als die Polare vom Durchstosspunkt der Verbindungsgeraden der Spitzen in Bezug auf den Kreis. Die Ebene der Parabel geht also von dieser Polare nach demjenigen Punkte der Verbindungsgeraden der Kegelspitzen, welcher vom Durchstosspunkt in der Kreisebene durch die Spitzen harmonisch getrennt ist; von ihm aus wird die Parabel in die Polare doppelt projiciert.

Das hierauf folgende Beispiel 2) a. a. O. legt sogleich eine Anwendung hiervon nahe: Zwei parallele Kegel zweiten Grades durchdringen sich im Endlichen in einem Kegelschnitt, dessen Ebene die Verbindungsgerade der Spitzen in ihrem Mittelpunkte zwischen diesen schneidet. So die parallelen gleichseitigen Rotationskegel der «Cyklographie» [vergl. G. I, § (36) Fig. 82 oder meine «Cyklographie» § 143 f., Fig. 73 f. Tafel XII]. So schliesslich zwei Ebenen und zwei zu ihnen parallele Ebenen: Ein parallelepipedischer Mantel mit seinen Diagonalebenen, welche einander halbierend durchschneiden — wie Bildebene und Originalebene mit der Schnittlinie s und Verschwindungsebene und projicierende Parallelebene mit der Schnittlinie t mit der Diagonalebene $q'r$ (vergl. G. I, § 5 und G. II, § 5 f., Fig. 23).

Man construiert in unserem Falle der Kegel die

Durchdringung mittelst Hülfsebenen durch die Verbindungsgerade der Spitzen M_1, M_2 oder ihre vom Durchstosspunkt S derselben in der Leitcurvenebene M ausgehenden Spuren; durchschneidet eine solche die Leitcurve in den Punkten 1 und 2, so entstehen als Punkte der Restdurchdringung in ihr der Schnittpunkt 12 der Geraden 1 M_1 und 2 M_2 und der Schnittpunkt 21 der Geraden 2 M_1 und 1 M_2. Solche zwei Punkte 12, 21 liegen aber in der Geraden, welche den zu S in Bezug auf M_1 und M_2 und ebenso den zu S in Bezug auf 1 und 2 harmonisch conjugierten Punkt enthält (sagen wir resp. M und S_0) — der zu S gegenüber liegenden Diagonalen des vollständigen Vierecks mit den Ecken M_1, M_2, 1, 2. (Vergl. G. I, § 16,13 und G. III, § 5.) Und wenn sich die Hülfsebene um die Gerade M_1 M_2 dreht, so bleibt M fest, während S_0 den Ort der von S durch den Leitkegelschnitt L harmonisch getrennten Punkte oder die Polare s von S in Bezug auf L durchläuft; die Restdurchdringung liegt also ganz in der Ebene M s etc.

In allgemeinerer Begründung sagt man: Zwei Kegel und ebenso zwei beliebige Flächen zweiter Ordnung, welche einen ebenen Querschnitt gemein haben, durchdringen sich noch in einem zweiten Kegelschnitt, weil unter den unendlich vielen Flächen zweiter Ordnung, die durch ihre Gesammtdurchdringung gehen (G. II, § 45,4), eine sein muss, die in zwei Ebenen zerfällt, von denen die Ebene des gemeinsamen Querschnittes die eine ist — nämlich für die Wahl des die Fläche bestimmenden Punktes ausserhalb der Durchdringungscurve in der Ebene des gemeinsamen Querschnittes. Die beiden Kegelschnitte, welche so den Flächen gemeinsam sind, schneiden einander in zwei reellen oder conjugiert imaginären Punkten auf der

Durchschnittlinie ihrer Ebenen oder diese trägt für beide dieselbe Involution harmonischer Pole. (G. I, § 32,16.)

Jene Punkte sind Doppelpunkte der Gesammtdurchdringung (vergl. z. B. G. II, § 20 f., § 44) und die sich durchdringenden Flächen müssen sich also in ihnen berühren. In unserem Falle der Kegel zweiten Grades sind sie die Schnittpunkte derjenigen erzeugenden Geraden oder Mantellinien der Kegel, längs welcher sie von den durch die Verbindungsgerade der Spitzen an sie gehenden Tangentialebenen berührt werden; d. h. die Berührungspunkte der von ihrem Durchstosspunkte S an die gemeinsame Leitcurve L gehenden Tangenten mit dieser, so dass die Polare von S in Bezug auf diese die Spur der Ebene des neuen Kegelschnittes in der Leitcurvenebene M sein muss.

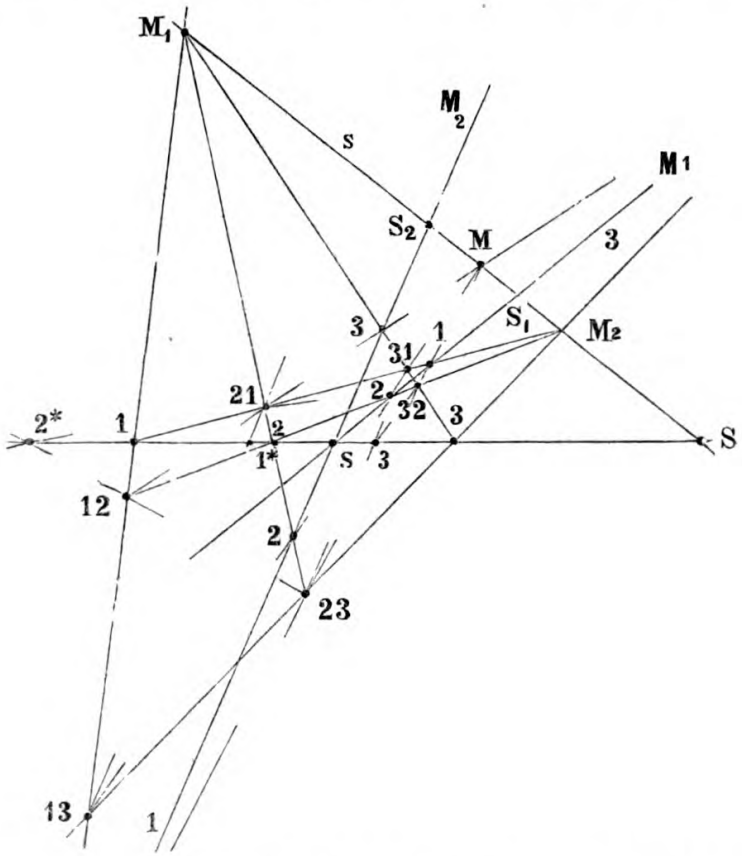
Man sieht nun schon, wie viel von dem Inhalt dieser Ueberlegungen auf die Construction der Durchdringung von zwei Kegeln n^{ter} Ordnung mit derselben ebenen Leitcurve L übergeht — sagen wir von perspectivischen Kegeln n^{ter} Ordnung — die ich in G. III, § 59,9 f. als allgemeinstes Beispiel derselben Art gegeben und ihres Intereses wegen in der Vorrede hervorgehoben habe. Die Gesammtdurchdringung solcher Kegel ist eine Curve von der Ordnung n^2, und da die Leitcurve n^{ter} Ordnung ein Theil derselben ist, so bleibt eine im Allgemeinen doppeltgekrümmte Restdurchdringung von der Ordnung $n^2—n$ oder $n\ (n—1)$ zu construieren; dieselbe schneidet die Leitcurvenebene M in $n\ (n—1)$ Punkten auf der Curve L, die als Doppelpunkte der Gesammtdurchdringung die Berührungspunkte beider Kegelflächen mit einander, also auch die Berührungspunkte der Curve L mit ihren vom Durchstosspunkt S an sie gehenden Tangenten sind. Und

weil die Gesammtdurchdringung von zwei Flächen $n$ter Ordnung die Grundcurve eines Büschels von Flächen $n$ter Ordnung ist, deren eine durch irgend einen ausserhalb der Grundcurve angenommenen Punkt bestimmt wird, den sie enthalten soll, so muss in unserem Falle unter den Flächen des Büschels eine sein, die die Ebene M von L als einen Theil enthält; der Rest derselben wird eine krumme Fläche von der Ordnung $(n-1)$ sein, welche die Restdurchdringung vollständig enthält. Jene $n\ (n-1)$ Doppelpunkte der Gesammtdurchdringung und Berührungspunkte von L mit ihrem Tangentenbüschel aus S sind also auch die Schnittpunkte der Curve L mit dieser krummen Fläche $(n-1)^{ter}$ Ordnung oder mit ihrem Querschnitt in der Ebene M. Die sämmtlichen $n\ (n-1)$ Berührungspunkte der in einem Strahlenbüschel enthaltenen Tangenten einer ebenen Curve n^{ter} Ordnung liegen somit in einer Curve von der Ordnung $(n-1)$. Man nennt diese Curve bekanntlich die erste Polare $S^{(1)}$ von S in Bezug auf L; sie ist für $n = 2$, wie in den vorausgeschickten Beispielen, eine Gerade und durch die zwei Berührungspunkte des Tangentenpaares aus S an L eben bestimmt; für $n = 3$ wird sie ein Kegelschnitt, ist also durch irgend fünf der Berührungspunkte der Tangenten aus S an L bestimmt und muss den sechsten enthalten; für $n = 4$ eine Curve dritter Ordnung, bestimmt durch neun der Berührungspunkte der Tangenten aus S an L und die drei übrigen enthaltend; etc. Sie bleibt also dieselbe, so lange S und L unverändert bleiben, hängt somit weder von der Wahl der Geraden der Spitzen durch S, noch von der Wahl der Spitzen M_1, M_2 in dieser ab. Man sieht, dass hier der darstellend geometrische Quellpunkt ist für die Polarentheorie der ebenen Curven und

damit für die Polarentheorie in ihrem ganzen Umfange. Diess ist von Prof. C. Rodenberg näher ausgeführt worden im 26. Bd. der «Mathem. Annalen» p. 557 f. — vergl. G. III, § 59 am Ende. Die Wiederholung derselben Construction für die erste Polare $S^{(1)}$ an Stelle der Originalcurve L führt zur zweiten Polare $S^{(2)}$ von S, etc.

Gehen wir jetzt zur Construction der Durchdringung weiter, so haben wir Hülfsebenen durch die Gerade $M_1 M_2$ zu legen, also mit den Strahlen des Büschels aus S in M als Spuren (vergl. G. II, § 18). Schneidet ein solcher Strahl die Curve L in den n Punkten 1, 2, ... n, so sind diese alle durch Gerade mit der Spitze M_1 und ebenso mit M_2 zu verbinden und man hat die ausserhalb L gelegenen Schnittpunkte der Geraden der ersten Gruppe mit denen der zweiten zu ermitteln, auf jedem Strahl $(n-1)$ und insgesammt in jeder Hülfsebene $n\,(n-1)$. Wir wollen den Schnittpunkt der Geraden kM_1 und lM_2 (für k und l als irgend zwei verschiedene unter den ganzen Zahlen 1, 2, 3 ... n) durch kl und somit den Schnittpunkt der Geraden lM_1 und kM_2 durch lk bezeichnen und sehen damit, dass die $n\,(n-1)$ Punkte der Restdurchdringung in einer Hülfsebene in den $\frac{1}{2}\,n\,(n-1)$ Paaren 12, 21; 13, 31; ... 1n, n1; 23, 32; ... 2n, n2; etc. bis $n\,(n-1)$ und $(n-1)\,n$ erhalten werden; und es ist aus der Construction evident, dass alle die Geraden 12, 21; 13, 31; etc. durch denselben Punkt M in der Verbindungslinie der Spitzen M_1 und M_2 gehen, nämlich durch den vierten harmonischen von S in Bezug auf M_1 und M_2 — die Construction bildet $\frac{1}{2}\,n\,(n-1)$ Wiederholungen der Bestimmung dieses vierten harmonischen Punktes, da jedes Paar aus den Punkten 1, 2, ... n auf dem Strahl aus S in gleicher Weise dient. (Die Figur stellt

diess für den Fall $n = 3$ dar.) Damit ist zugleich evident, dass dieser gemeinsame Convergenzpunkt M der Geraden kl, lk in M_1 M_2 für alle Hülfsebenon derselbe



bleibt, dass also die Restdurchdringungscurve n $(n-1)^{\text{ter}}$ Ordnung R unserer Kegel M_1, L und M_2, L aus dem von S durch M_1 und M_2 harmonisch getrennten Punkte M doppelt projiciert wird, natürlich durch einen Kegel von der Ordnung $\frac{1}{2}\, n\,(n-1)$. Wir bemerken dazu, dass die ursprünglichen Kegel für dieselbe Curve $(n-1)$fach projicierend sind, weil jede Erzeugende von einem derselben in der durch sie bestimmten Hülfsebene $(n-1)$ Erzeugende des andern ausserhalb der Leitcurvenebene schneidet.

Für $n = 2$ sind die gegebenen Kegel einfach projicierend und nur der in eine Ebene übergegangene Kegel aus $M - \frac{1}{2} n (n-1)$ ist 1 — ist doppelt projicierend für die Restdurchdringung R; für $n = 3$ sind die gegebenen Kegel ebenso wie der abgeleitete doppelt projicierend für die doppelt gekrümmte Restdurchdringungscurve sechster Ordnung und der Kegel aus M ist also auch wieder von der dritten Ordnung — wir haben in diesem Falle und nur in ihm drei doppelt projicierende Kegel derselben Ordnung.

In den Fällen $n = 4, 5, 6 \ldots$ mit Restdurchdringungen von den resp. Ordnungen 12, 20, 30, . . sind die gegebenen Kegel M_1 und M_2 resp. 3, 4, 5 . . . -fach projicierend und der abgeleitete doppelt projicierende Kegel ist von der Ordnung 6, 10, 15, . . . resp.

Wir schliessen, dass unser Durchdringungsproblem für Kegel dritter Ordnung allen anderen Fällen gegenüber durch vollständige Symmetrie ausgezeichnet ist und wollen uns in Folge dessen weiterhin vorwaltend mit diesem Falle beschäftigen; wir werden uns am Schlusse dieser Skizze zu dem allgemeinen Falle zurückgeführt finden.

Die die Ebene M zu einer Fläche n^{ter} Ordnung des Büschels ergänzende krumme Fläche F wird in den Fällen $n = 2, 3, 4, 5 \ldots$ von der Ordnung 1, 2, 3, 4 . . . resp. Sie ist im ersten Falle identisch mit der Ebene des doppelt projicirenden Strahlenbüschels M, in allen andern Fällen im Allgemeinen krumm, immer aber durch die Construction bestimmt. Denn die $n (n-1)$ Punkte der Restdurchdringung, die man in einer beliebigen Hülfsebene findet, liegen auf ihrem Querschnitt mit dieser Hülfsebene, also den angeführten Fällen entsprechend 2, 6, 12, 20, . . . Punkte resp. auf einer Geraden, auf

einem Kegelschnitt, auf einer Curve dritter, vierter, ... Ordnung. Und die Schnittpunkte dieser Querschnittlinien mit der Spur der Hülfsebene sind Punkte der Spur der Fläche $(n-1)^{ter}$ Ordnung in der Leitcurvenebene M, also Punkte der ersten Polare $S^{(1)}$ von S in Bezug auf die Leitcurve L; wozu zu bemerken, dass diess für jede beliebige Fbene gilt. Im Falle der Kegel dritter Ordnung bestimmen die sechs Punkte 12, 13, 23, 21, 31, 32 einer Hülfsebene (siehe die Figur) den Kegelschnitt aus der Fläche zweiter Ordnung F in ihr; nämlich einen Kegelschnitt, weil sie wie in G. I, § 30 ein Sechseck bilden, das die Spur der Hülfsebene zur Pascal'schen Geraden hat. Die zwei Punkte des Kegelschnitts in dieser Spur sind die Punkte der ersten Polare specieller des Polarkegelschnittes von S in Bezug auf L in dieser Spur; sie werden aus der zu dem Kegelschnitt aus F in der Hülfsebene gehörigen Polinvolution als deren Doppelpunkte erhalten, und diese Involution selbst ist bestimmt durch die Paare 11*, 22* oder 33*, wo man z. B. 1* als den zweiten in 123 liegenden Diagonalpunkt des Vierecks 12, 13, 31, 21 sofort erhält. Mit den Hülfsebenen ist also auch dieser Polarkegelschnitt vollständig bestimmt; in allen seinen Punkten gehen die Tangenten der auf den angehörigen Hülfsebenen liegenden Querschnitte der Fläche zweiten Grades F nach dem Scheitel M des doppeltprojicierenden Kegels der Curve R, weil M als Pol in Bezug auf den Querschnitt zur Spur der Hülfsebene als Polare gehört. Je zwei der Paare 12, 21; 13, 31; 23, 32 bestimmen ja auf ihm ein eingeschriebenes Viereck, für das M der eine Diagonalpunkt und die Spur 123 der Hülfsebene die gegenüberliegende Diagonale ist. Derselbe Punkt M ist somit auch der Pol der Leitcurven-

ebene M in Bezug auf die Fläche zweiten Grades F, und der von M nach dem Polarkegelschnitt $S^{(1)}$ von S gehende Kegel berührt die Fläche F in allen Punkten desselben.

Da jede auf dieser Fläche zweiter Ordnung liegende Gerade g oder l (G. II, § 35) drei Punkte der Curve sechster Ordnung R enthalten muss, so ist diese Curve nach G. III, § 43 vom Typus (3, 3), oder sie ordnet die Geraden beider Regelschaaren in cubische Involutionen, die einander projectivisch entsprechen, etc. In der Centralprojection von irgend einem Punkte C aus erscheinen beide Regelschaaren projiciert als Tangenten des zugehörigen Umrisskegelschnittes U der Fläche F, und in jeder solchen Tangente liegen die zweimal drei Punkte des Bildes von R, welche der zugehörigen Geraden von der Schaar g und der von der Schaar l angehören. Das Bild der Curve wird durch zwei projectivische Involutionen dritten Grades unter den Tangenten von U erzeugt; so auch für das in M gewählte Centrum, wo der Polarkegelschnitt $S^{(1)}$ die Umrisscurve von F auf M wird. (Vergl. G. III, § 55 u. a.)

Aber wir construieren die Durchdringungscurve R nicht durch ihre Punkte allein, sondern unter Hinzufügung ihrer Tangenten also in Verbindung mit ihrer entwickelbaren Fläche (G. II, § 13 und später). Im Falle $n = 2$ ist diese Tangentenfläche die Ebene der Restdurchdringung, und die Polare von S in Bezug auf den Leitkegelschnitt ist ihre Spur, jeder Punkt dieser Spur ist der Durchstosspunkt von zwei Tangenten, deren Berührungspunkte 12, 21 in einerlei Geraden aus M liegen, weil man die zugehörigen Tangenten erhält als Durchschnittslinien der zu den Mantellinien $1\,M_1$, $2\,M_2$ und wieder zu den Mantellinien $2\,M_1$ und $1\,M_2$ der Kegel

M_1 und M_2 resp. gehörigen Tangentialebenen, oder ihren gemeinsamen Durchstosspunkt in M als den Schnittpunkt der Tangenten des Leitkegelschnittes L in den Punkten 1 u. 2, d. i. als den Pol der Spur der zugehörigen Hülfsebene in Bezug auf ihn.

Und dieser Charakter der Spur der Tangentenfläche T der Durchdringungscurve R als Doppelspur D (vergl. G. II, § 25) ist, wie man sofort sieht, allgemein, weil ganz dieselbe Construction des gemeinsamen Durchstosspunktes für die Tangenten in 12, 21; 13, 31; etc. kl, lk für die Kegel n^{ter} Ordnung fort besteht: Er ist der Schnittpunkt der Tangenten von L in den Punktpaaren 1, 2; 1, 3; etc. k, l respective. Für jede Durchdringung perspectivischer, will sagen über derselben ebenen Leitcurve stehender, Kegel ist die Ebene dieser Curve der Ort einer Doppelcurve ihrer Tangentenfläche; und diese Doppelcurve entsteht für alle Lagen der Spitzen auf Geraden aus demselben Punkte S in M aus L auf dieselbe Weise: Eine Gerade dreht sich um S, in ihren Schnittpunkten 1, 2 . . n mit der Curve L werden die Tangenten t_1, t_2, . . . t_n von dieser gezogen und ihre $\frac{1}{2}n(n-1)$ Durchschnitte in Paaren bestimmt; diese sind die zur betreffenden Lage der Geraden gehörigen Punkte der Doppelcurve und dieselbe wird vollständig erzeugt, während die Gerade das Büschel aus S beschreibt. Oder die Doppelcurve ist der Ort der Ecken der vollständigen n Seite von Tangenten der Curve L, deren Berührungspunkte einer Lage der um S drehenden Geraden angehören.

Von dieser Art der Ableitung einer Curve aus einer gegebenen hat J. Steiner speciell für die Curve dritter Ordnung als Grundcurve gesprochen in der Nr. 12 seiner «Aufgaben und Lehrsätze» im 45. Bd. des Journals

(«Werke» II, p. 489) unter Nov. 1852, mit den einleitenden Worten: «Bekannten Sätzen über die Kegelschnitte gewissermassen analog hat man rücksichtlich der Curven dritten Grades folgende zwei Sätze 12) und 13).» Dabei handelt 12) von der hier gefundenen Erzeugung — rein planimetrisch — und giebt eine Reihe merkwürdiger Beziehungen der abgeleiteten Curve zur Grundcurve an, die die Aufmerksamkeit der Geometer schon mehrfach angezogen haben; zuerst für den Fall eines Pols S von allgemeiner Lage in der Ebene der Grundcurve, dann für einen Pol, der auf der Curve liegt. Unter 13) erwähnt Steiner die Enveloppe der fünfzehn Sehnen, welche die sechs Berührungspunkte eines Büschels von Tangenten der Curve dritter Ordnung in Paaren verbinden, bei der Bewegung des Pols durch eine Gerade hindurch; sie ist eine Curve neunter Classe und sechsunddreissigster Ordnung, die mit der Basis die Wendepunkte und Tangenten gemein hat. Jene erste Curve, unsere Doppelcurve, ist neunter Ordnung und achtzehnter Classe. Die Analogie mit der Theorie der Pole und Polaren bei den Kegelschnitten, auf welche Steiner nochmals durch die Frage nach der Bewegung gewisser Elemente der Figur von 12) bei Verrückung des Pols längs einer Geraden hinweist, ist natürlich keine durchgehende, weil sie nicht in den fundamentalen, sondern in abgeleiteten Constructionszusammenhängen derselben beruht. Ich finde das Hauptinteresse der Steiner'schen Fragestellung in der hier dargelegten Auffassung, die ich zuerst in G. III, § 59,9 veröffentlichte; ich habe oben ganz in der Kürze gezeigt, wie in Wahrheit die Ausdehnung der Polarentheorie auf ebene Curven aller Ordnungen mit dem so erhaltenen darstellend geometrischen Problem in Verbindung steht.

Unter 14) stellt Steiner noch die Aufgabe, die analogen Sätze für eine Curve vierter Ordnung zu finden, welche auch bisher im Steiner'schen Sinne noch nicht gelöst ist.

Ich bemerke nun in der Entwickelung fortfahrend zunächst, dass die angegebene Tangentenconstruction der Curve R für die sechs Punkte derselben in der Ebene M, welche zugleich dem Polarkegelschnitt $S^{(1)}$, der Curve dritter Ordnung L und der Doppelcurve D angehören, scheinbar versagt, weil die Tangentialebenen der Kegel für diese Punkte sich mit einander und mit der Hülfsebene vereinigen; man sieht aber sogleich, dass diese Tangenten, weil sie auch in den zu jenen Punkten gehörigen Tangentialebenen der Fläche zweiten Grades F liegen, die alle durch den Punkt M gehen, sämmtlich den besagten Punkt M enthalten müssen. Dieser Punkt ist somit auf sechs Tangenten von R zugleich gelegen und somit als sechsfach in der Tangentenfläche T derselben zu bezeichnen. Es entspringt die Frage, ob es noch andere solche Punkte in ihr giebt. Weil in den L berührenden Strahl aus S dem Berührungspunkte entsprechend zwei der drei Tangenten t_1, t_2 der obigen Construction fallen, während t_3 die Tangente der Curve dritter Ordnung im einzelnen Schnitt des Strahles mit ihr ist, so fällt von den zugehörigen Ecken des Dreiseits der eine in seinen Berührungspunkt und die zwei andern in seinen Einzelschnitt mit der Curve, so dass die Tangente der Curve dritter Ordnung in diesem zugleich Tangente der Doppelcurve in ihm ist. Von den zu einer solchen Hülfsebene gehörigen sechs Punkten der Curve R fallen zwei (12, 21) mit dem Berührungspunkt von t_1 t_2 zusammen, und die zugehörige Tangente geht nach M, wäh-

rend die übrigen vier in Paaren 13, 23 und 31, 32 vereinigt in den Schnittpunkten der Geraden aus ihm nach M_1 und M_2 mit den Verbindungsgeraden des Einzelschnittes 3 mit M_2, M_1 entstehen, welche letzteren zugleich die zugehörigen Tangenten von R sind. In ihrem Fusspunkte berührt die Doppelspur D die Leitcurve L. (G. II, § 18, p. 107.) Da zu den sechs Tangenten von L aus S auch sechs solcher Punkte 3 gehören, so gehen auch durch M_1 und M_2 respective sechs Tangenten der Curve R, sodass diese Kegelspitzen ebenso wie M sechsfache Punkte der Tangentenfläche T sind. Auch liegt die Gruppe der einen wie der andern sechs Tangenten auf einem Kegel zweiten Grades, weil die sechs Punkte 3 der Curve dritter Ordnung, wo sie von ihren sechs Tangenten aus S noch geschnitten wird, in einem Kegelschnitte liegen; es ist auch bekannt, dass dieser sich mit dem Polarkegelschnitt $S^{(1)}$ von S doppelt berührt in den Punkten, wo die zweite Polare oder die Polargerade von S sie schneidet. Ich will nicht in die Erörterung dieser Einzelheiten weiter eintreten. Für die Doppelspur D von T zu R im Falle der Kegel dritter Ordnung habe ich die Begründung der von Steiner a. a. O. gemachten Angaben über ihre Schnittpunkte mit der Grundcurve L, also ihrer Ordnungszahl, und über einige Singularitäten gegeben in G. III, § 59,10 und § 61. Die vollständige Ausführung der ganzen Sache ist begreiflicher Weise von grossem Umfange.

Es muss nun hier auf eine andere Reihe von Erörterungen hingewiesen werden. Eine doppelt gekrümmte Curve wird durch ihre Projection aus einem Punkte auf eine Ebene und durch die Spur ihrer Tangentenfläche in dieser Ebene bestimmt (G. II, § 18 und § 22 f.) und

sie muss daher von diesen zwei Curven aus auch untersucht werden. Wie es zuerst Cayley und Salmon 1846 und 1849 gethan haben, sind vor Allem die Zusammenhänge zwischen ihren Charakterzahlen und denen dieser beiden ebenen Curven zu untersuchen. (Vergl. meine «Analyt. Geometrie des Raumes» nach G. Salmon, Bd. 2, §§ 105 f., speciell §§ 108, 109.) Ich habe dieselben in G. II, §§ 22—24 entwickelt, um sie auf die Durchdringungscurven der Flächen zweiten Grades und einige andre Curven anzuwenden, welche in der darstellenden Geometrie nicht ohne eindringendes Studium dürfen gelassen werden; und ich habe jene Charaktere der doppelt gekrümmten Curven in G. III, § 2 als die natürlichen Beziehungen des Systems der Curve zu den geometrischen Elementargebilden nachgewiesen. Aus den Ordnungszahlen der sich durchdringenden Flächen erhält man nach einfachen Gesetzen ausser der Ordnungszahl der Durchdringungscurve auch ihren Rang, oder die Ordnungszahl ihrer Tangentenfläche, d. h. die Anzahl ihrer Schnittpunkte mit einer Geraden, und die Zahl ihrer scheinbaren Doppelpunkte oder ihrer durch einen beliebigen Punkt des Raumes gehenden Bisekanten. Und im Falle einer aus zwei Curven zusammengesetzten Durchdringung hängen die Charaktere der einen nach einfachen Gesetzen von denen der andern ab; so findet man, weil in unserem Falle die gemeinsame Curve dritter Ordnung den Rang sechs und keine scheinbaren Doppelpunkte besitzt, für die Restdurchdringung R zur Ordnung sechs den Rang achtzehn und die Zahl sechs der scheinbaren Doppelpunkte; Anzahlen, die im Bisherigen schon hervorgetreten sind — nämlich der Rang in der Ordnungszahl neun der Doppelspur D der Tangentenfläche T auf M, welche die Ordnungszahl acht-

zehn für den allgemeinen Querschnitt liefert, und die Anzahl der scheinbaren Doppelpunkte in der speciellen Form der Zahl von Tangenten von R, welche in den Punkten M, M_1, M_2 zusammenlaufen; die letztere offenbar auch darin, dass die Curve R von einem Punkte der Fläche F aus in eine Curve mit zwei dreifachen Punkten projiciert wird, nämlich in den Fusspunkten der durch ihn gehenden Geraden g und l der Fläche F und somit in der Spur der zugehörigen Tangentialebene.

Ich zähle die allgemeinen Charaktere unserer Curve R nicht weiter auf, weil sie im Falle der Kegel durch das Auftreten von Singularitäten modificiert werden, die dem allgemeinen Falle fremd sind, wie z. B. Doppelschmiegungsebenen, die aus den Inflexionspunkten der Leitcurve entspringen. Man findet die hauptsächlichsten unter ihnen für die allgemeinen Flächen dritter Ordnung in Professor R. Sturms Werk «Synthet. Untersuchungen über Flächen dritter Ordnung» im inhaltreichen fünften Kapitel in § 70 zusammengestellt; für die zu ihrer Berechnung dienenden Gleichungen kann man auch meine Notiz «Ueber algebraische Raumcurven, deren System zu sich selbst dual oder reciprok ist» (diese Vierteljahrsschrift Bd. 20, p. 173) vergleichen, wo sie am vollständigsten stehen.

Aber ich hebe nun hervor, was R. Sturm a. a. O. (p. 199) auch für den allgemeinen Fall bewiesen hat, dass nicht nur die Restdurchdringung zweier Flächen dritter Ordnung, die einen ebenen Querschnitt gemein haben, stets auf einer Fläche zweiter Ordnung liegt, sondern dass auch je zwei Flächen dritter Ordnung, die durch eine solche Curve sechster Ordnung und achtzehnten Ranges gehen, sich noch in einer ebenen Curve dritter Ordnung schneiden müssen. In unserem Falle muss somit auch

der dritte doppelprojicierende Kegel M von den beiden ersten M_1 und M_2 in je einer ebenen Curve dritter Ordnung geschnitten werden. Wir erhalten auch dieses Resultat in sehr einfacher Weise, wollen aber zuerst den zweckmässigen Ausdruck und die einfachste Zusammenfassung der Beziehungen entwickeln, in welchen der doppeltprojicierende Kegel M zur Curve R und ihrer Tangentenfläche T steht. Wir wissen, M ist der Pol von M in Bezug auf die Fläche F und jede Gerade aus M, die R einmal trifft, hat noch einen zweiten Punkt mit derselben gemein, so dass beide vom Punkte M durch die Ebene M harmonisch getrennt werden und dass die Tangenten von R in diesen beiden Punkten sich in einem Punkte der Ebene M begegnen; denken wir zu unserer Geraden die unendlich nahe benachbarte Bisekante von R aus M, so erkennen wir durch Wiederholung, dass auch die zu den beiden Curvenpunkten gehörigen Schmiegungsebenen sich in einer Geraden auf M schneiden und durch M und M von einander harmonisch getrennt werden. Und wir fassen diess Alles nach G. I, § 42 und G. III, § 81 in dem Ausdruck zusammen, dass für M als Centrum und M als Collineationsebene die Curve R und ihre Tangentenfläche T, sowie die Fläche zweiter Ordnung F mit sich selbst in involutorischer Centralcollineation ist. Es muss also jedem allgemeinen und jedem singulären Element der Curve R und ihrer Tangentenfläche T ein anderes Element von derselben Art und Allgemeinheit entsprechen, das aus ihm nach bekannten einfachen Constructionsregeln ableitbar ist — die Gegenebenen Q, R der Collineation sind in der die Entfernung MS halbierenden Parallelebene zu M vereinigt; so entsprechen auch ihre durch M_1 und resp. M_2 gehenden Elemente einander,

z. B. die vorhin nachgewiesenen sechs Tangenten aus M_1 an R den sechs Tangenten aus M_2. Dagegen entsprechen die durch M gehenden Tangenten und Schmiegungsebenen sich selbst, und ebenso thun diess die in M liegenden Tangenten und Punkte.

Nun entspricht die Fläche zweiter Ordnung F für jeden Punkt des Raumes als Centrum sich selbst in derjenigen involutorischen Centralcollineation, die durch seine Polarebene in Bezug auf sie als Collineationsebene bestimmt ist (G. II, § 39,1); und da die Punkte M_1 und M_2 Scheitel doppelt projicierender Kegel für die Curve R sind, die auf F liegt, so entsprechen sich auch für diese die Paare von Punkten, Tangenten und Schmiegungsebenen von R, die derselben Geraden aus M_1 oder M_2 angehören und sind durch M_1 und seine Polarebene M_1, resp. M_2 und seine Polarebene M_2 harmonisch von einander getrennt; und diese Ebenen M_1, M_2 sind gleichfalls Orte von Doppelspurcurven D_1 und D_2 der Tangentenfläche T von R. Kurz, das System R, T unserer Durchdringung ist in dreifacher Weise centrisch involutorisch mit sich selbst, nämlich für M, M_1 und M_2 als Centra und für M, M_1 und M_2, ihre resp. Polarebenen in Bezug auf die Fläche F, als zugehörige Collineationsebenen. In jeder dieser Involutionen entspricht jedem Element des Systems ein anderes von gleicher Art und Singularität; von den Centren und Collineationsebenen entspricht in jeder das und die zugehörige sich selbst und die beiden andern entsprechen einander; so auch die Doppelspurcurven mit allen ihren Elementen nach Art und Singularität.

Die Ebenen M_1 und M_2 ergeben sich mittelst der Ellementarfigur, die alles Bisherige lieferte, aus M_1 und

M_2 ganz ebenso, wie vorher M aus M durch sie erhalten wurde; von M_1 aus sind in einer beliebigen Hülfsebene die Punktpaare 12, 13; 21, 23; 31, 32 entsprechend und die auf ihren Geraden von M_1 harmonisch getrennten Punkte gehören also der Collineationsebene M_1 an; und ihre Construction ist zugleich die Bestimmung des vierten harmonischen Punktes S_1 zu M_1 in Bezug auf M und M_2, die Spur von M_1 in der betrachteten Hülfsebene geht durch den Schnitt der Geraden 23, 32, M und 21, 31, M_2 so wie durch den von 13, 31, M und 12, 32, M_2 und den von 12, 21, M mit 13, 23, M_2. Ebenso geht die Spur der Collineationsebene M_2 zum Centrum M_2 als harmonisch trennende zu den Paaren 12, 32; 21, 31; 13, 23 durch den vierten harmonischen Punkt S_2 von M_2 in Bezug auf M und M_1 und durch die Schnittpunkte der Paare von Geraden 12, 21, M und 31, 32, M_1; 13, 31, M und 21, 23, M_1; 23, 32, M und 12, 13, M_1. Weil aber die Punkte M, M_1, M_2 in einer Geraden s liegen, so müssen auch die zugehörigen Polarebenen M, M_1, M_2 durch eine Gerade s gehen, nämlich durch die in Bezug auf F zu s polarconjugierte Gerade, welche zugleich die Polare von S in Bezug auf den Querschnitt der Fläche F in M oder den Polarkegelschnitt $S^{(1)}$ d. h. die zweite Polare von S in Bezug auf die Leitcurve L ist. Man findet dann weiter, dass die Punkte der Doppelspur D in dieser Geraden s dreifache Punkte derselben sind und wiederum dreifache Punkte für die Doppelcurven D_1 und D_2, so dass auch diese drei Punkte von s den vollständigen Durchschnitt dieser Geraden mit der Tangentenfläche ebenso bilden wie wir diess schon für die Punkte M, M_1, M_2 in s gesehen haben. Die nächste Anwendung dieses involutorischen Zusammenhanges besteht darin, dass man für jede Gruppe von

sechs Punkten der Curve R in einer Hülfsebene aus der Tangente des einen die Tangenten der übrigen und die zugehörigen je drei Punkte der drei Doppelspurcurven ableitet, sodass man mit der ersten Doppelcurve D zugleich die beiden andern D_1 und D_2 erhält. In Gemässheit der eingeführten Bezeichungen giebt die folgende Tafel den Zusammenhang, ganz ähnlich wie in G. II, § 26 für die Curve vierter Ordnung erster Art.

M	M_1	M_2
12,21	12,13	12,32
23,32	23,21	23,13
31,13	31,32	31,21

Sie nennt unter dem bezüglichen Centrum M resp. M_1, M_2 die je drei Paare der Punktgruppe, welche mit ihm in geraden Linien liegen und deren Tangenten sich desshalb auf der zugehörigen Collineationsebene M, M_1, M_2 begegnen müssen. Hat man also die Tangente der Curve R in 12 etwa als Schnittlinie der bezüglichen Tangentialebenen construiert, so erhält man aus ihren Schnittpunkten mit M, M_1, M_2 durch Verbindung mit 21, 32, 13 die Tangenten von R in diesen Punkten und auf jeder von ihnen zwei neue Punkte der Doppelspuren; man findet dann aus der Tangente in 21 durch Verbindung ihrer Schnitte mit M_1, M_2 mit diesen Punkten die Tangenten in 23 resp. 31; man erhält ferner aus 32 durch Verbindung ihrer Schnitte mit M_1, M mit den Punkten wieder die Tangenten in 31, 23 und aus 13 durch ihre Schnittpunkte mit M_2, M und durch Verbindung derselben mit 23, 31 nochmals die Tangenten von diesen und somit vier Proben der Genauigkeit innerhalb einer Gruppe. Indem wir nun der Punkte von D gedenken, die sie mit der Leitcurve L ge-

mein hat, werden wir auf einen weitern Zug des centrisch involutorischen Zusammenhangs geführt, von dem wir dann finden, dass er im Vorigen schon hervorgetreten und bewiesen ist. Die doppelt projicierenden Kegel der Curve R aus M_1 und M_2 schneiden sich ausser in ihr noch in der gemeinsamen ebenen Curve L_1 auf M; ebenso schneiden sich ihre doppelt projicierenden Kegel aus M_2 und M noch in einer ebenen Leitcurve L_1 auf M_1 und die doppelt projicierenden Kegel aus M und M_1 noch in einer ebenen Leitcurve L_2 auf M_2; so zwar, dass L_1 und L_2 durch dieselben centrischen Involutionen aus L hervorgehen, nämlich L_1 durch Projection von L aus M_2 auf M_1 und L_2 durch Projection von L aus M_1 auf M_2, während dann L_1 und L_2 im Verhältniss von Bild und Original oder umgekehrt aus M zu einander stehen. Alles das ist nach unserer Grundfigur evident aus harmonischen Theilungen. Denn in jeder Hülfsebene ist die Spur von M_1 die Polare von M_1 in Bezug auf den Kegelschnitt von F in ihr, auf dem die sechs Punkte von R in ihr in den Paaren 12, 13; 23, 21; 31, 32 auf Geraden aus M_1 liegen; sie geht also durch die harmonisch conjugierten von M_1 bezüglich derselben und somit nach der Constructionsregel der harmonischen Gruppen durch die Punkte — wir nennen sie wieder 1, 2, 3 (auf M_1 natürlich) — in denen sich die Paare von Geraden 1 M_2 und 23, 32, M; 2 M_2 und 31, 13, M, sowie 3 M_2 und 12, 21, M schneiden; in der That sind die Geraden 1 M_2, 2 M_2, 3 M_2 identisch mit den Geraden 21, 31, M_2; 32, 12, M_2; 13, 23, M_2 oben p. 105. Und ebenso geht die Spur von M_2 als Polare von M_2 in Bezug auf denselben Kegelschnitt nach den mit M_2 collinearen Paaren seiner sechs Punkte 12, 32; 23, 13; 31, 21 durch die Punkte — 1, 2, 3 auf M_2 — in denen sich schneiden

die Geraden 1 M_1 oder 12, 13, M_1 mit 23, 32, M; 2 M_1 oder 23, 21, M_1 mit 31, 13, M und 3 M_1 oder 31, 32, M_1 mit 12, 21, M.

Offenbar ergeben sich die zugehörigen Tangenten der Curven L_1 und L_2 aus den Tangenten von L nach dem gleichen Verfahren und der Zusammenhang mit den Durchstosspunkten der Tangenten von R in den Punkten der Gruppe ist damit auch nach dieser Seite klar gestellt.

Fügen wir aber zu den Punkten 1, 2, 3 auf der Spur der Hülfsebene durch M_1, M_2 in M einen weiteren Punkt 4 hinzu, so erhalten wir entsprechend dem vorher Bewiesenen durch die Geraden 4 M_1 und 4 M_2 auf den Spuren von M_2 und M_1 respective zwei Punkte 4, die mit einander in einer durch M gehenden Geraden liegen; d. h. wenn die Kegel M_1, L und M_2, L Kegel vierter Ordnung wären, so ginge aus ihnen noch immer wie vorher ein dritter Kegel M von der Ordnung vier hervor, der mit ihnen resp. ebene Leitcurven auf M_2, M_1 resp. gemein hat. Es ist ein Zusammenhang, von dem ich in G. I p. 240 in dem Abschnitt von der centrischen Collineation der Räume vielleicht noch einfacher gehandelt habe (§ 38,3). Aber die sechs neuen Punkte der Durchdringung R der Kegel aus M_1 und M_2 in der Gruppe der Hülfsebene auf den Erzeugenden 4 M_1 und 4 M_2 sind nicht mehr dieselben wie die der Durchdringung der Kegel M_1 und M über der abgeleiteten ebenen Leitcurve vierter Ordnung in M_2, und nicht dieselben wie die der Durchdringung der Kegel M_2 und M über der abgeleiteten Curve in M_1. Die drei Kegel M_1, M_2 und M, der doppelt projicierende der Restdurchdringung R der beiden ersten, sind auch nicht mehr gleichartig, denn die beiden ersten sind dreifach projicierende Kegel ihrer Restdurchdringung.

Jetzt erkennen wir auch, dass der Kegel M dieser Art — nicht der doppelt projicierende, sondern der zu den gegebenen perspectivische — im Falle $n = 2$ so zu sagen verschwunden ist; wenn man aber nach Bestimmung des Punktes M die durch die Polare s von S in Bezug auf den Kegelschnitt L gehenden und von M_1 durch M und M_2, resp. von M_2 durch M und M_1 harmonisch getrennten Ebenen M_1 und M_2 ermittelt, so bilden sie mit den Kegeln M_2, L und M_1, L resp. die Querschnitte, welche mit einander auf einem dritten Kegel zweiter Ordnung aus M liegen. Die Restdurchdringungen der drei Paare von Kegeln aus ihnen sind aber verschieden, jedoch leicht zu charakterisieren.

Ich kehre also zu dem Falle der Kegel dritter Ordnung zurück, um hervorzuheben, wie der allgemeine Charakter des geometrischen Zusammenhangs in vereinfachten metrisch specialisierten Formen erhalten bleiben kann. Denkt man die Kegel M_1, M_2 als Cylinder dritter Ordnung über der Leitcurve L in M, die Gerade s somit als eine Stellung paralleler Ebenen und S als die dieser Stellung angehörige Richtung in M, so wird auch M zu einem die Durchdringung R doppelt projicierenden Cylinder dritter Ordnung. Die Gerade s, die Schnittlinie der Ebenen M, M_1, M_2, ist als polarconjugierte jener Stellung der zu ihr conjugierte Durchmesser in der Fläche zweiten Grades F, M die Richtung des zur Leitcurvenebene conjugierten Durchmessers in ihr und M Diametralebene. Die Ebenen M, M_1, M_2 sind harmonisch conjugiert zu s M, s M_1, s M_2 in Bezug auf die respectiven Paare s M_1, s M_2, s M und s M_2, s M und s M_1. Die Involution der Ebenenpaare um s : M_1 und s M_1, M_2 und s M_2, M und s M ist geblieben, die zu ihr perspectivische Involution auf s ins

Unendliche hinaus gerückt, nach wie vor die Involutionen harmonischer Pole und Polarinvolutionen ihrer Geraden. (G. II, § 39,12 f.) Die centrischen Involutionen M, M; M_1, M_1; M_2, M_2 sind in schiefe planare Symmetrieen übergegangen (G. I, § 42). Für die constructive Durchführung wird man wie schon vorher etwa M als erste Projectionsebene festsetzen und zunächst mit dieser allein arbeiten, dann aber die zweite Projectionsebene normal zu s wählen, so dass die Doppelcurvenebenen M_1 und M_2 zweite projicierende Ebenen werden. Dabei darf man die Leitcurve dritter Ordnung in M als eine circuläre wählen, ohne an Allgemeinheit zu verlieren, um so ihre Punkte und Tangenten einfach und genau zu erhalten — man vergl. G. II, § 26, spec. p. 182 und G. III, § 53. Endlich kann man das Projectionscentrum in die Curve, in die Tangentenfläche, in eine Doppelcurve etc. legen — vergl. Bd. XXIX, G. M. VI.

Ich glaube hiernach die darstellend geometrische Behandlung der vorgelegten Frage genügend begründet und erläutert zu haben, um auch ihr vielseitiges Interesse klar zu legen. In den drei Doppelcurven D, D_1, D_2 der Tangentenfläche T hat man den Ausgangspunkt zur Untersuchung des Gesammsystemes derselben; die zunächst weiterführende Configuration ihrer Doppelpunkte, die sie ausser den drei dreifachen Punkten in s besitzen müssen, kann mit den entwickelten Grundlagen und von den Eigenschaften der Curven dritter Ordnung aus untersucht werden. Ebenso bilden die drei doppeltprojicierenden Kegel der Curve R aus M_1, M_2 und M die Grundlage für das Studium des Gesammtsystemes ihrer doppelt umgeschriebenen developpablen Fläche. (G. II, § 23,6.) Das Programm einer solchen Untersuchung habe ich hier gegeben.

Ich habe die Hoffnung auf Vollendung einer Bearbeitung des Themas, welche meiner Auffassung folgt.

Noch ist aber von den zahlreichen und zum Theil sehr interessanten Specialfällen des Problems Einiges zu sagen. Bei allgemeiner Leitcurve dritter Ordnung kann der Durchstosspunkt S — natürlich auch wenn er unendlich fern ist — eine besondere Lagenbeziehung zu ihr haben, etwa in einer ihrer Wendetangenten liegen, oder der Schnittpunkt von zweien der Wendetangenten sein, etc.; und er kann insbesondere auf der Curve selbst liegen, auch speciell in einem ihrer reellen Wendepunkte, etc.; In den letzterwähnten Fällen sondert sich von der Durchdringung R die gemeinsame Erzeugende zweifach resp. dreifach zählend ab und der Rest derselben wird zur Curve vierter resp. dritter Ordnung. Im ersten Falle kommen von den sechs Punkten in der Gruppe einer Hülfsebene immer je zwei nach M_1 und nach M_2 und die beiden letzten bestimmen mit einander einen Strahl durch M; der dritte oder hier der eigentlich doppelt projicierende Kegel M wird mit der Fläche zweiten Grades F identisch und steht über dem Polarkegelschnitt des Pols S in Bezug auf L, der diese in S berührt und in denjenigen vier Punkten schneidet, nach welchen die noch übrigen Tangenten von S aus gehen. Von den drei Diagonalpunkten ihres Vierecks, die wieder in der Curve L liegen (siehe G. III, § 53, Fig. 36 die M_i), zeigt man — wiederum auf Grund der harmonischen Theilungen — leicht, dass die Ebenenbüschel projectivisch zu einander sind, die von ihren Verbindungsgeraden mit M_1 und M_2 jeweilen aus nach dem beweglichen Punkte der Durchdringungscurve vierter Ordnung gehen. Dieselbe liegt somit auf vier Kegeln zweiten Grades und ist daher eine Curve

vierter Ordnung erster Art. Dass jene Diagonalpunkte dann die drei Doppelpunkte der Doppelcurven sind, welche J. Steiner a. a. O. in 12), II angiebt, ist klar; aber es ist hinzuzufügen, dass sie speciell Doppel-Inflexionsknoten der Curven D sind, wie diess aus G. II, § 25,9 (siehe auch Tafel III) z. B. bekannt ist. Der Uebergang vom allgemeinen Falle zu diesem speciellen, wie er stattfindet bei Annäherung des Pols S an die Curve L, ist von hohem Interesse.

Ist S sodann specieller ein Wendepunkt von L, so geht der doppelt projicierende Kegel M oder die Fläche zweiter Ordnung F in die Ebene über, welche von der harmonischen Polare des Wendepunktes S nach dem zu S in Bezug auf M_1 und M_2 harmonisch conjugierten Punkte M gelegt wird. Die Curve R wird zu einem zweiten gemeinsamen Querschnitt der Kegel M_1, M_2; die Doppelspur der Restdurchdringung ist in zwei Gerade, die Wendetangente und die Wendepolare, übergegangen.

Sodann kann die Curve L als singulär also mit einem Doppelpunkt oder einem Rückkehrpunkt begabt vorausgesetzt werden, und man kann auch in diesen Fällen den Pol S allgemein oder in einer Reihe besonderer Lagen zu ihr und auf ihr annehmen. Und endlich kann L zerfallen in einen Kegelschnitt und eine Gerade oder in drei gerade Linien, sodass man mit der Durchdringung von zwei perspectivischen Tetraedern endet; man erhält im ersten Falle drei Kegelschnitte als Restdurchdringung R, die sich paarweise in zwei Punkten schneiden, und im andern ein System von sechs Geraden, welche neun Schnittpunkte mit einander haben; sie liegen natürlich auf den Flächen einer dritten mit den beiden ersten perspectivischen dreiseitigen Pyramide; etc.

Damit bin ich zum Schluss wieder zu J. Steiner zurückgeführt. Durch meine Methode der Cyklographie mit ihren perspectivisch-symmetrischen Figuren war ich zuerst auf den Satz von den drei Pyramiden oder Kegeln mit paarweis gemeinsamen Leitcurven in den Ebenen eines Büschels geführt worden — siehe «Cyklographie» § 50: Wenn die Leitfiguren zweier Kegel ebene Querschnitte eines dritten Kegels sind, dessen Mittelpunkt in der geraden Verbindungslinie ihrer eigenen Mittelpunkte liegt, so durchschneiden sich dieselben auch in einer durch die Schnittlinie beider Leitcurvenebenen gehenden Ebene.» Die involutorische Gruppierung der drei Ebenen und der drei Mittelpunkte habe ich erst später erkannt. Aber eines schönen Tages fand ich, dass in Steiners erster Abhandlung, vom Nov. 1825 (siehe Bd. 1 des «Journals» p. 38), unter Nr. 3 f. in verschiedenen Formen der gleiche Zusammenhang ausgesprochen und bewiesen ist; ich führe eine der Fassungen in Nr. 5 an, welche lautet: «Liegen die Scheitel S, a, A dreier Kegel n^{ten} Grades in einer geraden Linie $S\,a\,A$ und schneiden irgend zwei dieser Kegel den dritten in zwei ebenen Curven, so schneiden auch diese beiden Kegel einander in einer ebenen Curve und die Ebenen dieser drei Durchschnittcurven schneiden sich zusammen in einer geraden Linie.» Die planimetrischen Probleme, von welchen ich oben sprach, hat Steiner vom Nov. 1852 datirt. Sollte trotz der langen Zwischenzeit die stereometrische Auffassung dieser Probleme ihm nicht fremd gewesen sein? Darauf hinweisende Spuren sind nicht vorhanden und so ist es wohl nur der allseitige Zusammenhang des mathematischen Denkens, der immer auf neue Weise alte Verbindungen mit Nothwendigkeit hervortreten lässt.

Notizen.

Bibliographische Notizen. — Den früheren drei Serien lasse ich folgende weitere Notizen in gleicher Anordnung folgen:

31. Max Weisse, Positiones mediae stellarum fixarum in zonis regiomontanis a Besselio inter — 15° et + 15° declinationis observatarum. Petropoli 1846 in 4. (Obs. Zür.). — „F. Thormann dem Dr. R. Wolf.“

Von mir der Zürcher Sternwarte geschenkt. — Für Thormann vgl. No. 2 und die dort citirte Notiz 357. — Es hat dieses Exemplar einen um so grössern Werth, als Thormann in dasselbe (wahrscheinlich nach einem Exemplare von Argelander) eine ziemlich grosse Anzahl von Verbesserungen eintrug.

32. F. R. Hassler, Papers on various subjects connected with the survey of the coast of the United States. Philadelphia 1824 in 4. (Wolf.) — „A son ami et cousin Mr. Frederik Chaillot à Morat l'Auteur.“

Für Ferd. Rud. Hassler von Aarau vgl. Biogr. II, Geschichte der Vermessungen und die Notizen 337, 365 und 435.

33. Philosophiae naturalis principia mathematica. Auctore Isaaco Newtono. Amstelodami 1723 in 4. (Pol.)

Auf einem Vorsatzblatte liest man: „Diese Ausgabe ist auf Kosten des berühmten Philologen Richard Bentley veranstaltet worden, der in seinen englischen und lateinischen Predigten oft die Principia seines genauen Freundes Newton anpries als ein Bollwerk gegen die Irreligiosität und eine Offenbarung der Grösse Gottes.“

34. Galilæi: De proportionum instrumento a se invento Tractatus. A Mathia Berneggero ex italica in latinam linguam nunc primum translatus. Argentorati 1612 in 4. (Pol.). — „Residentiae Societatis Jesu Litomerii A° 1636. — NB. Hoc opus non est prohibitum. — NB. Galileus non est prohibitus in omnibus operibus, sed tantum in illo, in quo tractat de motu terrae.“

Der alte Sammelband, von welchem der Galilei'sche Tractat das erste Stück bildet, enthält ausser ihm die folgenden Schriften: „Rog. Bacconis Prospectiva. Francofurti 1614 in 4, — Tres epistolae de maculis solaribus, scriptae ad Marcum Velserum.

Augustae Vindelicorum 1612 in 4, — De maculis solaribus et stellis circa Jovem errantibus, accuratior disquisitio, ad Marcum Velserum. Augustae Vindelicorum 1612 in 4, — Cyclometria ex lunulis reciprocè demonstrata. Inventore Christiano S. Longomontano. Hafniae 1612 in 4, — Joannis Kepleri Dioptrice. Augustae Vindelicorum 1611 in 4, — und: Quadratura circuli nova. Auctore Thomas Gephyrander Salicetus. (Unnae) 1608 in 4," sodass derselbe schon an und für sich als Sammlung von zum Theil ziemlich selten gewordenen Schriften ein bibliographisches Interesse besitzt. Dieses Interesse wird aber durch die oben mitgetheilten, dem Titelblatte des ersten Tractates entnommenen Noten noch wesentlich erhöht, indem man aus denselben sieht, wie ernst das 1633 von Rom aus ergangene Verbot der Galilei'schen Dialoge, nicht etwa nur in Italien, sondern sogar in dem fernen Böhmen, aufgefasst wurde: Die Jesuiten in Leitmeritz glaubten 1636 den Besitz eines mit jenem Verbote nicht in der mindesten Verbindung stehenden Buches mit den Worten „Dieses Werk ist nicht verboten. — Galilei ist nicht in allen seinen Werken verboten, sondern nur in jenem, in welchem er die Bewegung der Erde behandelt", entschuldigen zu müssen, nur weil dasselbe den Namen Galilei's trug.

35. James Orchard Halliwel, Rara mathematica; or a collection of treatises on the mathematics and subjects connected with them. From ancient inedited Manuscripts. London 1839 in 8. (Pol.). — „Sir Robert Harry Inglis, Baronet, L. L. D., M. P., F. R. S. etc. with the Editors compliments."

Das von mir auf einer Auction erworbene und sodann der Bibliothek des Polytechnikums geschenkte Exemplar enthält überdiess das vom 17. Juni 1839 datirte Billet, mit welchem Halliwell seine Sendung an Inglis begleitete. — Halliwell bezeichnet sich auf dem Titel seines kleinen, nur 120 Seiten haltenden Buches als „Esq., F. R. S., F. S. A., etc., of Jesus College, Cambridge", und scheint 1871/72 gestorben zu sein; genauere Personalien habe ich bis jetzt nicht finden können. Dagegen kann ich beifügen, dass Sir Robert Harry Inglis (1786—1855) Rechtsgelehrter, Politiker und Führer der Hochkirchenpartei im britischen Parlamente war. [R. Wolf.]

Auszüge aus den Sitzungsprotokollen.

Sitzung vom 12. Januar 1891.

im grossen Hörsaal des eidg. Physikgebäudes.

Herr Prof. Dr. H. F. Weber hält einen Vortrag: „Demonstrationen über die Ausbreitung elektrischer Ströme in langen Kabeln."

Nachher versammelte sich die Gesellschaft in einem der obern Räume des Gebäudes, woselbst durch die Güte des Herrn Vortragenden für Erfrischungen gesorgt war; es hat sich denn auch der „zweite Akt" zu einem äusserst gemüthlichen gestaltet.

Sitzung vom 26. Januar 1891.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt folgendes Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. Geschenke.

Vom Fries'schen Fond:

Topographischer Atlas der Schweiz. Lief. 37.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift:

Bulletin de la soc. des sciences de la Basse-Alsace. Tome 24. Nr. 10.

Atti della reale accademia dei Lincei. VI. Serie 2. Sem. Vol. 6. Nr. 10—11.

Annalen der Sternwarte in Leiden. Bd. 5—6.

Annual report of the museum of comparative zoology. 1889/90.

Bulletin of the museum of comparative zoology. Vol. 20. No. 4. 5.

Proceedings of the r. geographical soc. Vol. 13. Nr. 1.

Records of the geolog. survey of India. Vol. 23, part 4.

Naturwissensch. Rundschau. 1891. No. 2—4.

Industriezeitung von Riga. Jahrg. 16. Nr. 23. 24.

Anzeiger der Akademie der Wissensch. in Krakau. 1890. Nr. 12.

Annuario del observatorio astronomico nacional de Tacubaya. Anno 11.

Bulletins du comité géologique de St. Pétersbourg. Vol.8. No. 9.10. Vol. 9. No. 1—6.

Verhandlungen der zoolog. botanischen Gesellschaft Wien. 1890. Heft 3—4.
Annalen d. k. k. naturhistorischen Hofmuseums in Wien. Bd. 5. No. 4.
Abhandlungen der senkenbergischen naturforschenden Gesellschaft. Bd. 16. Heft 2.
Proceedings of the Boston soc. of. nat. hist. Vol. 24. No. 3. 4.
Memoirs of the Boston soc. of. nat. hist. Vol. 4. No. 7—9.
Proceedings of the R. soc. Vol. 48. No. 295.
North American fauna. No. 3. 4.
Catalog der astronomischen Gesellschaft. I. Abthlg. 3. Stück.
Jahrbücher des nassauischen Vereins für Naturkunde. Jahrg. 43.
Journal of comparative medicine and veterinary archives. Vol. 12. No. 1.
Neues Lausitzisches Magazin. Bd. 66. Heft 2.
Abhandlungen d. k. k. geologischen Reichsanstalt. Bd. 14.

C. Anschaffungen.

Zeitschrift für analytische Chemie. Jahrg. 29. Heft 6. Jahrg. 30. Heft 1.
Kerner v. Marilaun. Pflanzenleben. Bd. 2. Heft 11.
Rabenhorst. Kryptogamenflora. Bd. 1. Abthlg. 3. Lief. 34.
Rabenhorst. Kryptogamenflora. Bd. 4. Abthlg. 3. Lief. 16.
Journal de physique. II. série. Tome 9. No. 12. Tome 10. No. 1.
Gazzetta chimica italiana. Anno 20. No. 12.
Acta mathematica. Vol. 13. No. 3. 4.
Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie für 1883. No. 1.
Nansen. Auf Schneeschuhen durch Grönland. Lief. 11—15.
Zeitschrift für wissensch. Mikroskopie. Bd. 7. Heft 3.
Annales des sciences nat. zoologie. VII. série. Tome 10. No. 4—6.
Geological magazine. 1891. No. 319.
Biologisches Centralblatt. Bd. 10. No. 23. 24.
Connaissance des temps pour 1892.
Astronomische Nachrichten. No. 3010—3013.
Journal für praktische Chemie. Bd. 43. No. 1—3.
Die Fortschritte der Physik im Jahre 1884. Jahrg. 40.
Repertorium der Physik. Bd. 27. Heft 1.
Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. Bd. 51. Heft 2. 3.
Journal der Conchyliologie. III. série. Tome 30. No. 3.

Annalen der Chemie. Bd. 260. Heft 3.
Annales des sciences nat. botanique. VII. série. Tome 12. No.4—6.

2. Herr Dr. E. Constam hält einen Vortrag: „Ueber neue Methoden zur Bestimmung von Moleculargewichten“ mit Demonstration.

Sitzung vom 9. Februar 1891.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt das Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor. Dieselben sind unterm 23. Februar aufgeführt.

2. Herr Prof. Dr. Hantzsch hält einen Vortrag: „Räumliche Anordnung der Atome in gewissen Stickstoffverbindungen“ mit Demonstrationen.

3. Herr Prof. Dr. Keller macht eine Mittheilung: „Vorweisungen aus der letzten deutschen Bibercolonie.“

Sitzung vom 23. Februar 1891.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt folgendes Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. Geschenke

Von Herrn Dr. O. E. Imhof:

Die Fortschritte in der Erforschung der Thierwelt der Seen.
Die Fauna des Bodensees I.
Ueber die pelagische Fauna einiger Seen des Schwarzwaldes.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Naturwissenschaftl. Rundschau. Jahrg. 6. No. 5—9.
Mittheilungen aus dem naturwissensch. Verein für Greifswald. Jahrg. 22.
Abhandlungen des preussischen meteorologischen Instituts. Bd. 1. No. 1—3.
Atti della r. accademia dei Lincei. 2 Semestre. Vol. 6. No. 12.
Bulletin de la soc. belge de microscopie. Année 17. No. 3.
Bulletin of the museum of comp. zoology. Vol. 20. No. 6.
Bulletin de la soc. de sciences naturelles de la Basse-Alsace. Tome 25. No. 1.
Proceedings of the R. geograph. soc. Vol. 13. Nr. 2.

Reports of the r. college of physicians. Edinburgh. Vol. 3.
Zeitschrift der deutschen geolog. Gesellschaft. Bd. 42. Heft 3.
Verhandlungen d. k. k. geolog. Reichsanstalt. 1890. No. 14—18. 1891. No. 1.
Leopoldina. Heft 26. No. 23. 24.
Bulletin of the museum of comp. zoology. Vol. 20. No. 7.
Sitzungsberichte d. k. preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. 1890. No. 41—53.
Mittheilungen der mathematischen Gesellschaft in Hamburg. Bd. 3. Heft 1.
Industriezeitung von Riga. Jahrg. 17. No. 1.
Boletin del observatorio de Tacubaya. Tome 1. No. 2.
Atti della società dei naturalisti di Modena. III. serie. Vol. 9. Fasc. 2.
Annual report of the U. St. geolog. survey by Powell. Vol. 9. 1887/88.
Proceedings of the London math. soc. No. 391—394.
Sitzungsberichte der physikalisch medizinischen Gesellschaft Würzburg. 1890. No. 1—10.
Proceedings of the r. soc. No. 296.
Occasional papers of the California academy of sciences. Vol. 1. 2.
Anzeiger der Akademie der Wissensch. in Krakau. 1891. No. 1.
Mittheilungen d. k. k. mährisch-schlesischen Gesellschaft des Ackerbaues etc. Jahrg. 70.
Bericht über die Thätigkeit der St. Gallischen naturwissensch. Gesellschaft für 1888/89.
Sitzungsberichte der math.-physik. Classe der k. bayr. Akademie zu München. 1890. Heft 4.
Bericht, 30ster, des naturwissensch. Vereins für Schwaben und Neuburg.

C. Anschaffungen.

Moleschott. Untersuchungen zur Naturlehre. Bd. 14. Heft 4.
Annalen der Chemie. Bd. 261. Heft 2. 3.
Astronomische Nachrichten. Nr. 3014. 16—19.
Annales de chimie et de physique. 1891. No. 2.
Meteorologische Zeitschrift. 1891. No. 1.
Annales des sciences nat. zoologie. VII. série. Tome XI. No. 1.

Conwentz. Monographie der baltischen Bernsteinbäume.
Gazzetta chimica. Anno 21. No. 1.
Friderich. Naturgeschichte der deutschen Vögel. Lief. 17.
Geological magazine. 1891. No. 320.
Bulletin de la soc. géologique de France. III. série. Tome 19. No. 1.
American journal of science. 1891. No. 1.
Biologisches Centralblatt. Bd. 11. No. 1.
Neue Denkschriften der allgemeinen schweiz. Gesellschaft für Naturwissenschaft. Bd. 31.
Archives italiennes de biologie. Tome 14. No. 3.
Journal für praktische Chemie. 1891. No. 4.
Acta mathematica Bd. 14. No. 3.
Mittheilungen aus der zoologischen Station zu Neapel. Bd. 9. Heft 4.
Büttikofer, J. Reisebilder aus Liberia. II. Band.
Weber, Max. Zoologische Ergebnisse einer Reise in Niederländisch Indien. Heft 2.
Denkschriften d. k. k. Akademie der Wissenschaften. Bd. 57.

2. Herr Dr. med. Roth meldet sich zur Aufnahme in die Gesellschaft.

3. Herr Dr. Winogradsky hält einen Vortrag: „Ueber die Organismen der Nitrification."

Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte (Fortsetzung).

438. Mit Erlaubniss des Verfassers lasse ich einen Auszug aus dem Nachrufe folgen, welchen Prof. Dr. Ernst dem am 11. Februar 1890 in Lugano, wo er Erholung von den Folgen der Influenza zu finden hoffte, verstorbenen Professor Dr. Arnold Cloëtta im „Correspondenz-Blatt für Schweizer Aerzte" widmete:

„Cloëtta ward geboren den 27. April 1828 in Triest, woselbst sein Vater und auch schon sein Grossvater einem bedeutenden Kaufmannsgeschäfte vorstunden. Die Familie stammte aus dem bündnerischen Bergdorfe Bergün am Albulapass und siedelte im Jahre 1838 von Triest nach Zürich über — gehörte doch auch die Mutter des Verstorbenen der Familie von Muralt

in Zürich an. Nachdem Cloëtta vorerst in einem Privatinstitute herangebildet worden war, trat er 1842 in die 3. Classe des untern Gymnasiums ein und durchlief nun diese Schule bis zur obersten Classe, um 1847 an die Hochschule überzutreten. Der damals herrschende, trockene Geist dieser Schule konnte dem lebendigen Jüngling nicht behagen und so kam es, dass er trotz seiner Fähigkeiten keine hervorragenden Leistungen und keinen grossen Eifer entwickelte. In den ersten 2 Semestern des Hochschullebens entfaltete sich deshalb der freie Sinn: studentisches Denken und Handeln in schönster Blüthe. Cloëtta war ein nobler, ächter Studiosus, ein Jüngling ohne Furcht und Tadel. Er liebte das Waffenspiel, die Musik und academische Geselligkeit in hohem Masse und ragte durch körperliche wie geistige Vorzüge als tonangebender Commilitone hervor. Mit geübter Hand und scharfer Klinge wies er Ungebührlichkeiten ab, ohne irgend welchen Missbrauch von der Waffe zu machen. Dieses freie und frohe Studentenleben war aber nur von kurzer Dauer, denn schon im Lauf des politisch-kritischen Jahres 1848 trat eine auffallende Aenderung im Wesen des Jünglings ein. Er kehrte dem geselligen Leben den Rücken und concentrirte seine ganze Zeit auf ernste Arbeit. Nach einem Briefe an einen seiner Jugendfreunde zu schliessen, machten die durch die politischen Ereignisse hervorgerufenen socialen Erschütterungen einen sehr tiefen Eindruck auf ihn und legten ihm den Gedanken nahe, dass Familienwohlstand vergänglich, geistiges Wissen und Können aber das sicherste Besitzthum seien. In dieser Epoche widmete er sich eifrig dem Studium der Chemie und arbeitete unter der vortrefflichen Leitung des jüngst verstorbenen Prof. Löwig im Laboratorium. Er wurde durch diese chemischen Studien so absorbirt, dass er sich mit dem Gedanken vertraut machte, zum chemisch-technischen Beruf überzutreten und der Medicin Valet zu sagen. Doch hatte er es nicht zu bereuen, der letzteren treu geblieben zu sein; denn er besass durch diese Specialkenntnisse in der Chemie vor seinen sämmtlichen Commilitonen einen bedeutenden Vorsprung und konnte deshalb, wie kein anderer, bei den auf physicalisch-chemischer Grundlage basirenden Untersuchungen sich activ bethätigen. So arbeitete er denn bei dem damals

in Zürich wirkenden berühmten Physiologen Ludwig fruchtbar und mit grossem Erfolge, weil er die gehörige Vorbildung für Studien und Methode dieses bahnbrechenden Meisters besass. Cloëtta wählte zu seiner speciellen Arbeit: Versuche über die Diffusion durch thierische Membranen mit Kochsalz und Glaubersalz im Anschluss an die bereits veröffentlichten Abhandlungen von Ludwig und Jolly. Als Diffusions- und Imbibitionsmembran benutzte er zum ersten Mal das Pericard des Rindes und wies nach, dass das Diffusionsbestreben des Kochsalzes ins Wasser grösser sei als dasjenige der Glaubersalzlösung. Ferner ergab sich, dass alle thierischen Membranen einen eigenthümlichen Membranstoff enthalten müssen, welcher stets seine Anziehungskraft zu den Salzen geltend macht. Diese schöne Arbeit legte er der Facultät als Dissertation im November 1851 vor und erwarb sich damit den Doktortitel. Den übrigen Fächern der Medicin wurde stets die nöthige Aufmerksamkeit geschenkt, in Zürich besonders unter Hasse und Locher, und später nach absolvirtem Staatsexamen in Würzburg unter Virchow, wo seine schöne Arbeit über „Hypertrophie der Nerven des Herzens bei Hypertrophie der Herzsubstanz (Mitth. d. Würzb. phys. med. Ges. 1853)" entstand. Nachher besuchte er Paris, arbeitete bei Bernard, der damals mit seinen Experimenten über Nervus sympathicus beschäftigt war, lernte in den verschiedenen Spitälern die berühmtesten Kliniker kennen, und schloss seine Studienfahrt mit einem 6wöchentlichen Aufenthalt in London ab. Im Jahre 1854 habilitirte sich der gründlich durchgebildete Mediciner als Privatdocent an der Universität Zürich für allgemeine Pathologie und gerichtliche Medicin und widmete sich nebenbei der ärztlichen Praxis. Im Jahre 1857 wurde er ausserordentlicher Professor für obige Fächer und, als er anfangs der siebziger Jahre die erledigte Professur für Arzneimittellehre übernommen hatte, avancirte er zum Professor ordinarius. In den Jahren 1855 und 1856 fand er noch Musse, bei Städeler Untersuchungen „über den Stoffwechsel" anzustellen. Diese Arbeiten über Vorkommen von Inosit, Harnsäure, Taurin, Leucin und Tyrosin im Lungengewebe, der Leber, Niere u. s. f. sind in der „Vierteljahrsschrift der naturforschenden Gesellschaft Zürichs" Band III und IV niedergelegt und

geben Zeugniss von seiner pünktlichen und sorgfältigen Methode bei der Reindarstellung organischer Körper aus den Geweben. Später veröffentlichte er in Virchow's Archiv Band 35 eine Abhandlung über: „Das Auffinden von Strychnin im thierischen Körper." Aus diesen chemisch-analytischen Untersuchungen geht hervor, dass Strychnin bei Thieren selbst 12 Monate nach Vergrabung der Cadaver nachweisbar ist. Ein Resultat, welches für den Gerichtsarzt von grosser Bedeutung bleiben wird und Bedenken gegen die Leichenverbrennung aufsteigen lässt. — Von andern publicirten Arbeiten Cloëtta's seien hier noch erwähnt eine Abhandlung über „Leberabscess" und eine solche „über acute, gelbe Leberatrophie". — Seine Collegien über allgemeine Pathologie und gerichtliche Medicin zeichneten sich durch Klarheit und Objectivität aus. Schlicht und schmucklos bot er seinen Schülern stets eine positive Grundlage in diesen Fächern. Diese Eigenschaften zierten ihn in gleichem Masse in seiner Thätigkeit als Gerichtsarzt und Mitglied des Sanitätsrathes, welch' letzterer Behörde er wohl über 2 Decennien angehörte. Die Gutachten, welche er in dieser Stellung auszuarbeiten hatte, wurden von den Juristen und Staatsmännern ihrer Klarheit und Nüchternheit wegen sehr geschätzt. Neben obigen Hauptcollegien las Cloëtta zeitweise über Balneologie und Geschichte der Medicin; ferner dürfen wohl seine zwei academischen Vorträge „über die Entstehung des ärztlichen Standes" und „über die Erkältung als Krankheitsursache", gehalten vor gemischtem Publicum, ihrer Gediegenheit wegen erwähnt werden. — Nach Ablauf eines Vierteljahrhunderts trat Cloëtta 1879 von seinem academischen Amte zurück, da die ausgedehnte practische Thätigkeit seine Kräfte zu sehr in Anspruch nahm. Zum Abschluss seiner Lehrthätigkeit schrieb er ein „Lehrbuch der Arzneimittellehre", welches 5 Auflagen erlebte. Dieses Lehrbuch trägt durchaus den Stempel des Verfassers; es ist klar und bündig geschrieben und enthält kein überflüssiges Wort. Cloëtta stand überdies nicht blos einer grossen Praxis vor, sondern er wirkte auch seit der Gründung (1858) an dem Krankenasyl und Diakonissenhaus in Neumünster bis zu seinem Tode als leitender Arzt. Unter ihm ist diese Stiftung von bescheidenem Anfang zu einer ansehnlichen und segensreichen Anstalt

herangewachsen. Hier sowohl als in seiner Privatpraxis zeigte sich seine hohe Begabung als Arzt, seine Menschenkenntniss, sein Takt, seine Gewissenhaftigkeit, gepaart mit liebenswürdiger Humanität und Milde. Er besass ein seltenes Talent, mit wenig Worten viel zu leisten. Ich möchte ihn, wenn das Epitheton ornans gestattet ist, den schweigsamen Moltke unter den Zürcher Aerzten nennen."

Ich füge noch bei, dass Cloëtta im Jahre 1854 der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich beitrat, und derselben bis zu seinem Tode ein treues Mitglied blieb, wenn ihm auch überhäufte Arbeit nur selten erlaubte an ihren Versammlungen Theil zu nehmen.

439) Als ich vor einiger Zeit in einem Auctionscataloge ein mir bis dahin ganz unbekanntes, den Titel „Traité de l'année juive antique et moderne. Suivi d'une Ode hébraïque à la louange de sa majesté impériale et royale Napoléon le Grand, avec sa traduction en vers français. Par Louis Bridel, Professeur en théologie biblique dans l'Académie de Lausanne, et Membre du Grand Conseil. Imprimé à Basle chez Guillaume Haas 1810" führendes Buch fand, das mich schon um des behandelten Gegenstandes willen, aber allerdings noch mehr als Leistung eines Schweizers interessirte, so liess ich mir dasselbe kommen. Ich erhielt so einen stattlichen und auch typographisch bemerkenswerthen Octavband, in welchem einem XXX Seiten beschlagenden jüdischen Kalendarium für unser Jahr 1808 der eigentliche, 196 Seiten füllende „Traité", dessen 14 letzte Seiten, welche wohl ohne Schaden weggeblieben wären, theils die schon auf dem Titel erwähnte „Ode adressée à sa majesté Napoléon le Grand, Empereur des Français et Roi d'Italie, par la communauté juive de Francfort, à son passage par cette ville après son nouveau triomphe", theils eine „Inscription qui se trouve sur le tombeau d'un Juif à Carouge" enthalten. — So weit ich nun ohne eingehendes Studium den Haupttheil des vorliegenden Buches beurtheilen kann, gibt dasselbe über das Entstehen und Wesen des complicirten jüdischen Kalenders einlässlichen, sogar etwas wohl weitschweifigen, aber ziemlich fasslichen Aufschluss, und darf unzweifelhaft als eine, für die Zeit seiner Abfassung, gute Leistung taxirt werden, wenn dieselbe auch

nach den neuern Forschungen manche Berichtigung und Ergänzung erfordern dürfte, und überhaupt nicht darauf Anspruch machen kann noch der Gegenwart zu genügen, oder auch nur, wozu eben eine bahnbrechende Arbeit erforderlich wäre, für sie noch einen grossen historischen Werth zu besitzen. — Ueber den Verfasser gab mir, auf meinen Wunsch hin, Herr Professor H. Vuilleumier in Lausanne, dem ich schon früher so werthvolle Beiträge zur Notiz 425 zu verdanken hatte[1]), unter dem 15. Juli 1890 folgenden verdankenswerthen Aufschluss: „Voici quelques renseignements sur Louis Bridel, un de mes prédécesseurs dans la chaire d'exégèse de l'Anc. Test. et de la langue hébraïque. — Frère cadet du Doyen Philippe Bridel, bien connu par ses publications historiques, Louis Bridel est né comme lui à Begnins, où leur père etait pasteur, en 1759. Après avoir fait ses études à Lausanne et y avoir été consacré au St. Ministère en 1784, il voyagea pendant plusieurs années en qualité de précepteur. Ses voyages le conduisirent jusqu'à Torneo au Nord, jusqu'à Agrigente au Midi, et lui permirent de compléter lui-même ses études dans les universités d'Erlangen et de Vienne. De retour au pays natal, il se montra un adepte fervent de la révolution de 1798 et fut envoyé par le gouvernement helvétique en tournée missionaire dans les cantons du Léman et de la Sarine pour y répandre des idées d'ordre et de liberté. Sous le régime de la Médiation il fut d'abord pasteur de l'Eglise française de Bâle (1803—1808), puis pendant quelques mois second pasteur de Cossonay (Vaud), enfin, ayant concouru avec succès pour la chaire d'exégèse biblique à l'Académie de Lausanne, il y fut solennellement installé en janvier 1809. Il a occupé cette chaire jusqu'à sa mort, survenue le 5. Février 1821. — Il a laissé un assez grand nombre de publications soit littéraires et poétiques, soit politiques, soit théologiques; la derniére est une

[1]) Ich mache bei dieser Gelegenheit auf zwei Druckfehler aufmerksam, welche sich in jene Notiz eingeschlichen haben: Anstatt „j'aurais *vrai*ement cherché" ist zu lesen „j'aurais *vain*ement cherché", — anstatt „M. Pich*e*val-Dardier" aber „M. Pich*e*ral-Dardier".

traduction du livre de Job (Paris 1818) qui est loin d'être sans valeur."

440) Nachdem Christoph Jetzler von Schaffhausen[1]) am 5. September 1791 am „hohen Messmer", wie früher der Säntis benannt wurde, verunglückt war, liessen 1794 einige Freunde an dem Felsen, an dessen Fuss seine Leiche gefunden worden war, die Inschrift „Christophorus Jezelerus, Civis inclitus Scafusianus, Professor mathematicae et physicae, de patriae rebus bene meritus, super hanc petram e iugo mentis altissime præceps ruens mortem obiit die quinte mensis Septembris MDCCXCI" eingraben, worauf jener Fels von den Hirten den Namen „Schaffhauser Platte" erhielt. — Als man in der neuesten Zeit durch Herrn Landammann Rusch in Appenzell darauf aufmerksam gemacht wurde, dass die Inschrift durch Verwitterung fast unlesbar geworden sei, fasste der Schaffhauser Bürgerrath den Beschluss, dieselbe in Bronze giessen und neben der alten in den Felsen einfügen zu lassen, und die Section Randen des S. A. C. übernahm es, dieselbe durch eine einfache Feier einzuweihen, welche sodann am 1. Juli 1889 wirklich in gelungener Weise ausgeführt und durch Dr. A. Henking in No. 15 der „Schweizer-Alpenzeitung" alsbald in ansprechender Weise beschrieben wurde. — Im Anschlusse an diese Notiz lasse ich einen bezüglichen Auszug aus dem Tagebuch Hegner's folgen, welchen vor einigen Jahren der kürzlich verstorbene, 1836 als flüchtiger Burschenschäftler nach der Schweiz verschlagene Alt-Rektor Georg Geilfus[2]) (Lampertheim in Hessen 1815 I 21, — Winterthur 1891 II 22; erst Sekundarlehrer in Turbenthal; dann Lehrer der Geographie und Geschichte in Winterthur) für mich zu machen die Freundlichkeit hatte. Ulrich Hegner schrieb nämlich 1791 in sein Tagebuch: „Im Gonterbad erfuhr ich, dass unlängst ein Fremder in den Bergen todt gefunden und in

---

[1]) Vergl. für Jetzler Biogr. II 207—230 und viele andere Stellen; ferner viele von mir in den Berner Mitth. und der Zürch. Viert. veröffentlichte Auszüge aus Briefen desselben, sowie die Notizen 4, 5, 10, 13, 17, 18, 59, 115, 232, etc. — [2]) Vgl. den ansprechenden Nekrolog in der Neuen Zürch. Zeit. von 1891 III 3—4.

Appenzell auf dem Armensünderkirchhof begraben worden sey. Junge Knaben, die Bergdiamanten auf den obersten Höhen des Säntis suchten, denn die Sennen hatten sich schon lange zurückgezogen, haben ihn ganz zerfallen angetroffen; man habe bey ihm etwas Geld, eine kleine Brieftasche und ein Fernglas gefunden. Ich wusste, dass Professor Jetzeler aus Schaffhausen, der ein vertrauter Freund meines sel. Vaters gewesen, noch so spät in diese Berge gegangen, konnte jetzt für einmal nichts weiter erfahren. Doch ging mir der Vorfall immer im Kopf herum, und als wir in Gais waren, und daselbst auch nichts weiter erfahren konnten, begab ich mich nach Appenzell zu dem regierenden Landammann, eröffnete ihm, dass ich den auf dem Gebirge Verunglückten zu kennen glaube, und wünschte, seine Effekten, besonders seine Brieftasche, zu sehen. Der Landammann sagte, man habe ihn aus dem wenigen, was er bey sich gehabt, und seinem schlechten Anzug, für einen gemeinen Mann aus der Fremde angesehen und auch so behandelt. Indessen führte er mich doch in seine Audienzstube, die zugleich die Garderobe seiner Frau und Töchter war, denn ihre Kleider hingen allenthalben an Gestellen herum. Er wies mir ein englisches Taschenperspektiv, das aber vom Fall krumm gebogen war, und die unansehnliche Brieftasche, worin sich nichts fand, als eine mit Bleystift geschriebene Reiseroute und ein Verzeichniss unglaublich geringer Ausgaben, die ich aber sogleich für die charakteristische Handschrift Jetzeler's erkannte. Dem Herrn Landammann war es nicht ganz recht, zu vernehmen, dass der Verunglückte einer der angesehensten Männer von Schaffhausen gewesen, und dass Er, wie ich unmassgeblich meinte, dorthin schreiben lassen sollte. — Es geschah aber doch; nach Schaffhausen wurde geschrieben, und mehrere Zeit hernach, als ich schon nicht mehr in Gais war, kamen Abgeordnete aus Jetzeler's Vaterstadt, liessen den Todten ausgraben und auf den reformirten Gottesacker in Gais bringen. — Vielleicht aber wären seine Gebeine ebenso ruhig in Appenzell bey den armen Sündern gelegen; denn in Gais ging es, wenigstens damals, noch höchst unanständig mit dem leichten Verscharren und baldigen wieder Aufroden der Leichnahme zu. In Jetzelers Kleidern fanden die Abgeordneten noch 20 Louis d'or einge-

näht. Hätten die Appenzeller das gewusst, sie würden ihm wohl eine ehrlichere Verstattung gewährt haben. — Ich besitze noch von ihm einen selbst verfertigten langen Tubus, den er meinem Vater verehrte und ein Paar auch von ihm selbst gemachte Frauenzimmer-Pelzhandschuhe, die er meiner Mutter schenkte, denn er war in seiner Jugend ein Kürsner. In meiner Kindheit kam er öfters zu uns, weil er, wie mein Vater, der Mathematik ergeben war und sich bey ihm Rath holte. Ich achtete ihn sehr hoch, denn mein Vater sprach immer mit Bewunderung von ihm.“ —

441) Nach einem Artikel in der Neuen Zürcher-Zeitung vom 17. Februar 1891 war der am 15. erfolgte Hinschied von Hans Wolf, Professor der Chemie am Technikum in Winterthur, nicht nur ein schwerer Schlag für seine Familie, sondern auch ein grosser Verlust für Schule und Wissenschaft. Zu Zürich im Jahre 1853 dem als Architekt und langjährigem Waffenchef des Genie-Corps weit bekannten Oberst Joh. Kaspar Wolf (1818—1891) als vierter und jüngster Sohn geboren, ergriff er das Studium der Chemie, dem er am schweizerischen Polytechnikum mit bestem Erfolge oblag, sich bereits damals durch Lösung einer Preisaufgabe „Ueber die Herstellung von Fuchsin ohne Arsenik“ auszeichnend, — kam dann Mitte der siebziger Jahre als Assistent an das kurz zuvor gegründete Technikum in Winterthur, — und leistete demselben schon in dieser Stellung, sowie dann später in noch grösserm Masse als Lehrer, vortreffliche Dienste. Ueberdiess soll ihm die organische Chemie, und ganz besonders die Lehre von den Farbstoffen, eine grössere Anzahl von wissenschaftlich interessanten, sowie technisch wichtigen Arbeiten und Entdeckungen verdanken, so z. B. eine sich praktisch sehr gut bewährende Methode in der Alizarinfärberei den Farbstoff mit Oel und Thonerde gleichzeitig auf Baumwolle zu fixiren. [R. Wolf.]

Beiträge zur Theorie der Affinität und Valenz.

Von

Alfred Werner.

Es ist eine Thatsache, dass ein bestimmtes Atom nur eine bestimmte Zahl anderer Atome zu binden vermag. Diese Thatsache wird im Sinne der gegenwärtig herrschenden Strukturlehre (Theorie der Atomverkettung) meist so gedeutet, dass die Affinität des betreffenden Atoms nur in einer bestimmten Zahl von Einzelkräften zur Wirkung kommt, welche als Valenzeinheiten bezeichnet werden. Darnach ist also die Valenzeinheit der kleinste Bruchtheil der Affinität eines Atomes, der als Einzelkraft zur Wirkung kommt und der zum Zusammenhalt zweier Atome in einem Molekül genügt. Die Zahl der an einem Atom wirkenden Valenzeinheiten wird allgemein als dessen »Valenz« bezeichnet.

Einige Forscher nehmen weiter an, dass diese Einzelkräfte (Valenzeinheiten) von bestimmten Stellen der Oberfläche der Atome[1]) aus zur Wirkung kommen, dass mehrwerthige Atome also verschiedene gesonderte, an bestimmte Theile des Atoms gebundene Valenzeinheiten besitzen. Andere Forscher sind noch weiter gegangen und haben die Hypothese aufgestellt, dass die Valenzeinheiten nur nach bestimmten Richtungen des Raumes[2]) wirken können; beim

[1]) Erlenmeyer Lehrb. der organ. Chemie, Seite 40.

[2]) van't Hoff. La chimie dans l'espace 1875.

Kohlenstoffatom sollen z. B. die vier Valenzeinheiten vom Mittelpunkt des Atoms aus ihre anziehende Kraft in der Richtung der vier Ecken eines regulären Tetraëders zur Wirkung bringen.

Diese Vorstellung, dass die Valenzeinheit eine gerichtete Einzelkraft sei, bildet die Basis vieler theoretischer Entwickelungen der gegenwärtigen Periode chemischer Forschung, welche mit der Aufstellung des Satzes von der Vierwerthigkeit des Kohlenstoffatomes durch Kékulé begonnen hat und bisher noch nicht abgeschlossen ist; immer mehr ist die Valenzeinheit in diesem Sinne in den Vordergrund getreten, während die Affinität, als ein noch dunkler Begriff, nur wenig oder gar nicht in Betracht gezogen wurde.

Allein diese Auffassung der Valenzeinheit legt in deren Begriff mehr, als aus den Thatsachen gefolgert werden darf, bedingt Hypothesen über den inneren Bau der Atome[1]) und ergibt Probleme, welche trotz vielen Bemühens bisher nicht gelöst werden konnten.

Sie führt z. B. dazu, an einem mehrwerthigen Atom bestimmte Stellen oder Theile zu unterscheiden, die unter sich als gleichwerthig zu betrachten sind[2]), also von anderen Theilen verschieden sein müssen; sie frägt nach der relativen Stellung dieser gleichwerthigen und ungleichwerthigen Theile des Atoms, nach der Wirkungsrichtung der Valenzeinheiten und ihrer Ablenkung; sie verlangt dabei, in consequenter Weise entwickelt, bestimmte Vorstellungen über die Gestalt der Atome u. s. w.

In richtiger Erkenntniss der Schwierigkeiten, die sich der Auffassung der Valenzeinheit als gerichteter Einzel-

[1]) Wunderlich. Configuration organ. Moleküle, Seite 8.

[2]) Lossen. Ann. der Chemie u. Pharm. 204. 327.

kraft entgegenstellen, hat sich schon Lossen[1]) in seiner Abhandlung »Ueber die Vertheilung der Atome in der Molekel« gegen derartige Vorstellungen ausgesprochen.

Er definirt die Valenz auf Grund der Thatsachen ohne jede hypothetische Zuthat folgendermassen: »Der Werth[2]) (die Valenz) eines Atomes ist eine Zahl, welche ausdrückt, wie viel Atome sich in der Bindungszone desselben befinden. Da die Zahl der mit dem nämlichen mehrwerthigen Atom direkt verbundenen Atome in verschiedenen Molekülen wechselt, so ist auch der Werth des nämlichen mehrwerthigen Atomes wechselnd.« Claus[3]) hat sich in ähnlichem Sinne ausgesprochen. Er sagt: »Die Annahme von Valenzen, als in mehrwerthigen Atomen präexistirender, ihrer Wirkungsgrösse nach bestimmter Affinitätseinheiten ist eine ebenso unbegründete wie unnatürliche Hypothese.«

Ueberträgt man die Auffassung von der Valenzeinheit als gerichteter Einzelkraft speciell auf das Kohlenstoffatom, so begegnet man, wie ich im Folgenden nachweisen werde, abgesehen von den oben angedeuteten allgemeinen, noch speciellen Schwierigkeiten. Es ist nämlich für eine Reihe an sich sehr einfacher Vorgänge auf der Basis der bisherigen Valenztheorie bis heute vergeblich eine ebenso einfache Erklärung gesucht worden. Die hierher gehörigen Erscheinungen ordnen sich in folgende drei Gruppen:

1) Uebergänge der optisch activen Substanzen in ihre inactiven Modificationen.

2) Gegenseitige Uebergänge der geometrisch isomeren Substanzen.

3) Verhalten und Constitution der Körper mit sogenannten mehrfachen Bindungen, unter anderem des Benzols.

---

[1]) Ann. 204. 265. [2]) Ann. 204. 284. [3]) Ber. 14. 432.

Auf diese Thatsachen wird später ausführlicher eingegangen werden; vorher werde zweckmässig dargelegt, wie man durch eine etwas veränderte Vorstellung über Valenz und Affinität, speciell beim Kohlenstoffatom die eben berührten Thatsachen, wenigstens im Princip, befriedigender erklären kann, als dies bisher durch die Lehre von der Valenzeinheit als gerichteter Einzelkraft geschehen konnte.

Ueber die Affinität und die Valenzeinheiten des Kohlenstoffatoms.

Ausgehend von der Thatsache, dass um einen Mittelpunkt vier verschiedene andere Punkte in zwei asymmetrischen Systemen gelagert sein können, welche sich verhalten wie Bild und Spiegelbild, d. h. nicht zur gegenseitigen Deckung gebracht werden können, kamen Le Bel und van't Hoff zur Ueberzeugung, dass eine derartige Lagerung der Atome bei den optisch activen Kohlenstoffverbindungen vorhanden sei.

Während aber Le Bel die weitere Frage: Warum sind die Atome in den Kohlenstoffverbindungen so angeordnet, warum liegen sie nicht in einer Ebene oder bilden irgend eine andere Configuration? nicht näher behandelte, beantwortete sie van't Hoff in dem bekannten Sinne: Die Valenzeinheiten des Kohlenstoffs seien gesonderte Einzelkräfte, welche nach den Ecken eines regulären Tetraëders wirken und dadurch die räumliche Lagerung der an sie gebundenen Atome bedingen. Die Theorie des asymmetrischen Kohlenstoffatomes in der von van't Hoff entwickelten Form[1]), die Spannungstheorie von v. Baeyer[2]) für ringförmige Kohlenstoffmoleküle und die Entwicke-

[1]) van't Hoff. La chimie dans l'espace. 1875.
[2]) Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft. XVIII. 2277.

lungen von J. Wislicenus[1]) über die geometrische Isomerie knüpfen direkt an diese Anschauung an.

Dieser Anschauung soll nun eine andere entgegengesetzt werden, deren principieller Unterschied darin besteht, dass sie sich direkt aus einer bestimmten Vorstellung über die Affinität ableitet und die Valenz nach dem Vorgange Lossens nur als die Verhältnisszahl auffasst, welche angibt, wie viele Atome direkt miteinander verbunden sind.

Wenn das Atom als ein bestimmter Raumtheil einheitlicher Materie und der Einfachheit halber kugelförmig gedacht wird, so werde bezüglich der Affinität folgende einfache Annahme gemacht und als Basis für sämmtliche weitere Entwickelungen betrachtet: Die Affinität ist eine, vom Centrum des Atoms gleichmässig nach allen Theilen seiner Kugeloberfläche wirkende, anziehende Kraft.

Aus dieser Auffassung der Affinität folgt nothwendig, dass gesonderte Valenzeinheiten nicht bestehen. Die Valenz bedeutet ein von Valenzeinheiten unabhängiges, empirisch gefundenes Zahlenverhältniss[2]), in welchem die Atome sich miteinander verbinden. Sie ist nicht abhängig von einem Atom allein, sondern gleichzeitig von der Natur sämmtlicher Elementaratome, die sich zum Molekül vereinigen. Wie sehr die Valenz

---

[1]) J. Wislicenus. Ueber die räumliche Anordnung der Atome in organischen Molekülen.

[2]) Dem Einwurf, dass durch die Annahme von Valenzeinheiten die Zahlenverhältnisse, in welchen die Atome sich miteinander verbinden erklärt werden, muss entgegengehalten werden, dass eine derartige Vorstellung keine Erklärung, sondern nur eine Umschreibung dieser Erscheinung bedeutet.

von der Natur der Atome abhängig ist, dafür bietet der bekannte »Wechsel der Valenz« der Atome, je nach der Natur der mit ihnen verbundenen anderen Atome, Beispiele genug. So ist der Stickstoff z. B. im Allgemeinen dreiwerthig, fünfwerthig wird er nicht gegenüber allen einwerthigen Atomen, sondern nur dann, wenn wenigstens eines der fünf an ihn geketteten Atome negativ ist u. s. w.

Betrachten wir nun im Sinne dieser Auffassung über Affinität und Valenz das Kohlenstoffatom in seinen Verbindungen.

Es ist eine Thatsache, dass das Kohlenstoffatom mit höchstens vier anderen Atomen direkt verbunden sein kann. Diese vier Atome werden bestrebt sein, sich so um die Atomsphäre des Kohlenstoffatomes zu gruppiren, dass zwischen ihnen und dem Kohlenstoffatom der grösstmöglichste Affinitätsaustausch eintreten kann, und hierin wird also das ausschlaggebende Moment für die relative Stellung dieser ebenfalls kugelförmig gedachten Atome um die Kohlenstoffsphäre zu suchen sein.

Die Punkte, in denen die Verbindungslinien der Schwerpunkte dieser vier an das Kohlenstoffatom gebundenen Atome[1]) mit dem Schwerpunkte des Kohlenstoffatoms die Oberfläche desselben schneiden, mögen als Valenzorte bezeichnet werden.

Zur Bindung jedes der vier fremdartigen Atome wird ein bestimmter Affinitätsbetrag des Kohlenstoffatoms verwandt werden. Derselbe ist auf einem bestimmten kreis-

[1]) Es wird hier der Einfachheit halber angenommen, dass die mit dem Kohlenstoffatom verbundenen Atome sich in Ruhe befinden. Die berechtigte Annahme, dass diese Atome periodische Bewegungen ausführen, ändert an den zunächst zu gebenden Entwickelungen nichts, würde sie aber unnütz compliciren.

förmigen Abschnitt der Kugeloberfläche des Kohlenstoffatomes vertheilt und möge der Einfachheit halber als Bindefläche bezeichnet werden.

Die stabile Lagerung der vier mit dem Kohlenstoffatom verbundenen Atome wird dann vorhanden sein, wenn die Bindeflächen der vier Atome auf der Atomsphäre des Kohlenstoffatoms so gross als möglich sind, ohne sich auch nur theilweise zu decken; denn sobald dies eintreten würde, so würde das mit anderen Worten bedeuten, dass ein bestimmter Betrag von Affinität durch zwei verschiedene Atome gleichzeitig in Anspruch genommen wäre, was ohne Schwächung der gegenseitigen Bindefestigkeit nicht eintreten könnte.

Wenn nun vier gleiche Atome, z. B. vier Wasserstoffatome, mit dem Kohlenstoffatom verbunden sind, wenn also Moleküle der Form CR^{I}_{4} vorliegen, so wird jedes Wasserstoffatom gleich viel Affinität beanspruchen, die vier Bindeflächen werden auf der Oberfläche des Kohlenstoffatomes durch vier gleichgrosse Kreise dargestellt, deren Mittelpunkte, die sogenannten Valenzorte, sich in den Ecken eines regulären Tetraëders befinden werden, weil einzig in dieser Anordnung die Bindeflächen am grössten sind, ohne sich gegenseitig theilweise zu decken.

Auf die eingangs gestellte Frage nach der Ursache der tetraëdrischen Vertheilung der an das Kohlenstoffatom gebundenen Atome erhalten wir hiermit also eine von derjenigen van't Hoff's wesentlich verschiedene Antwort. Die mit dem Kohlenstoffatom verbundenen vier gleichartigen Atome ordnen sich desshalb in der gegenseitigen Stellung der Ecken eines regulären Tetraëders an, weil dadurch der grösste Austausch von Affinität

zwischen ihnen und dem Kohlenstoffatom, d. h. die grösste Bindefestigkeit eintritt.

Durch diese Vorstellung wird auch erklärt, warum die Atome, obgleich sie nicht an bestimmte »Valenzeinheiten« des Kohlenstoffatoms gebunden sind, dennoch unter normalen Bedingungen in den eingenommenen relativen Lagen verharren und sich nicht durcheinander schieben, um andere Lagen einzunehmen. Diese Beweglichkeit ist nämlich desshalb nicht möglich, weil die als Kreise gedachten Bindeflächen sich berühren[1]), eine freiwillige Veränderung ihrer gegenseitigen Lage also nicht zulassen, wovon man sich am Modell leicht überzeugen kann.

Die bisherigen Ableitungen gelten speciell nur für Moleküle der Form CR^{I}_{4}, also für den Fall, dass die vier mit dem Kohlenstoffatom verbundenen Atome unter sich gleich sind. Mit zunehmender Ungleichheit derselben, also für Moleküle der Form $CR^{I}_{2}R^{II}_{2}$ und $CR^{I}R^{II}R^{III}_{2}$ ergeben sich leicht zu entwickelnde Abweichungen, und in Molekülen $CR^{I}R^{II}R^{III}R^{IV}$ wird jedes Atom mit einem verschieden grossen Affinitätsbetrag an den Kohlenstoff gebunden sein, also eine verschieden grosse Bindefläche in Anspruch nehmen, wodurch die vier Valenzorte mehr oder weniger aus den Ecken eines regulären Tetraëders verschoben werden. Moleküle der Form $CR^{I}R^{II}R^{III}R^{IV}$ werden also entsprechend diesen Entwickelungen die Valenzorte der vier Radicale in den Ecken eines asymmetrischen Tetraëders enthalten[2]), also in zwei enantiomorphen Confi-

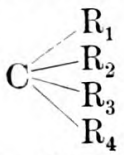
[1]) Die Bindeflächen werden sich darum berühren, weil jedes der vier an den Kohlenstoff gebundenen Atome die um seinen Valenzort befindliche Affinität bis zu der Entfernung in Anspruch nehmen wird, in welcher die Wirkungssphäre eines andern Atomes anfängt.

[2]) Der Einfluss der verschiedenen Gruppen aufeinander wird eine weitere Veränderung der relativen Lage der Valenzorte be-

gurationen bestehen können. Bis hierher, d. h. für den Ruhezustand der Moleküle, unterscheidet sich die neue Auffassung von derjenigen von van't Hoff und Wislicenus allerdings wohl im Principe; sie führt aber trotzdem im Wesentlichen zu den gleichen Folgerungen wie jene. Allein für die Uebergänge der optisch und geometrisch isomeren Substanzen und für die Theorie der ungesättigten Kohlenstoffverbindungen, unter anderm des Benzols, ergeben sich aus ihr wesentlich neue Gesichtspunkte und einfachere Erklärungen.

Uebergänge der optisch activen Substanzen in ihre inactiven Modificationen.

Der Satz von Le Bel und van't Hoff über die asymmetrische Configuration von Verbindungen der Formel



erklärt nur die Existenz der optisch isomeren Verbindungen, aber nicht ihre gegenseitigen Uebergänge.

Allein wie bekannt wandeln sich alle optisch activen Verbindungen sehr leicht in die inactiven Modificationen um, was durch folgendes Beobchtungsmaterial bewiesen wird:

Der optisch active Amylalcohol liefert durch Erhitzen, durch Erwärmen mit Natron, ja schon bei der Darstellung des Alcoholates den inactiven Alcohol[1]), active Milchsäure beim Erwärmen gewöhnliches Lactid[2]), Leucin

dingen können. Ob die Einwirkung der Gruppen aufeinander nach den Entwickelungen von Wislicenus durch den electrischen Gegensatz derselben beherrscht wird, oder ob dieselbe gemäss den Entwickelungen von v. Baeyer (Anm. Chem. und Pharmacie 258. 180) stattfindet, kommt hier nicht in Betracht.

[1]) Le Bel. Compt. rendus LXXXVII. 213.

[2]) Lewkowitsch. Ber. XVII. 1576.

mit Barytwasser auf 166° erhitzt inactives Leucin[1]), active Asparaginsäure, als salzsaures Salz mit Wasser auf 170 bis 180° erhitzt, glatt inactive Asparaginsäure[2]).

Die activen Mandelsäuren gehen bei 180° in die inactiven über[3]), Weinsäure mit etwas Wasser auf 175° erhitzt, gibt viel Traubensäure und wenig Mesoweinsäure, bei 165° umgekehrt wenig Traubensäure und viel Mesoweinsäure[4]). In die gleiche Klasse von Reactionen gehören die Uebergänge der symmetrischen Dialkylbernsteinsäuren. Paradimethylbernsteinsäure auf 200° erhitzt, ergibt ein Gemisch der Anhydride von Para- und Antisäure[5]). Analog verhalten sich s. Diäthylbernsteinsäure, s. Aethylmethylbernsteinsäure, s. Benzyläthylbernsteinsäure und s. Diphenylbernsteinsäure[6]) u. s. w.

Für diese eigenthümlichen und so leicht sich vollziehenden Umwandlungen können wir mit Hülfe unserer Valenztheorie schwerlich eine befriedigende Erklärung finden. Auf die Schwierigkeiten, welche sich einer richtigen Deutung dieser Vorgänge entgegenstellen, hat schon Lewkowitsch hingewiesen. Er sagt[7]): »Während die Ueberführung der Paramandelsäure in die beiden activen Isomeren sich durch die Hypothese von van't Hoff leicht erklären lässt, bietet die Erklärung der umgekehrten Erscheinung grosse Schwierigkeiten.« Diese Uebergänge könnten bei Aufrechterhaltung des Begriffs gesonderter Valenzeinheiten nur so

---

[1]) Schulze und Bosshard. Ber. XVIII. 388.
[2]) Michael und Wing. Ber. XVII. 2984.
[3]) Lewkowitsch. Ber. XVI. 1575. 2722.
[4]) Jungfleisch. Ber. d. deutsch. chem. Ges. 1872, 985; 1863, 33.
[5]) Bischof. Ber. d. deutsch. chem. Ges. XXIII. 659.
[6]) Reimer. Ber. XIV. 1803.
[7]) Ber. XVI. 2722.

erklärt werden, dass unter dem Einfluss der umlagernden Agentien oder Bedingungen entweder die einzelnen Radicale oder die Valenzeinheiten selbst mit den an sie geketteten Radicalen ihre Plätze vertauschen. Bei der ersten Annahme müssten unter allen Umständen einzelne Radicale innerhalb eines gewissen Zeittheilchens, sei dasselbe auch noch so klein, nicht mehr mit dem Kohlenstoffatom verbunden sein. Dieselben würden aber dann das Bestreben haben, zu den unter den Versuchsbedingungen beständigsten oder meist begünstigten Molekülen zusammenzutreten; d. h. bei den Uebergängen optisch activer Körper in inactive müssten bestimmte Nebenprodukte gebildet werden, was dem thatsächlich sehr glatten Reaktionsverlauf widerspricht. Nähme man zweitens an, die Valenzeinheiten mit den an sie gebundenen Radicalen könnten ihre gegenseitige Stellung wechseln,so müsste man weiter schliessen, da diese Valenzeinheiten an bestimmte Theile des Atoms gebunden sind, dass auch diese Theile des Atoms ihre relativen Stellungen zu einander ändern könnten; die das Atom bildende Materie müsste also bis zu einem gewissen Grad beweglich sein, was wohl ohne sichere Begründung nicht plausibel ist.

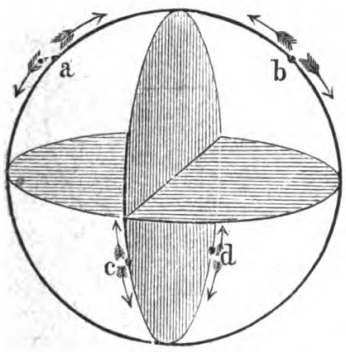


Fig. I.

Eine bedeutend einfachere Vorstellung über die Art der Umwandlung der optisch activen Substanzen in die inactiven Modificationen ergibt sich aus meinen obigen Entwickelungen.

Die in Fig. I dargestellte Sphäre bedeute ein Kohlenstoffatom und die Punkte a, b, c, d die Valenzorte der vier ver-

schiedenen Atome im Molekül C, a, b, c, d. Wie allgemein angenommen, werden diese Atome gewisse periodische Bewegungen, wahrscheinlich in der Bahn von Kegelschnitten, um den Valenzort ausführen, die durch verschiedene Einflüsse verringert oder vermehrt werden können. Sämmtliche periodische Bewegungen auf der Atomsphäre werden sich, welcher Art sie auch seien, auf periodische pendelartige Schwingungen um den Valenzort zurückführen lassen. Unter den vielen möglichen Schwingungsformen wollen wir eine der einfachsten herausgreifen: die Atome, deren Valenzorte a, b, c, d sind, mögen in zwei zu einander senkrechten Ebenen, also in der Richtung der Pfeile auf Fig. I schwingen. Durch Wärmezufuhr oder durch irgend einen andern äussern Einfluss mögen diese Schwingungen gesteigert werden[1]).

In dieser gesteigerten Bewegung werden sich die Atome, abgesehen von andern Lagen, einmal auch in der Stellung $a_1\ b_1\ c_1\ d_1$ Fig. II, d. h. in einer Ebene befinden. Von dieser Stellung aus werden sie sich aber eben so leicht als in ihre ursprüngliche Stellung der Fig. I, auch in die entgegengesetzte Stellung Fig. III gruppiren können.

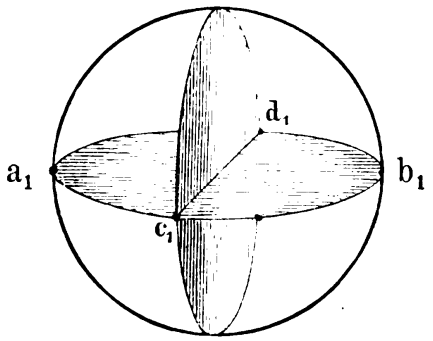


Fig. II.

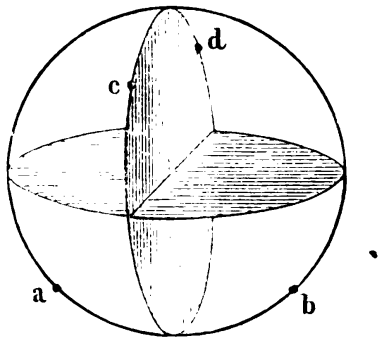


Fig. III.

[1]) Dies wird gleichzeitig eine grössere Entfernung der vier Atome a, b, c, d von der Atomsphäre des Kohlenstoffatoms bedingen,

Hierdurch sind aber die Bedingungen erfüllt, dass der optisch active Körper in sein optisch Isomeres übergehen kann; wenn diese Umwandlung die Hälfte seiner Moleküle betroffen hat, so wird sich aber ein Gleichgewichtszustand hergestellt haben, indem eben so viele Rechtsmoleküle als Linksmoleküle eine Umwandlung in die entgegengesetzte Form erleiden; mit anderen Worten: aus einem optisch activen wird ein inactiver Körper entstanden sein.

Wie schon oben bemerkt wurde, bilden die hier in Betracht gezogenen Bewegungsformen nur einen einzigen willkürlich gewählten Fall. Eben so leicht kann man sich den Uebergang vorstellen, wenn man die periodischen Bewegungen der Atome in andere Schwingungen zerlegt; so z. B. dass sich in Fig. IV a nach a_2 und b nach b_2 bewegt, während c und d in demselben Augenblick ihre ursprüngliche Stellung inne hätten.

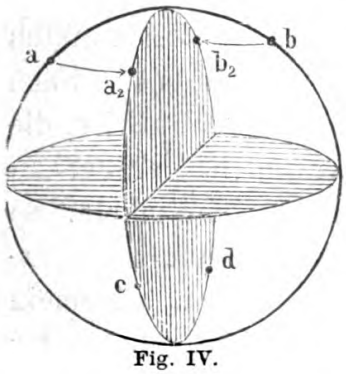


Fig. IV.

Es würden somit auch in diesem Fall die vier Atome wieder in die obigen Uebergangsstellen nach Fig. II, d. h. in eine Ebene gelangen und wäre damit dieser Fall auf den ersten zurückgeführt.

Da nach diesen Vorstellungen der Uebergang der optisch activen Verbindungen veranlasst wird durch eine gesteigerte Bewegung der die Asymmetrie bedingenden Atome, so wird, je nachdem diese Bewegung mit grösserer oder geringerer Leichtigkeit erfolgen kann, auch die eine optisch active Gruppirung in die entgegen-

kommt hier aber nur insoweit in Betracht, als dadurch auch die gegenseitige Bewegungsfreiheit der Atome vermehrt wird.

gesetzte mehr oder minder leicht übergehen. Dass dabei die Natur der Atome wesentlich in Betracht kommen wird, liegt auf der Hand. Andererseits werden auch specielle Bindungsverhältnisse der die Asymmetrie bedingenden Atomcomplexe den Uebergang in das optisch isomere Molekül erschweren können. Dies scheint bei vielen optisch activen Molekülen, deren asymmetrisches Kohlenstoffatom in einen Ring eingeschlossen ist, der Fall zu sein. Ich gedenke mich später eingehender mit diesen Umwandlungen zu beschäftigen und werde dann, wenn das Beobachtungsmaterial sichere Schlüsse zu ziehen erlaubt, darauf zurückkommen. Jedenfalls sind durch derartige Vorstellungen die Uebergänge optisch activer Substanzen in inactive ohne jede Schwierigkeit verständlich.

Uebergänge geometrisch isomerer Substanzen.

Die Existenzberechtigung geometrisch isomerer Körper wird uns gegeben im van't Hoff'schen Satz der beschränkten Drehbarkeit doppeltgebundener Kohlenstoffatome. Nach van't Hoff wird dieselbe dadurch bedingt, dass die vier, die Doppelbindung bildenden Valenzkräfte nicht parallel zu einander wirken, sondern unter bestimmten Winkeln. So plausibel auch diese Erklärung auf den ersten Blick erscheint, so ist sie doch schwer vereinbar mit allgemein bekannten Thatsachen, nämlich mit den Uebergängen der geometrisch isomeren Verbindungen ineinander. Von diesen mögen die wichtigsten Fälle hier zusammengestellt werden.

Maleïnsäure geht durch Mineralsäuren, am schnellsten durch Halogenwasserstoffsäuren quantitativ in Fumarsäure über[1]); ebenso durch Erhitzen in 10—30% wässriger Lösung auf 200—220°[2]).

[1]) Kekulé. Ann. Supp. B. 1. 134. Ann. 223. 186.
[2]) J. Tanatar. Ber. XXIII. Ref. 433.

Die Ester der Maleïnsäure verwandeln sich ebenfalls durch Halogenwasserstoffsäure, quantitativ durch eine Spur von Jod[1]) in die der Fumarsäure.

Der umgekehrte Vorgang kann auch eintreten: Fumarsäure geht bei der Destillation in Maleïnsäureanhydrid über.

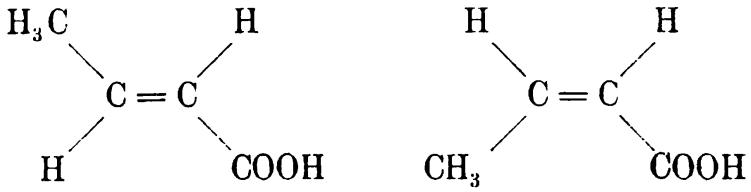
Crotonsäure verwandelt sich beim anhaltenden Erhitzen auf 160—180° in Isocrotonsäure[2]), β Chlorcrotonsäure bei zwanzigstündigem Erhitzen auf 160° in β Chlorisocrotonsäure[3]) u. s. w.

Der bekannten Erklärung von J. Wislicenus[4]), dass die begünstigten Configurationen aus den unbegünstigten durch Vermittlung von additionell gebildeten Zwischenprodukten entstehen sollen, ist von Anschütz und anderen mit gewissem Rechte entgegengehalten worden, dass die angenommenen Zwischenprodukte unter denselben Versuchsbedingungen, unter welchen sie sich nach Wislicenus wieder zersetzen sollen, vollkommen beständig sind; so kann z. B. Maleïnsäure beim Erhitzen in wässriger Lösung schwerlich durch Anlagerung und Wiederabspaltung von Wasser in Fumarsäure übergehen, weil die dabei nach Wislicenus als Zwischenprodukt nothwendig existirende Aepfelsäure unter den betreffenden Versuchsbedingungen kein Wasser verliert[5]).

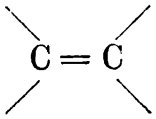
Noch gezwungener wären nach demselben Princip die Uebergänge der geometrisch isomeren Crotonsäuren

---

[1]) Ossipoff. Ber. XII. 2065. Anschütz. Ber. XII. 2282.
[2]) Fittig. Ber. IX. 1194.
[3]) Friedrich. Ann. 219. 370.
[4]) loc. cit. Seite 33.
[5]) Ber. XXIII. Ref. 433.



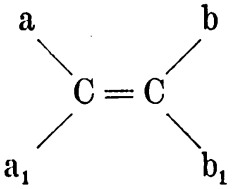
zu erklären. Darnach sollen[1]) »entweder die betreffenden



an gebundenen Radicale direkt und im Sinne der Bildung beständigerer Verbindungen ihren Platz wechseln, oder es soll die zweifache Bindung beider Kohlenstoffatome zeitweise gelockert werden, so dass unter Wirkung energischerer Affinitäten die Systeme gedreht werden; darauf soll das dieselbe nicht veranlassende Radical an die nascirende Valenz desselben Kohlenstoffatoms treten und zuletzt die doppelte Bindung wieder hergestellt werden«.

Derartige complicirte Annahmen können im Sinne meiner Anschauung über Affinität und Valenz durch viel einfachere Vorstellungen ersetzt werden, welche noch den weiteren Vortheil besitzen, für die Uebergänge sämmtlicher geometrisch isomeren Verbindungen des Aethylentypus im Principe gültig zu sein.

Da nach meiner Anschauung die Affinität eines Atomes eine gleichmässig nach der Oberfläche desselben wirkende Kraft ist, so werden die an die beiden Kohlenstoffatome gebundenen Elementaratome eines Systems



die auf den Bindeflächen a a_1 und b b_1 in Fig. V vorhandene

[1]) J. Wislicenus. loc. cit. Seite 55.

Affinität der beiden Kohlenstoffatome für sich in Anspruch nehmen. Der nicht dazu verbrauchte Affinitätsbetrag wird zur Erzeugung der sogenannten Doppelbindung[1]) der beiden Kohlenstoffatome verwendet werden und ist, wie die Schraffirung in Fig. V des Modelles eines Aethylenkörpers zeigt, sehr charakteristisch auf der Kugeloberfläche der beiden Kohlenstoffatome vertheilt.

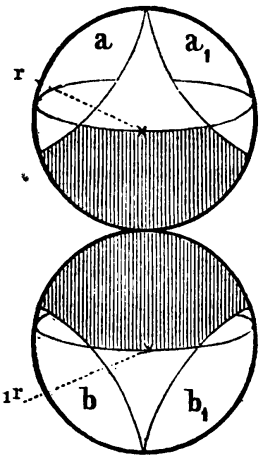
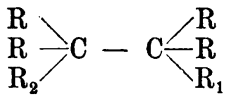


Fig. V.

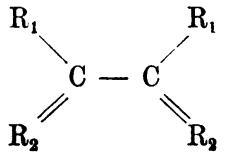
Diejenigen Affinitätsbeträge der beiden Kohlenstoffatome, welche sich ausserhalb der Bindungszonen der Atome a und a_1 und der Atome b und b_1, also in Fig. VI auf den Kugelabschnitten x und x_1 befinden, werden sich gegenseitig

---

[1]) Auch für Moleküle mit einfach gebundenen Kohlenstoffatomen, allerdings mit weniger Wahrscheinlichkeit für solche vom Typus



als für diejenigen vom Typus



lässt die Theorie unter Umständen zwei Raumisomere als möglich erscheinen; so lange jedoch solche Isomere nicht aufgefunden sind, hat diese Entwickelung der Theorie kein specielles Interesse.

r Fig. V.) Die Kreisbögen r und r_1 theilen die Kohlenstoffsphären in 2 Halbsphären. Die oberhalb r und unterhalb r_1 zur Wirkung kommende Affinität wird sich natürlich nicht gegenseitig sättigen können.

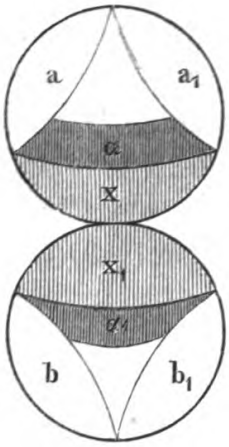


Fig. VI.

absättigen können, ohne einer Drehung der beiden Kohlenstoffatome um ihre Verbindungsaxe hinderlich zu sein, weil sich dieser Affinitätsaustausch in allen Stellungen der beiden Kohlenstoffatome ganz gleich vollziehen kann.

Dagegen können sich diejenigen Beträge der Kohlenstoffaffinität, welche sich zwischen den Atomen a a_1 und b b_1 befinden — auf Fig. VI mit α und α_1 bezeichnet — nur dann gegenseitig binden, wenn die Partialsysteme $C^{a}_{a_1}$ und $C^{b}_{b_1}$ sich in der in der Figur dargestellten Stellung befinden; mit anderen Worten: Ist zwischen den auf α und α_1 befindlichen Affinitätsbeträgen Sättigung eingetreten, so muss dadurch eine Drehung der Partialsysteme $C^{a}_{a_1}$ und $C^{b}_{b_1}$ um ihre Verbindungsaxe verhindert werden. Diese eigenthümliche Vertheilung des Affinitätsbetrages bei Körpern mit sogenannter Doppelbindung (nach Ausdruck der alten Valenzlehre) wird also eine Veränderung der relativen Lagen der Atome a a_1 und b b_1 im System $\begin{matrix} a \\ a_1 \end{matrix}\!\!>\!C=C<\!\!\begin{matrix} b \\ b_1 \end{matrix}$ verhindern; also werden dadurch die Systeme

$$\begin{matrix} a \\ a_1 \end{matrix}\!\!>\!C=C<\!\!\begin{matrix} b \\ b_1 \end{matrix} \quad \text{und} \quad \begin{matrix} a \\ a_1 \end{matrix}\!\!>\!C=C<\!\!\begin{matrix} b_1 \\ b \end{matrix}$$

zu stabilen Molekülconfigurationen.

Andererseits wird aber auch die Bindung des Affinitätsbetrages $\alpha - \alpha_1$, welche die freie Drehung der Kohlenstoffatome um ihre Verbindungsaxe verhindert, durch ge-

wisse Kräfte überwunden werden können, d. h. es wird unter Umständen eine Drehung und dadurch ein Uebergang des einen Raumisomeren in das andere möglich sein.

Der Affinitätsbetrag $\alpha - \alpha_1$, der die Drehung verhindert, ist, wie sich bei Betrachtung der Figur ergibt, nur gering und dem entsprechend gehen die geometrischen Isomeren leicht ineinander über.

Die Erfahrnng lehrt, dass der Anstoss zum Uebergang entweder durch Wärmezufuhr oder durch chemische Einwirkung gegeben wird. Dass durch Wärmezufuhr die der Drehung entgegenwirkende Affinitätskraft geschwächt wird, kann nicht bezweifelt werden; wirkt doch, was besonders von J. Wislicenus betont worden ist, die Wärme immer vermindernd auf die Bindefestigkeit der Atome. Durch die Wärmestösse wird also dieser Affinitätsbetrag soweit geschwächt werden können, dass er in einer labilen Configuration dem Bestreben der an Kohlenstoff gebundenen Complexe, durch Drehung eine günstigere relative Lage einzunehmen, nicht mehr wird widerstehen können; der Uebergang der labilen Form in die stabile wird stattfinden.

Erheblicher unterscheidet sich meine Auffassung hinsichtlich der durch chemische Einwirkung bedingten Umlagerungen von derjenigen von Wislicenus, welche letztere oben wiedergegeben worden ist.

Es ist sehr wahrscheinlich, dass zwei Substanzen bisweilen schon bei ihrer Mischung einen chemischen Einfluss aufeinander ausüben, ohne dass eine chemische Reaction im wirklichen Sinne des Wortes eintritt. Der Einfluss der Neutralsalze auf die Reactionsgeschwindigkeit z. B. auf die Katalyse des Methylacetats[1]) und die

[1]) H. Trey. Journ. prakt. Chemie 142. 353.

Verseifung von Aethylacetat[1]) ist ein Beispiel, welches deutlich für eine solche Auffassung spricht. Derartige Einflüsse, gewissermassen contactartiger Natur, werden nun auch von gewissen Substanzen auf die Beträge $\alpha - \alpha_1$ der Kohlenstoffaffinitäten ausgeübt werden, welche die freie Rotation der beiden doppelgebundenen Kohlenstoffatome verhindern. Dadurch wird der der Drehung entgegenwirkende Affinitätsaustausch zwischen den beiden Kohlenstoffatomen geschwächt und durch die gegenseitige Einwirkung der zur begünstigten Configuration strebenden Gruppen wird die labile Molekülconfiguration in die stabile übergehen.

Zur grösseren Deutlichkeit werde der Unterschied meiner Auffassung von derjenigen von Wislicenus durch ein Beispiel gezeigt. Nach Wislicenus spielen sich beim Uebergang von Maleïnsäureäther in Fumarsäureäther durch Jod die Vorgänge folgendermassen ab: »Das Jod lagert sich an den Maleïnsäureäther unter Bildung von Dijodbernsteinsäureäther an, es tritt Drehung der Partialsysteme des Moleküls unter Bildung der begünstigten Configuration ein; hierauf wird Jodwasserstoff abgespalten unter Bildung von Jodfumarsäureäther und der letztere durch die nascirende Jodwasserstoffsäure sofort zu Fumarsäureäther reducirt«, ein Cyclus von Reactionen, welcher sich hiernach glatt bei gewöhnlicher Temperatur abspielen müsste.

Nach den von mir gegebenen Entwickelungen ist der Vorgang einfach so zu deuten:

Durch die Jodatome wird der die spontane Drehung der beiden Kohlenstoffatome verhindernde, sich gegen-

[1]) Arrhenius. Zeitschrift für physikal. Chemie I. 110.

seitig bindende Affinitätsbetrag ($\alpha\,\alpha_1$ Fig. VI) theilweise in Anspruch genommen, also geschwächt, und schliesslich durch das Bestreben der COOH Gruppen sich möglichst nahe an die Wasserstoffatome zu stellen, vollständig überwunden; aus der unbegünstigten Molekülconfiguration entsteht darnach glatt ohne jedes Zwischenprodukt die begünstigte.

$$\begin{array}{l} H-C-COOC_2H_5 \\ \quad\| \\ H-C-COOC_2H_5 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{l} C_2H_5OOC-C-H \\ \quad\| \\ H-C-COOC_2H_5 \end{array}$$

Dass damit unter Umständen nicht doch die von Wislicenus angenommenen Zwischenprodukte auftreten könnten, soll damit natürlich nicht gesagt sein; es soll nur behauptet werden, dass sie nicht nothwendig aufzutreten brauchen und wahrscheinlich auch nur selten wirklich auftreten werden.

Ueberhaupt will ich in diesen Entwickelungen nicht einen Gegensatz zu der von Wislicenus in meisterhafter Weise entwickelten Theorie der geometrischen Isomerie constatiren, sondern meine Ansichten vielmehr als eine Stütze seines Princips betrachtet wissen, indem sie dasselbe etwas modificiren und dadurch die Einwürfe beseitigen, welche gegen dasselbe von verschiedenen Seiten erhoben worden sind.

Ueber die Art und die Stärke der Kohlenstoffbindung in sogenannten ungesättigten und in ringförmigen Verbindungen.

a) In sogenannten ungesättigten Verbindungen.

Im Aethan ist jedes Kohlenstoffatom mit drei, im Aethylen mit zwei und im Acetylen mit einem Wasserstoffatom verbunden. Es muss also nach meiner Auffassung im letzteren Falle am meisten und im ersteren Falle am

wenigsten Affinität zur gegenseitigen Bindung der Kohlenstoffatome übrig bleiben; d. h. im Aethylen sind die Kohlenstoffatome gegenseitig mit mehr Affinität gebunden als im Aethan und im Acetylen mit noch grösserer Festigkeit als im Aethylen.

Es muss also im Allgemeinen auch nach meiner Vorstellung die sogenannte doppelte Bindung eine innigere sein als die einfache und die dreifache wieder eine stärkere als die doppelte, ohne dass damit der absolute Werth der Bindungsfestigkeit bei sogenannter dreifacher Bindung gleich dem dreifachen, bei doppelter gleich dem doppelten Werthe desjenigen bei einfacher Bindung sein sollte oder auch nur sein könnte. Hier stellt sich somit meine Entwickelung in Gegensatz zu der sogenannten Spannungstheorie v. Baeyers, der bei doppelter und dreifacher Bindung eine Schwächung der Bindung, bedingt durch Ablenkung der Wirkungsrichtung der Kohlenstoffvalenzen annimmt. Aber bereits Viktor Meyer hat auf gewisse Bedenken gegen diese Anschauung hingewiesen; so z. B. darauf, dass im Molekül des Acetylens, welches bei der Temperatur des electrischen Lichtbogens in einer Wasserstoffatmosphäre entsteht und unter diesen Bedingungen beständig ist, schwerlich solche Spannungen thätig sein können, wie sie v. Baeyer annimmt.

Worauf beruht aber dann die Leichtigkeit, mit welcher sich gewisse Atome an sogenannte ungesättigte Verbindungen anlagern? Auch hierfür erhält man nach meiner Vorstellung eine befriedigende Erklärung. Man denke sich zwei aufeinander wirkende, miteinander verbundene Atome, der Einfachheit halber Kohlenstoffatome. Da ihre Affinität vom Mittelpunkt der Atome gleichmässig nach ihrer Kugeloberfläche wirkt, so wird an dem Berührungs-

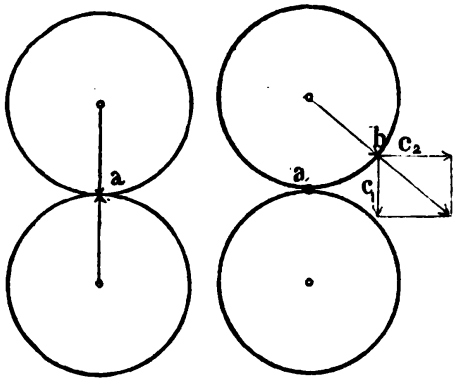


Fig. VII. Fig. VIII.

punkt a (Fig. VII) der beiden Atome der daselbst zur Wirkung kommende Affinitätsbetrag vollständig abgesättigt. Aber nur in diesem einzigen Punkte; auf jedem anderen Punkte der Oberfläche der beidenAtome (z. B. auf b in Fig. VIII), wird nur eine bestimmte Componente c_1 dieser in b wirkenden Affinitätskraft ausgenützt werden können, eine andere Componente c_2 aber nicht zur Wirkung kommen, also gewissermassen noch verfügbar sein. Die Componente c_1 wird um so grösser sein, je näher der in Betracht gezogene Punkt b der Atomsphäre an dem Berührungspunkte a der Atome liegt, und um so kleiner, je weiter er davon entfernt ist. Je grösser aber nun die Bindefläche der beiden Kohlenstoffatome wird, um so mehr solcher Punkte wird es geben, in denen nur kleine Componenten der Affinität ausgenützt werden, und um so kleiner werden diese Componenten selbst werden. Andererseits werden sich gleichzeitig damit diejenigen Affinitätscomponenten c_2 der Zahl und Grösse nach vermehren, welche nicht abgesättigt sind; d. h. es wird gleichzeitig das Bestreben wachsen, andere Atome zur Sättigung anzuziehen. Dieser Fall findet sich in ausgeprägtem Masse bei den Körpern der Aethylen- und Acetylenreihe vor. Durch diese Vorstellung erklärt es sich also, warum in diesen Körpern, trotz des scheinbaren Widerspruchs, mit der grösseren gegenseitigen Bindekraft der beiden Kohlenstoffatome dennoch das Bestreben wächst, Additionsprodukte zu bilden und in sogenannte gesättigte Verbindungen überzugehen.

b) In ringförmigen Kohlenstoffverbindungen.

Wie früher gezeigt wurde, fallen die Valenzorte der an das Kohlenstoffatom gebundenen Atome, wenn letztere nicht oder nur sehr wenig aufeinander einwirken, ganz oder nahezu in die Ecken eines regulären Tetraëders, weil dann zwischen diesen Atomen und dem Kohlenstoffatom der grösste Affinitätsaustausch stattfinden kann. Werden die betreffenden Atome also gezwungen, andere als die von ihnen bevorzugten Valenzorte einzunehmen, so wird die Folge dieses intramolekularen Zustandes eine Schwächung der herrschenden Bindungsfestigkeit sein. Solche Verhältnisse finden sich bei den ringförmig verbundenen Kohlenstoffatomen. Der Einfachheit halber werde dies durch Vergleich des Trimethylens mit dem Propan erläutert. Stelle Fig. IX z. B. die Lagerung der Kohlenstoffatome im Propan und Fig. X die im Trimethylen dar. Die Valenzorte a im Propan werden im Trimethylen durch

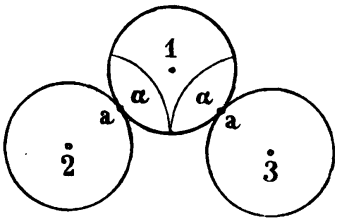


Fig. IX.

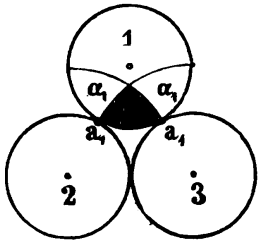


Fig. X.

die Ringschliessung nach a_1 verschoben. Wenn $\alpha\ \alpha$ in Fig. IX die Bindeflächen der Methylkohlenstoffatome 2 und 3 an das Methylenkohlenstoffatom 1 im Propan darstellen, so müssen diese Flächen beim Uebergang in Trimethylen in die Stellungen $\alpha_1\ \alpha_1$ (Fig. X) kommen. Hierbei müssen sie sich aber theilweise decken; ihr Gesammtinhalt wird um das schraffirte Stück in Fig. X kleiner sein, als dies beim Propan der Fall war. Da nun

die Summen der Bindeflächen α und α_1 ein symbolisches Mass für den Affinitätsaustausch darstellen, so ist hiernach derjenige Betrag der Affinität, mit welchem die Kohlenstoffatome 2 und 3 an 1 gebunden sind, in Fig. X kleiner als in Fig. IX, mit anderen Worten: im Trimethylen sind die zwei direkt verketteten Kohlenstoffatome 2 und 3 schwächer an 1 gebunden als die entsprechenden zwei Kohlenstoffatome des Propans.

v. Baeyer nimmt an, dass der Grund dieser Schwächung in einer Spannung innerhalb des Moleküles, bedingt durch die Richtungsänderung der Kohlenstoffvalenzen, zu suchen sei. Auch bei der obigen Auffassung kann man den in diesen Molekülen herrschenden Zustand eine Spannung nennen, weil die Atome stets bestrebt sein werden, die Stellung des besten Affinitätsaustausches wieder einzunehmen, also den Ring womöglich zu erweitern, und aus demselben eine offene Kette zu bilden.

Die Entwickelungen v. Baeyers für die ringförmigen Kohlenstoffverbindungen behalten also auch bei meiner Anschauung im Wesentlichen ihre Gültigkeit.

Benzoltheorie.

Das Benzolmolekül besteht bekanntlich aus sechs ringförmig miteinander verbundenen Kohlenstoffatomen, deren jedes mit einem Wasserstoffatom verbunden ist. Das Dogma von der Valenzeinheit als gerichteter Einzelkraft frägt alsdann sofort nach der Verknüpfung der an jedem der sechs Kohlenstoffatome noch verfügbaren vierten Valenzkräfte. Die grosse Zahl der ernstlich discutirten Structurformeln des Benzols zeigt ebenso, dass dies auf sehr verschiedene Weise geschehen kann, als auch dass diese Frage im Sinne der Valenzlehre nicht völlig befriedigend zu lösen ist.

Zu einer wesentlich anderen Auffassung über den Zustand (beziehentlich Affinitätsaustausch) der Kohlenstoffatome im Benzol gelangen wir auf Grund der von mir entwickelten Vorstellung über die Affinität des Kohlenstoffatoms.

Denken wir uns sechs Kohlenstoffatome zu einem Ring verbunden. Dadurch, dass diese Kohlenstoffatome in denselben Ring eingeschlossen sind, kommt jedes derselben in die Wirkungssphären der Affinität sämmtlicher anderen Atome und gleichzeitig wird auch ein Herausbewegen aus diesen Wirkungssphären verhindert werden. Da nun im Benzol jedes Kohlenstoffatom gleichviel Affinität zur Bindung der anderen Kohlenstoffatome zur Verfügung hat, so wird der statische Zustand des Moleküls derjenige sein, in dem sämmtliche Kohlenstoffatome unbekümmert ihrer gegenseitigen Stellung durch möglichst grosse, wenn auch verschiedene Beträge von Affinität verbunden sind.

Ueber diese Beziehungen gewinnt man durch eine symbolische Vorstellung am besten Klarheit.

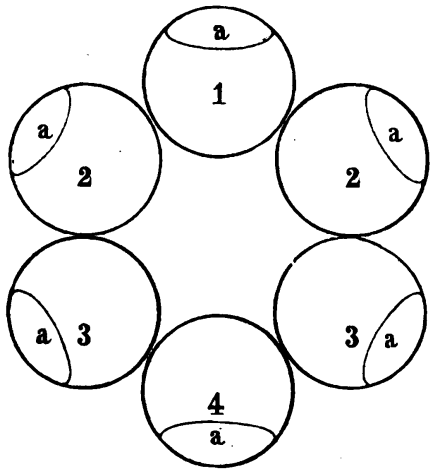


Fig. XI.

Man denke sich die von einem Kohlenstoffatom aus zur Wirkung kommende Affinität ähnlich einer Lichtemission, man nehme beispielsweise an, Atom 1[1]) (Fig. XI) sei leuchtend und bestrahle die fünf anderen Atome. Alsdann werden die beiden in Orthostellung befind-

[1]) Die in der Figur mit a bezeichneten Flächen sind die Bindeflächen der Wasserstoffatome, interessiren uns also weiter nicht.

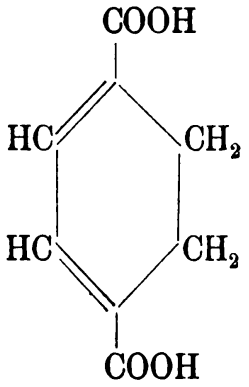
lichen Kohlenstoffatome 2 von 1 die grösste und zwar gleiche Menge Licht empfangen. Die Metakohlenstoffatome 3 werden dagegen durch die Orthokohlenstoffatome zum grössten Theil in den Schatten gestellt und desshalb nur durch sehr wenig Licht beleuchtet, welches ausserdem noch durch eine grössere Entfernung abgeschwächt sein wird. Das Parakohlenstoffatom 4 endlich wird zwar eine bedeutende Lichtmenge empfangen, die Wirkung desselben wird aber durch eine noch grössere Entfernung von Atom 1 erheblich geschwächt sein.

Ganz Aehnliches wird gelten für den Affinitätsaustausch. Zwischen den Orthokohlenstoffatomen wird also die grösste Menge Affinitätskraft und zu gleichen Beträgen zur Wirkung kommen. Zwischen den Metakohlenstoffatomen wird nur ein sehr geringer Affinitätsaustausch stattfinden können, welcher auch noch durch die zwar unbekannte, jedenfalls aber sehr bedeutende Abnahme der Affinität mit der Entfernung der Atome vermindert sein wird. Die Parakohlenstoffatome werden durch ziemlich grosse Beträge von Affinitätskraft aneinander gebunden sein, die Parabindung wird aber wegen der relativ weitesten Entfernung der beiden Atome die geringste Festigkeit besitzen.

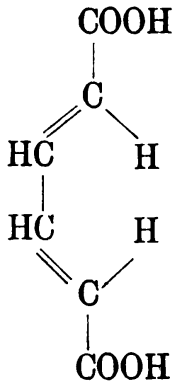
Man wird im Benzolmolekül also weder von einfachen, noch doppelten, noch diagonalen (Para-) Bindungen im gewöhnlichen Sinne des Wortes reden können. Von den bisherigen Structurformeln des Benzols kommt dieser Vorstellung diejenige am nächsten, welche v. Baeyer, allerdings im Sinne der gewöhnlichen Theorie, als die centrische Formel bezeichnet hat.

Aber auch hier kann man mit Hülfe der neuen Vorstellung gewisse Erscheinungen erklären, die bisher zum

Theil unklar bleiben mussten. Hierher gehören gerade einige merkwürdige Thatsachen, die wir den bewunderungswürdigen Experimentaluntersuchungen v. Baeyers verdanken. Wie v. Baeyer an der Terephtalsäure nachgewiesen hat, verhält sich dieselbe bei Anlagerung von Wasserstoff so, als ob eine Parabindung in derselben vorhanden wäre, denn sie geht zuerst in eine Paradihydrosäure über. Dass die Wasserstoffatome in der Parastellung angelagert werden können, geht aus der obigen Entwickelung deutlich hervor; denn es wird stets der durch die grösste Entfernung der Atome abgeschwächte Betrag von Affinität grosse Neigung haben, auf andere Art besser zur Wirkung zu kommen. v. Baeyer nimmt aber nun in sämmtlichen direkt und indirekt gebildeten Dihydroderivaten des Benzols zwei wirkliche Doppelbindungen (analog denen im Aethylen) an, und setzt also z. B. die $\Delta^{1,3}$ Dihydroterephtalsäure der Muconsäure mit ebenfalls zwei sogenannten Doppelbindungen an die Seite.



$\Delta^{1,3}$ Dihydroterephtalsäure

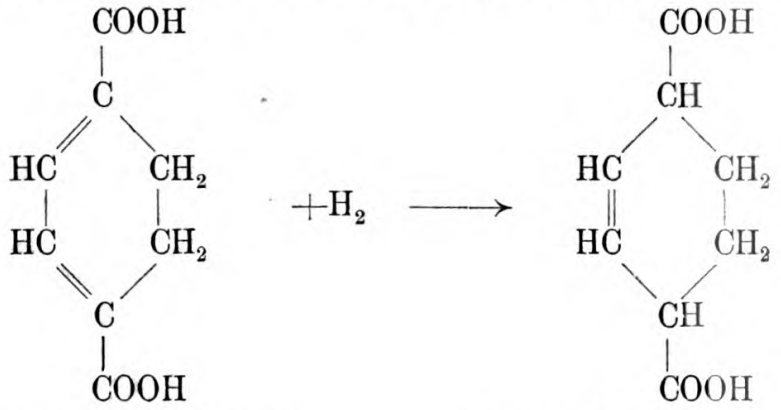


Muconsäure.

Diese Parallele besteht in der That; aber gerade in dem Punkte, in welchem diese zwei Säuren besonders übereinstimmen, verhalten sie sich nicht im Sinne der obigen Formeln. Werden nämlich an beide zwei

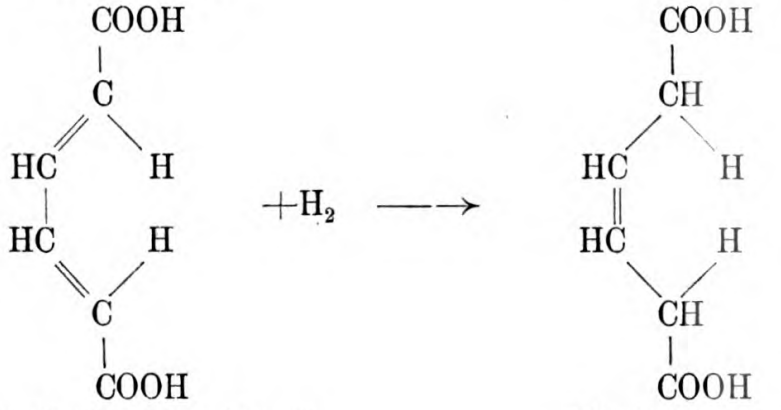
Wasserstoffatome angelagert, so treten dieselben nicht an eine der sogenannten Doppelbindungen, sondern an die beiden mit COOH verbundenen Kohlenstoffatome, welche gerade nach obigen Formeln überhaupt in gar keiner Beziehung stehen.

Diese Erscheinung, welche durch die nachstehenden Strukturformeln nicht zum Ausdruck kommt, könnte man als »Unabhängigkeit der Parabindung vom Benzolkern« be-



$\Delta^{1,3}$ Dihydroterephtalsäure nach v. Baeyer.

Δ^{2} Tetrahydroterephtalsäure

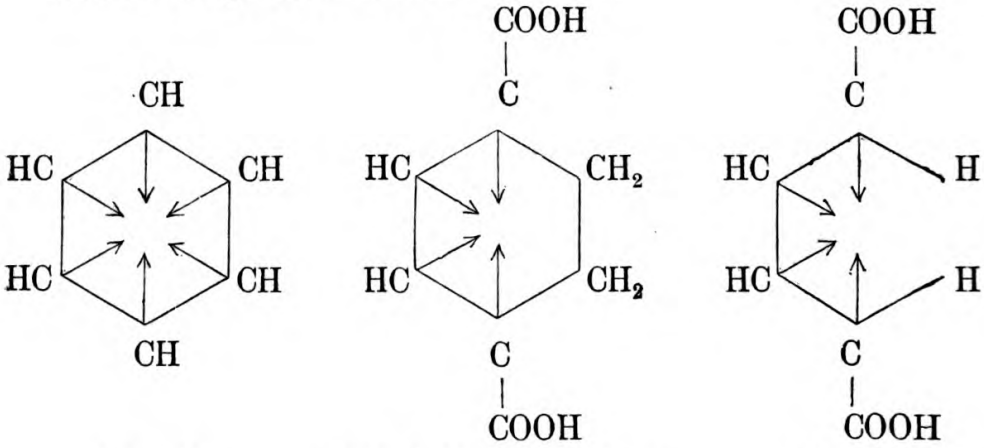


Muconsäure nach v. Baeyer

Dihydromuconsäure

zeichnen. Damit soll ausgedrückt werden, dass zwischen vier Kohlenstoffatomen, welche im Sinne der Struktur-

theorie zwei Doppelbindungen enthalten würden (wie in der $\Delta^{1,3}$ Dihydroterephtalsäure und der Muconsäure), ein specifischer Affinitätsaustausch eintritt, derartig, dass derjenige Affinitätsbetrag, welcher das erste mit dem vierten Kohlenstoffatom verbindet, in gewissen Molekülen besonders leicht gelöst wird. Man hat darnach eben auch hier nicht zwei Doppelbindungen, sondern eine besondere, an die des Benzols erinnernde, wenn auch weniger feste centrische Bindung anzunehmen. Mit der v. Baeyer angegebenen Schreibweise kann dies symbolisch folgendermassen dargestellt werden:



Benzol $\Delta^{1,3}$ Dihydroterephtalsäure Muconsäure

Diese Formeln erinnern an die centralen Diagonalformeln von Claus [1]), selbstverständlich mit dem bedeutenden Unterschiede, dass die diagonalen Verbindungslinien in den Formeln von Claus wirkliche Valenzeinheiten, die Pfeile in obigen Formeln aber nur einen bestimmten in verschiedenen Benzolabkömmlingen wechselnden Affinitätsaustausch nach dem Ringcentrum figürlich darstellen sollen.

[1]) Journ. prakt. Chemie. 2. 42. 459. 43. 321.

Dass ganz ähnliche statische Zustände in vielen anderen Ringmolekülen vorhanden sind, ist durch die Untersuchungen von Bamberger in sicherer Weise erwiesen worden.

Jedes dieser verschiedenen ringförmigen Gebilde erhält durch den bis zu einem gewissen Grade von dem des Benzols verschiedenen, ihm aber immer noch ähnlichen Affinitätsaustausch einen mehr oder weniger von dem des Benzols abweichenden specifischen Charakter, wie dies von Bamberger besonders schön für das Naphtalin nachgewiesen worden ist.

Auch im Benzol selbst werden durch Substitution eines oder mehrerer Wasserstoffatome durch andere Radicale die Affinitätsbeträge der betreffenden Kohlenstoffatome ungleichartig werden; es wird also der für das Benzol oben entwickelte statische Zustand in seinen Substitutionsprodukten mehr und mehr verändert werden, was bekanntlich durch zahllose Beobachtungen erwiesen ist.

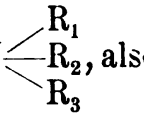
Stereochemie des Stickstoffs.

Als vor etwas mehr als einem Jahre von Hantzsch und mir[1]) die ersten Entwickelungen über die Stereochemie des dreiwerthigen Stickstoffs veröffentlicht wurden, suchten wir durch engen Anschluss an die für den Kohlenstoff geltenden und durch zahlreiche Beobachtungen gestützten Theorien ein möglichst anschauliches Bild der möglichen Isomerieverhältnisse bei Stickstoffverbindungen zu geben. Seitdem ist durch zahlreiche Untersuchungen die Richtigkeit des grössten Theiles dieser Entwickelungen

[1]) Ber. XXIII. 11.

bewiesen worden, während allerdings einige andere Ausführungen bisher nicht bestätigt werden konnten. Es soll nun im Folgenden dargelegt werden, dass nur diejenigen Entwickelungen sich als stichhaltig erwiesen haben, welche sich durch Uebertragung der im Vorhergehenden für das Kohlenstoffatom entwickelten Anschauungen auf das Stickstoffatom ergeben.

Das Stickstoffatom werde, wie im Vorhergehenden das Kohlenstoffatom, der Einfachheit halber als Kugel, seine Affinität als eine von seinem Mittelpunkt nach der Kugeloberfläche gleichmässig wirkende anziehende Kraft aufgefasst.

Für Moleküle von der Form  , also vom Typus

Ammoniak, ist früher an die Möglichkeit einer räumlichen Isomerie ähnlich derjenigen der optisch activen Kohlenstoffverbindungen gedacht worden. Die einschlägigen Untersuchungen haben aber dafür bisher keine Stützen liefern können. Uebereinstimmend damit lässt sich aus dem obigen Satz über das Stickstoffatom eine solche Isomerie auch nicht ableiten. Die drei an das Stickstoffatom gebundenen Atome werden sich nämlich nur dann in begünstigter Lage befinden, wenn die Mittelpunkte ihrer Bindeflächen, also ihre Valenzorte auf einem grössten Kreis der Kugeloberfläche des Stickstoffatomes sich befinden werden. Denn bei jeder anderen Lage würde der Affinitätsaustausch geringer sein, also einer unbegünstigten Configuration entsprechen. Mit anderen Worten: die drei Atome werden mit dem Stickstoffatom in eine Ebene zu liegen kommen; eine Isomerie bei Ammoniakderivaten in räumlichem Sinne wird also nicht bestehen können.

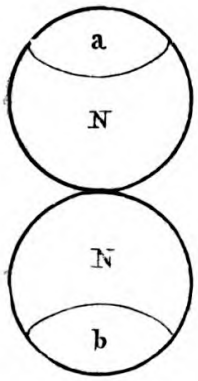


Fig. XII.

Auch für die Azokörper wäre nach den früheren Entwickelungen geometrische Isomerie ähnlich wie bei den Kohlenstoffverbindungen der Aethylenreihe wenigstens denkbar. Zu dem entgegengesetzten Schluss kommen wir indess mit der von mir gemachten Annahme. Verbinden sich zwei Stickstoffatome, deren jedes mit einem anderen Atome verbunden ist, unter einander, so erhalten wir das Symbol Fig. XII für Moleküle von dem Typus a—N=N—b, d. h. für Azokörper.

Dass ein derartiges Molekül ebenso wenig als ein ihm vollständig analog gebautes Molekül eines Acetylenkörpers geometrische Isomerie aufweisen kann, liegt auf der Hand. In Uebereinstimmung damit sind auch sämmtliche Beobachtungen, welche auf stereoisomere Azoverbindungen hindeuteten, inzwischen als irrig erwiesen worden. Der einzige Fall, in dem geometrische Isomerie bei Stickstoffverbindungen mit Sicherheit nachgewiesen wurde, tritt bei Verbindungen mit Doppelbindung zwischen einem Kohlenstoff- und einem Stickstoffatom auf. Bei den geometrisch isomeren Kohlenstoffverbindungen ist entwickelt worden, in welcher Weise die eigenthümliche Vertheilung der die Kohlenstoffatome verbindenden Affinitätskraft auf den Kohlenstoffsphären Veranlassung gibt zur Isomerie; ganz das Gleiche lässt sich hier für den Stickstoff ableiten. In Fig. XIII stelle die Sphäre C das Kohlenstoffatom, die Sphäre N das Stickstoffatom dar.

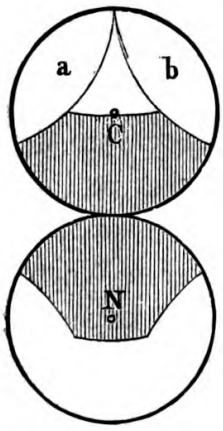


Fig. XIII.

Auf der Kohlenstoffsphäre C werden die beiden mit dem Kohlenstoff verbundenen Atome die auf den Bindeflächen a und b zur Wirkung kommende Affinität für sich in Anspruch nehmen. Der Rest der Affinität wird zur Bindung des Stickstoffatoms verwendet werden, und entsprechend seiner Vertheilung auf der Kohlenstoffsphäre einen ähnlich vertheilten Affinitätsbetrag auch auf der Stickstoffsphäre binden. Das an das Stickstoffatom gebundene fremde Radical könnte nun auf dem zu seiner Bindung verfügbaren Theil der Stickstoffsphäre drei nahezu gleichbegünstigte Valenzorte einnehmen, resp. Bindeflächen für sich in Anspruch nehmen, was durch folgende Figuren dargestellt wird.

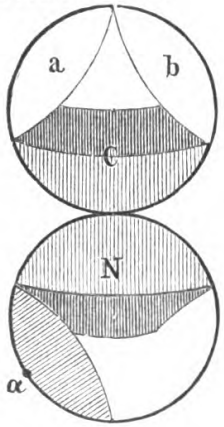


Fig. XIV.

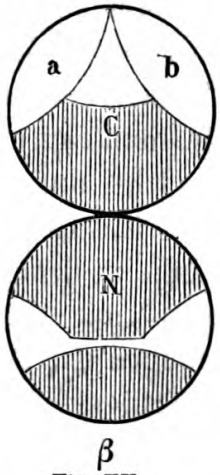


Fig. XV.

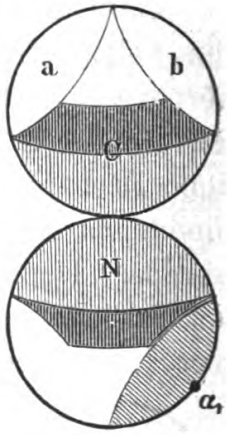


Fig. XVI.

Da nun aber sicher anzunehmen ist, dass von den Radicalen a und b anziehende Kräfte auf das an den Stickstoff gebundene Atom ausgeübt werden, so folgt daraus sofort, dass der Valenzort β, mit anderen Worten dass die Configuration Fig. XV keine stabile Lagerung in einem derartigen unsymmetrischen System darstellen kann; und da die beiden an Kohlenstoff gebundenen Radicale verschieden sind, werden sie naturgemäss ver-

schieden stark auf das an Stickstoff gebundene Atom wirken, und dementsprechend wird eine der beiden Configurationen (Fig. XIV und Fig. XVI) die begünstigte und eine die weniger begünstigte sein, trotzdem wird letztere, wenn sie überhaupt beständig ist, nicht ohne äussere, wenn auch oft nur sehr geringe Eingriffe in die erstere übergehen können.

Damit stimmt auch die eigenthümliche von Hantzsch bewiesene Thatsache, dass alle unsymmetrischen Ketoxime auch dann, wenn geometrische Isomere nicht aufgefunden werden können, einer bestimmten Raumformel entsprechen, also nicht durch Fig. XV dargestellt werden können.

Während nach früherer Entwickelung der Affinitätsaustausch zwischen den Stickstoffatomen der Azokörper demjenigen der Kohlenstoffatome in den Acetylenkörpern ähnlich ist, so ist derjenige der Stickstoffatome in den Hydrazinen mit dem Affinitätsaustausch der beiden Kohlenstoffatome bei Aethylenbildung vergleichbar. Für symmetrische Hydrazine erhält man hiernach folgende Formelbilder.

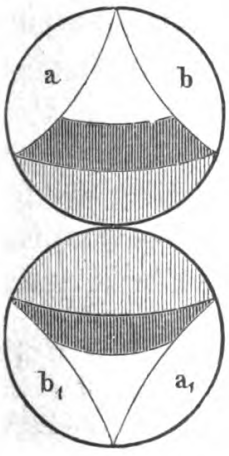


Fig. XVII.

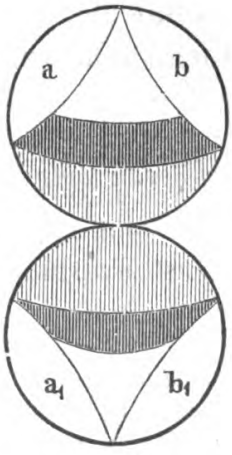


Fig. XVIII.

Eine ähnliche Isomerie wie bei Körpern des Aethylentypus erscheint somit bei Hydrazinen als möglich, ohne jedoch absolut nothwendig zu sein, da nach meinen Entwickelungen die Existenz solcher Isomeren abhängig sein wird von der Grösse des der Drehung entgegenwirkenden Affinitätsaustausches und der gegenseitigen Einwirkung der an die Stickstoffatome gebundenen Radicale[1]).

Die Entwickelungen für stickstoffhaltige, ringförmige Moleküle werden sich denjenigen für ringförmige Kohlenstoffmoleküle eng anschliessen.

Die Theorie des Benzols, wie sie im vorigen Abschnitt entwickelt worden ist, wird modificirt auf das Pyridin anwendbar sein. Die centrische Bindung im Pyridin wird dadurch, dass sich das Stickstoffatom an derselben mit einem von dem der Kohlenstoffatome verschiedenen Affinitätsbetrag betheiligen wird, mehr der centrischen Bindung in einem Monosubstitutionsprodukt des Benzols gleichen als derjenigen im Benzol selber. Es wird im Pyridinmolekül nicht ein im ganzen Molekül durchaus gleichmässiger Affinitätsaustausch wie im Benzolmolekül vorhanden sein, und Analoges wird gelten für das Chinolin im Vergleich zum Naphtalin, ebenfalls in Uebereinstimmung mit dem Verhalten dieser ringförmigen Gebilde.

Ueber die Veränderlichkeit der einfachen Kohlenstoffbindung.

Es ist eine ganz allgemeine, besonders deutlich aber bei Kohlenstoffverbindungen beobachtete Erscheinung, dass

[1]) Ob die von Willgerodt aufgefundenen Modifikationen von Pikrylhydrazinen solche geometrische Isomere sind, lässt sich, so lange keine Derivate der beiden Modifikationen dargestellt worden sind, nicht entscheiden.

die Bindefestigkeit zweier direkt verbundenen Atome durch Substitution gewisser an diese Atome gebundenen Gruppen durch andere Radicale bedeutend erhöht oder geschwächt wird. Es genüge an einige der bekanntesten Beispiele zu erinnern, welche diese Veränderlickheit der Kohlenstoffbindung und ihre Abhängigkeit von den anderen Atomen des Moleküles besonders deutlich zeigen. Während eine Trennung der beiden Kohlenstoffatome im Aethan nicht bewerkstelligt werden kann, so ist sie in der Essigsäure durch energische Mittel möglich und bei noch anderen Substitutionsprodukten tritt sie mit grosser Leichtigkeit ein. Oxalsäure, Trichloressigsäure, Chloral und Bromal, Cyan zerfallen leicht in Verbindungen mit je einem Kohlenstoffatom. Die Carboxylgruppe, welche in den Fettsäuren noch ziemlich fest gebunden ist, wird in den β Ketonsäuren äusserst leicht abgespalten u. s. w.

Auf dem Boden der heutigen Valenzlehre lässt sich diese Erscheinung nur dann erklären, wenn man sich auf den elektrischen Charakter der Atome bezieht: dass derselbe in vielen Fällen von hervorragendem Einflusse ist, kann ebensowenig bezweifelt werden, als es bezweifelt werden muss, dass er den einzigen Grund für diese Erscheinung biete. Aehnliche Beobachtungen über die Veränderlichkeit der Kohlenstoffbindung haben bereits Claus[1]) zu der Ansicht geführt, die Affinität eines Atoms theile sich je nach der Natur der mit ihm verbundenen anderen Atome in verschiedene Componenten (Valenzen), die mit dem Ausdruck Funktionen bezeichnet werden und deren Grösse abhängig sei von sämmtlichen das Molekül bildenden Atomen.

---

[1]) Claus. Ber. 14. 432.

Zu wesentlich neuen Anschauungen über die Ursache der Veränderlichkeit der einfachen Kohlenstoffbindung gelangen wir auf Grund der hier gegebenen Entwickelungen über Valenz und Affinität.

Die verschiedene Festigkeit der Kohlenstoffbindung in verschiedenen Molekülen ist darnach gerade dadurch bedingt, dass die Kohlenstoffatome in denselben wirklich mit quantitativ verschiedenen Affinitätsbeträgen gebunden sind und dass die übrigen an Kohlenstoff gebundenen Atome ebenfalls überall verschiedene Affinitätsbeträge des Kohlenstoffatomes für sich in Anspruch nehmen. Um dies nur an dem letzterwähnten Beispiel speciell durchzuführen, so bedeutet die leichte Abspaltung eines als —COOH vorhandenen Kohlenstoffatomes von seinem Nachbarkohlenstoffatom, dass ersteres wirklich mit viel weniger Affinität an letzteres gefesselt ist als in anderen Fällen, und zwar desshalb, weil der Hauptbetrag seiner Affinität durch den Sauerstoff in Beschlag genommen ist. Diese Auffassung gibt uns auch den Schlüssel zur Erklärung anderer Erscheinungen; so, um nur wieder ein einziges Beispiel herauszugreifen, der überall hervortretenden Reaktionsfähigkeit der dem Carboxyl benachbarten, sogenannten α Wasserstoffatome in den Säuren. Da die Carboxylgruppe nur mit einem geringen Quantum von Affinität an das benachbarte Kohlenstoffatom gebunden ist, so wird an letzterem Kohlenstoffatom eine grössere Menge von Affinität zur Bindung anderer Atome zur Verfügung bleiben. Es werden also an diesem einen Kohlenstoffatom ungesättigte Componenten der Gesammtaffinität vorhanden sein, ähnlich wie dies für die zwei Kohlenstoffatome der Aethylenkörper früher entwickelt worden ist. Während aber in letzterem Fall dadurch die leichte

Addition gewisser Atome eintreten wird, kann in dem hier entwickelten Fall nur Substitution erfolgen; d. h. die an die α Kohlenstoffatome der fetten Säuren gebundenen Atome werden sich durch leichte Substituirbarkeit resp. Beweglichkeit charakterisiren, oder im Allgemeinen äusseren Eingriffen in das Molekül am meisten ausgesetzt sein.

Dass dies in vollem Einklang mit den beobachteten Thatsachen sich befindet, das zeigt sich bekanntlich bei der Halogenisirung der Säuren, bei den Estercondensationen durch Natrium, in denen immer die α Wasserstoffatome in Mitleidenschaft gezogen werden, bei den Aldolcondensationen der Aldehyde u. s. w.

Auf die Weiterentwickelung dieser Anschauungen werde vorläufig nicht eingetreten; auch darauf nicht, dass noch andere Gebiete der Chemie durch dieselben in etwas anderem Licht erscheinen.

Zum Schluss werden nur die bisherigen Entwickelungen in kurzer Uebersicht zusammengefasst.

Wird die Valenz als gesonderte Einzelkraft, als Bruchtheil der Affinität eliminirt, so ergibt sich für zahlreiche Probleme, die direkt nicht oder nur wenig zusammen zu hängen scheinen, eine befriedigende Lösung oder wenigstens der Weg zu einer solchen.

Zunächst werden viele Fragen beseitigt, welche im Sinne der bisherigen Valenztheorie sehr lebhaft, aber nie mit allseitig befriedigendem Ergebniss discutirt worden sind. So z. B. diejenigen nach der Wirkungsrichtung der Valenzen und deren Ablenkung, nach der Natur der Theile des Atoms, von denen aus die Valenzen zur Wirkung kommen u. s. w.

Sodann lässt sich aus der hier vertretenen Anschau-

ung über die Affinität nicht nur eine ebenso einfache Erklärung für die Existenz der optischen und geometrischen Isomeren ableiten wie aus derjenigen von van't Hoff, sondern auch für die gegenseitigen Uebergänge dieser Isomeren, was die bisherigen Anschauungen nicht vermögen.

Die Uebergänge der optisch activen Moleküle in inactive Gemische lassen sich nach meiner Auffassung ohne Annahme intermediärer Abspaltung und Wiedervereinigung von Atomencomplexen erklären, die Uebergänge der geometrisch isomeren Körper ohne die hypothetische Annahme bestimmter Zwischenprodukte, deren wirkliche Eigenschaften mit denen, welche ihnen in diesen Reaktionen zuertheilt werden, nicht übereinstimmen.

Die neue Anschauung lässt ferner eine bestimmte Vorstellung entwickeln über die Natur der ungesättigten Verbindungen und deren leichten Uebergang in gesättigte Verbindungen, und ebenso über die Natur der ringförmigen Kohlenstoffverbindungen. Sie lässt insbesondere für das Benzolmolekül einen statischen Zustand entwickeln, auf den sich eine Reihe von bisher unerklärten Eigenschaften zurückführen lassen; z. B. die Art der Addition von Wasserstoff an Terephtalsäure, an Muconsäure und überhaupt an Säuren von analoger Constitution (d. i. mit zwei benachbarten sogenannten Doppelbindungen).

Aus ihrer Uebertragung auf das Stickstoffatom ergibt sich, dass stereochemische Isomerie bei Stickstoffverbindungen nur unter gewissen Bedingungen und vor allem bei sogenannter Doppelbindung zwischen Kohlenstoff und Stickstoff auftreten wird, was mit den bisherigen Beobachtungen ebenfalls übereinstimmt.

Endlich ergibt sich aus ihrem Princip die Ursache für die wechselnde Festigkeit sogenannter einfacher Bindungen

zwischen gleichen Atomen, für den Verlauf verschiedenartiger Reaktionen, für die besonders von van't Hoff betonte gesteigerte Reaktionsfähigkeit der Atome in der Nähe des Sauerstoffs u. s. w.

Mit derartigen Vorstellungen wird selbstverständlich der Boden der eigentlichen schematischen Strukturtheorie theilweise verlassen; dafür scheint mir aber die Aussicht auf eine präcisere mathematische Behandlung des Affinitätsproblems eröffnet zu werden.

Noch sei mir gestattet auch an dieser Stelle Herrn Prof. Dr. A. Hantzsch den wärmsten Dank auszusprechen für die gütige Hülfe, die er mir bei der Redaction dieser Abhandlung zu Theil werden liess.

Diagnoses Mytilorum

ex agris Aegyptiae nummuliticis,

auctore

C. Mayer-Eymar, Prof.

Augustus 1891.

Significant: (1) rarissimum; (2) rarum; (3) non rarum; (4) frequens et (5) abundans.

E serie Mytili subantiqui.

Mytilus fontinalis, May.-Eym.

Testa parvula, subtriangularis, recta, latiuscula, dorso convexiuscula, lævis, tenuis; umbones acuti, leviter inflexi; latus anticum subtruncatum, fere rectum, posticum superne

declive, leviter arcuatum, inferne obliquum, inferum regulariter arcuatum. — Long. 16, lat. 10 mm.

Parisianum II, b: Fons Moïsae, Mokattam septentrionalis (1) Mus. Tur.

E serie Mytili Dutemplei.

Mytilus Levesquei, Desh.

1864. Mytilus Levesquei, Dsh., Anim. foss., vol. 2, p. 30, t. 75, f. 4,5.

1887. Mytilus Levesquei, Cossm., in Ann. Soc. maloc. Belg., vol. 22, p. 145.

Testa elongato-trigona, convexiuscula, solidula, paulum arcuata, antice acuta, in medio valde dilatata, postice attenuata, obtusa, transverse tenuistriata, longitudinaliter tenue costellata: costellae dichotomae, subgranulosae, ad latus posticum crenulatae; umbones minimi, acuti, subterminales; margo cardinalis elongatus, convexiusculus, intus incrassatus, extus denticulatus; margines crenulati. — Long. 42, lat. 22 mm.

[Londinianum II: Rétheuil, Cuise-Lamothe (3)].

Parisianum I, a: Mokattam (1) Mus.-Tur.

E serie Mytili acutanguli.

Mytilus Mariettei, May.-Eym.

Testa subparva, subelliptica, angustiuscula, recta, compressa, lævis, tenuis; umbones acuti, recti; latus anticum longum, perpendiculariter subtruncatum, fere rectum, posticum superne valde declive, obtusissime angulatum, in medio fere rectum, inferum rotundatum. — Long. 37, lat. 16 mm.

Parisianum II, d: Fons Moïsae (1) Z.

E serie Mytili rimosi.

Mytilus mutilus, May.-Eym.

Testa mediocris, brevis, lata, subquadrata, paulum

convexa, concentrice irregulariter striata; dorsum non limitatum; umbones parvi, acutuli; latus anticum breve, obliquum, rectum, posticum superne dilatatum, arcuatum, inferne fere rectum, inferum late arcuatum. — Long. 40, lat. 28 mm.

Parisianum II, b: Wadi el Tih (1) Mus. Tur.

E serie Mytili aquitanici.

Mytilus niloticus, May.-Eym.

Testa majuscula, elongata, subquadrata, recta, compressa, concentrice irregulariter striata, costulis longitudinalibus paucis, obscuris, sæpe interruptis; dorsum angulis obtusis, triangulum elongatum efformantibus, limitatum, pæne planatum; umbones acutuli, leviter incurvi; latus anticum longissimum, fere rectum, posticum valde compressum, superne dilatatum, paulum obliquum, leviter arcuatum, inferne fere rectum, inferum late arcuatum. — Long. 75, lat. 33 mm.

Parisianum II, a: Insula orientalis lagi El Qerun (2), II, b: Wadi el Tih (4) Mus. Tur.

E serie Mytili (Modiolae) ocrophaii.

Mytilus (Modiola) Cossmanni, May.-Eym.

Testa oblonga, leviter arcuata, gibbosula, dorso antice subangulato, tenuis, ex toto radiatim striata: radii antici et dorsales paulo majores, ceteri tenuissimi; umbones tumidi, obtusi; latus anticum angustum, rotundatum, posticum dilatatum, late arcuatum, inferum leviter concavum. — Long. 18, lat. 9½ mm.

Parisianum II, b: Wadi el Tih (2) Mus. Tur.

E serie Mytili (Modiolae) Bernayi.

Mytilus (Modiola) dimidiatus, Wood (Modiola).

1861. Modiola dimidiata, Wood, Eoc. Biv., p. 64, t. 13, f. 5.

Testa oblonga, depressa, subcylindrica, tenuis, dimidia parte antico-infera lævigata, altera parte tenue radiata; latus anticum angustum, obtusum, posticum dilatatum, oblique subtruncatum, superum rectum, inferum elongatum, subrectum. — Long. 35, lat. 13 mm.

Parisianum II, a: Mokattam septentrionalis (1) Mus. Tur., II, b: Wadi el Tih (3) Mus. Tur. (Bartonianum I: Barton.)

Mytilus (Modiola) procerulus, May.-Eym.

Testa valde elongata, angusta, recta, convexa, subcylindrica, dorso subangulata, tenuis, dimidia parte antico-infera transverse crassistriata, altera parte radiatim costellata: costellae crassifiliformes, crebres, undulatae, antice sensim attenuatae; umbones tumiduli, recurvi obtusique; latus anticum angustatum et obtusum, superum et inferum subparallela, posticum attenuatum et obtusum. — Long. 57, lat. 16 mm.

Parisianum II, b: Wadi el Tih (2) Mus. Tur.

E serie Mytili (Modiolae) plicati.

Mytilus (Modiola) resurrectus, May.-Eym.

Testa oblonga, recta, antice convexa, subcarinata, postice compressa, tenuis, rugis incrementi in latere superiori crassis, elevatis, obliquis, regularibus, intersticiis paulo angustioribus, dorso repente evanescentibus et in latere inferiori a striis fasciculatis continuatis; latus anticum attenuatum, obtusum, posticum sensim dilatatum, extremitate subcuneatum, obtuse angulatum. — Long. circ. 50, lat. circ. 18 mm.

Parisianum II, b: Wadi el Tih (2) Mus. Tur.

E serie Mytili (Modiolae) subcarinati.

Mytilus (Modiola) simplex, Sow. (Mod.).

1850. Modiola simplex, Sow., in Dixon, Geol. Sussex, p. p. 117, 225, t. 14, f. 16.

1861. Modiola simplex, Wood, Eoc. Biv., p. 71, t. 12, f. 7.

Testa elongata, recta, obtuse cuneata vel subtrapeziformis, lævigata, tenuis; umbones minuti, depressi, subterminales; latus anticum angustatum, inferne compressum, posticum sensim dilatatum, ad margines compressum plus minusve oblique subtruncatum, superum rectum, longum, inferum leviter sinuosum. — Long. 20, lat. 9 mm.

(Londinianum I: Bognor etc.)

Parisianum I, c: Mokattam (1) Mur. Tur.

Mytilus (Modiola) subangulatus, Deth. (Mod.).

1859. Modiola subcarinata, Wood, Eoc. Biv., p. 71, t. 12, f. 9. (non Lam.)

1862. Modiola subcarinata? Wood, Eoc. Biv., p. 77, t. 19, f. 20.

1864. Modiola subangulata, Dsh., Anim. foss., vol. 2, p. 25, t. 75, f. 21.

1887. Modiola subangulata, Cossm., in Ann. Soc. malac. Belg., p. 149.

Testa ovato-oblonga, paululum arcuata, convexa, subcarinata, lævigata; umbones parvi, recurvi et obtusi; latus anticum attenuatum, obtusumque, posticum dilatatum, arcuatum, superum subangulatum, inferum compressum, leviter sinuosum. — Long. 30, lat. 14 mm.

(Londinianum I: Highgate.)

Parisianum I, a: Minieh (2—1) Mus. Tur. (I: Paris).

(Parisianum II: Paris.)

(Bartonianum I: Barton.)

E serie Mytili (Lithodomi) Oosteri.

Mytilus (Lithodomus) conditus, May.-Eym.

Testa parva, ovato-elliptica, tumidula, recta, subcylindrica, lævissima; umbones inflati, magni, valde prominentes, cordati; latera superum et inferum late arcuata, anticum obtusum, posticum attenuatum, subacutum. — Long. 11, lat. 5½ mm.

Parisianum I, d: Wadi Hof prope Heluan (1) Mus. Tur.

E serie Mytili (Lithodomi) Archiaci.

Mytilus (Lithodomus) cordatus, Lam. (Mod.).

1805. Modiola cordata, Lam., in Ann. Mus., vol. 9, t. 18, f. 2.

1824. Modiola cordata, Dsh., Env., vol. 1, p. 268, t. 39, f. 17—19.

1853. Mytilus subobtusus, Arch., Inde, p. 268, t. 23, f. 13.

1855. Lithodomus cordatus, Bell, in Mem. Acad. Tor. ser. 2, vol. 15, p. 25.

1886. Lithophagus cordatus, Frausch., Nordalp., p. 82 (119), t. 6, f. 11.

1887. Lithodomus cordatus, Cossm., in Ann. Soc. malac. Belg., vol. 22, p. 152.

Testa subparva, oblonga, tumida, cylindracea, arcuata, lævi; umbones inflati, antice inflexi, cordati, subspirati, prominentes; latus superum antice vel medio subgeniculatum, inferum concavum, posticum perpendiculariter subtruncatum. — Long. usque ad 40, lat. 18 mm.

(Londinianum II: Paris, Corbières, India?)

Parisianum I, a: Mokattam (2—3) Mus. Taur. et Tur. (Paris, Iberg).

(Parisianum II: Paris, Nantes etc.)

(Bartonianum I: Berchtesgaden.)

E serie Mytili (Lithodomi) Carantonensis.

Mytilus (Lithodomus) papyraceus, Desh. (Mod.).

1824. Modiola papyracea, Dsh., in Mém. Soc. H. nat., vol. 1, p. 257, t. 15, f. 16.

1824. Modiola papyracea, Dsh.. Env., vol. 1, p. 270, t. 41, f. 9—11.

1830. Modiola papyracea, Dsh., in Encycl. néth., Vers, vol. 2, p. 572.

1836. Modiola papyracea, Dsh., in Lam. Anim. s. vert., edit. 2, vol. 7, p. 33.

1861. Lithodomus Deshayesi, May.-Eym., in Journ. de Comh., p. 56 (non Sow.).

1887. Lithodomus papyraceus, Cossm., in Ann. Soc. malac. Belg., vol. 22, p. 153.

Testa subparva, ovato-oblonga, tumidula, subcylindrica, leviter obliqua, lævi, attamen rugis incrementi compluribus notata; umbones inflati, leviter depressi, cordati, paulum prominentes; latus superum médio angulatum, inferum fere rectum, posticum attenuatum, rotundatum. — Long. 30, lat. 14 mm.

Parisianum I, a: Minieh (1) Mus. Tur.

Parisianum II, b: Wadi el Tih (3) Mus. Tur.

(Bartonianum I: Paris, Thun.)

Ueber die Organismen der Nitrification.

Von

S. Winogradsky.

(Vortrag, gehalten in der Sitzung der Zürcher. Naturforschenden Gesellschaft vom 22. Februar 1891.[1])

Meine Herren!

Im letzten Wintersemester hielt uns Prof. Dr. E. Schulze einen Vortrag »Ueber die Entstehung der salpetersauren Salze im Boden«, in welchem er in trefflicher Weise den damaligen Zustand der Nitrificationsfrage geschildert hat.

Ich betrachte es als ein für mich sehr angenehmes Zusammentreffen, dass ich jetzt, nach kaum einem Jahre, mit einem Vortrage über fast dasselbe Thema zu folgen

---

[1]) Die nachstehenden Seiten enthalten diesen Vortrag ohne irgend welche weitere Bearbeitung in gänzlich unveränderter Form. Die ausführliche Behandlung der in demselben berührten Fragen findet sich in den nachfolgend citirten Arbeiten des Verfassers.

Ueber Schwefelbacterien. Botan. Zeitung 1887.

Ueber Eisenbacterien. Ibidem 1888.

Beiträge zur Morphologie und Physiologie der Bacterien. Heft 1: Leipzig bei Felix 1888.

Recherches physiologiques sur les Sulfobactéries. Ann. de l'Institut Pasteur. t. III. Nr. 2.

Recherches sur les organismes de la nitrification. Ann. de l'Institut Pasteur. t. IV. Nr. 4.

— 2me mémoire. Ibidem. t. IV. Nr. 5.

— 3me mémoire. t. IV. Nr. 12.

— 4me mémoire. t. V. Nr. 2.

habe; denn dadurch wird meine Aufgabe, Ihnen, meine Herren, über die neuesten Arbeiten auf diesem Gebiete zu berichten, ganz ausserordentlich erleichtert.

Eine Einführung in das Thema, welche nothwendigerweise eine längere sein müsste, denn die Nitrificationsfrage ist eine sehr alte, kann ich jetzt umgehen.

Ich brauche Ihnen nicht zu sprechen von der wissenschaftlichen und praktischen Bedeutung des Nitrificationsprozesses, von der Verbreitung der Nitrate und Nitrite in der Natur, von der Bildung kleiner Mengen derselben aus atmosphärischem Stickstoff, von den chemischen Reagentien, welche zum Nachweis der Stickstoffsäuren dienen; hauptsächlich aber ist mir die Möglichkeit gegeben, die Geschichte der Ansichten über die Ursachen der Nitrification als in den Hauptzügen bekannt vorauszusetzen.

Nur in Folge dieser wesentlichen Vereinfachung meiner Aufgabe bin ich in der Lage, diese neuesten Arbeiten, welche, wie Sie vielleicht zugeben werden, einen namhaften Fortschritt in der Kenntniss der Nitrification darstellen, einigermassen ausführlich zu besprechen.

Wie Sie, meine Herren, schon aus dem erwähnten Vortrag von Hrn. Prof. Schulze wissen, ist seit den Versuchen von Schlösing und Müntz in der uns interessirenden Frage eine Wendung eingetreten: es ist bewiesen worden, dass die Ursache der Ammoniak-Oxydation im Boden in der Thätigkeit der Microorganismen zu suchen ist.

Diese wichtige Thatsache, die wir den genannten französischen Agricultur-Chemikern verdanken, wurde zum Ausgangspunkte einer ganzen Reihe von Untersuchungen, die von Chemikern, Hygienikern, Botanikern, endlich Bacteriologen ausgeführt worden sind.

Ueber die Versuche von Schlösing und Müntz und über die Versuche anderer Gelehrten in dieser Richtung ist hier schon theilweise berichtet worden; dennoch kann ich einige Bemerkungen über diese Arbeiten nicht unterlassen.

Es scheint mir nothwendig, dieselben vom Standpunkte eines Bacteriologen etwas näher zu beleuchten; seit dem Befunde von Schlösing und Müntz ist ja die Nitrificationsfrage aus einer rein chemischen zu einer microbiologischen geworden, gehört also in unsere Disciplin.

Stellen wir also zuerst fest den Sinn der Entdeckung von Schlösing und Müntz.

Ich werde sie folgendermassen resümiren: Die Nitrification geht in einem Boden nur dann vor sich, wenn dieser die allgemeinen für lebende Wesen unentbehrlichen Bedingungen darbietet. Diese sind: passende Temperatur und Feuchtigkeit, Zufuhr von Sauerstoff und anderen Nährstoffen. Unterwirft man das Substrat Einflüssen, die lebenden Wesen allgemein schädlich sind, wie z. B. der Wirkung von Chloroform, der Austrocknung u. s. w., so hört der Prozess auf, solang diese schädliche Einwirkung fortdauert, oder für immer.

Irgend welche chemische, den Prozess ausschliessende Veränderung erleidet das Substrat dabei nicht, es bleibt nitrificationsfähig wie immer; denn führt man Microorganismenkeime, etwa mit einer Spur frischer Erde, ein, so hebt der Vorgang wieder allmählich an.

Folglich können bei der Nitrification unmöglich chemische Kräfte allein thätig sein, sondern es greift hier in räthselhafter Weise die Lebensthätigkeit von Organismen ein.

Das war das unbestreitbare Ergebniss der Versuche der genannten Forscher, das von späteren Forschern, namentlich von R. Warington, Storer, Emrich, Munro und mehreren anderen bestätigt wurde. Nun wollten S. und M. einen Schritt weiter thun und stellten die Frage, durch welche Organismen die Nitrification zu Stande gebracht wird? Gibt es specifische Nitrificationserreger, wie es z. B. Alkoholgährungs-, Essiggährungserreger u. s. w. gibt? Schlösing und Müntz untersuchten nun ihre nitrificirten Lösungen microscopisch, sahen, dass dieselben von kleinen Körperchen wimmelten und glaubten nun diese Körperchen als das Nitrificationsferment — ferment nitrique — des Bodens ansprechen zu dürfen.

Indessen waren diese Beobachtungen viel zu summarisch, um unbedingten Glauben zu erwecken; denn, meine Herren, um eine Thatsache dieser Art zu beweisen, gibt es nur einen experimentellen Weg, und der ist: den fraglichen Organismus zu isoliren, ihn rein zu züchten und in Reincultur die ihm eigene Wirkung ausüben zu lassen. Bis das nicht gelungen ist, ist die Annahme eines specifisch wirkenden Organismus nicht nur nicht einwandsfrei bewiesen, sondern sind auch nicht die ersten Anfänge einer Beweisführung gegeben.

Durch diese Bemerkungen will ich keineswegs die wichtigen Untersuchungen von Schlösing und Müntz unterschätzen. Ich will nur sagen, dass, um diese Frage weiter aufzuklären, es der Kenntniss der modernen Methoden der Microorganismenforschung bedurfte. Berufenere, hier Microbiologen, mussten nun die Arbeit aufnehmen und bis zum Ende führen.

Und es haben wirklich mehrere ihre Kräfte an dieser Aufgabe versucht, das Resultat war aber ein ganz merk-

würdiges und unerwartetes: eine Oxydationswirkung auf Ammoniaksalze liess sich bei keinem Microorganismus constatiren. Nirgends, im Boden, Wasser, Luft, liess sich auch nur einer finden, der auch nur Spuren von Nitraten oder Nitriten hätte bilden können.

Es würde mich zu weit führen, meine Herren, Ihnen über alle Untersuchungen, die während den letzten 6—7 Jahren über diese Frage gemacht worden sind, zu berichten. Meinem Zweck entspricht es viel besser, wenn ich nur wenige oder sogar eine einzige von diesen Arbeiten ausführlicher berühre und einer Kritik unterwerfe, hauptsächlich um zu zeigen, welcher Methoden man sich allgemein bediente. Dies dürfte uns am meisten interessiren; denn um zu erklären, warum man etwas gefunden oder nicht gefunden, braucht man in erster Linie zu wissen, wie man darnach gesucht hat.

Die Arbeit von Heraeus wurde in Hüppe's und dann in Koch's Laboratorium gemacht. Es wurden Methoden angewendet, welche als die vollkommensten, nach Einigen wohl als ganz unfehlbare gelten oder gegolten haben. Die Ergebnisse dieser Arbeit werden in mehreren bacteriologischen und hygienischen Lehrbüchern als massgebend in der Frage citirt. Wir besprechen in wenigen Worten zuerst die Methode und dann die Resultate.

Will man Microorganismen in irgend einem natürlichen Medium — Boden, Wasser — auffinden, so gilt das sogenannte Gelatine-Plattenverfahren als die vollkommenste Untersuchungsmethode. Sie gibt zugleich die Möglichkeit, die Microbensorten sofort provisorisch zu unterscheiden und mit vollkommener Sicherheit zu trennen. Sie besteht bekanntlich darin, dass man bestimmte Mengen des Substrats in flüssig gemachter Nährgelatine ge-

eigneter Zusammensetzung vertheilt und auf eine Glasplatte oder in flache Schalen ausgiesst und zum Erstarren bringt. Bald entwickeln sich die Keime zu gesonderten Colonien, welche im festgewordenen Nährmedium fixirt sind und sich nicht untereinander vermischen können. Nach dem Aussehen der Colonien kann man eine ungefähre Vorstellung gewinnen von der Zahl der Arten, welche zur Entwicklung gekommen sind. Man impft von allen ab, d. h. man sticht in die gewählten Colonien die Impfnadel ein und streift oder wäscht sie ab in den einzuimpfenden, keimfreien, festen oder flüssigen Nährsubstraten. Man bereitet sich auf diese Weise Reinculturen.

Diese äusserst einfache Methode hat ausgezeichnete Dienste geleistet und es war wirklich sehr verlockend zu glauben, dass sie allgemeine Anwendbarkeit in der Bacteriologie besitze.

Auf diese Weise hat Heraeus eine ganze Reihe von Microbensorten aus Boden und Wasser isolirt und mit ihnen in Reincultur Nitrifications-Versuche angestellt, welche folgendes Resultat ergaben: die Flüssigkeit gab nach einigen Tagen eine deutliche Nitrit- und Nitratreaction mit Diphenylamin oder Jodstärke; die Mengen waren aber so klein, dass sie nicht bestimmt werden konnten. Dasselbe Resultat erzielte er später mit einer ganzen Reihe anderer Bacterien verschiedener Herkunft, darunter mehrere pathogene, wie Typhusbacillen, Milzbrandbacillen und andere. Nach einigen bis mehreren Tagen Spuren von Nitriten, und weiter nichts. Für Jedermann, der etwas über die constante Anwesenheit von Spuren von Salpetersäure und von salpetriger Säure in der Luft unserer Laboratorien weiss, ist dieses Resultat ein

vollkommen negatives. Flüssigkeiten, besonders wenn sie alkalisch reagieren, selbst destillirtes Wasser, absorbiren ja nach einigen Tagen so viel von diesen Körpern aus der Luft, dass sie mit Hülfe unserer ausserordentlich empfindlichen Reagentien sich als salpetersäure- und salpetrigsäurehaltig erweisen. Ich brauche über diese Fehlerquelle mich nicht weiter zu verbreiten, da sie von Prof. Schulze in seinem Vortrage genügend erläutert wurde.

Merkwürdigerweise scheint sie Heraeus ganz unbekannt gewesen zu sein. Er deutet seine Befunde als positive, leugnet die Existenz eines specifischen Nitrificationserregers und schliesst, dass ein geringes Nitrificationsvermögen sehr vielen Microorganismen eigen sei. Indessen können wir diesen seinen Schlüssen nicht Vertrauen schenken und nehmen an, dass er gerade das Gegentheil davon bewiesen hat, was er zu beweisen glaubt, nämlich: dass es nicht gelingt, mit Hülfe des Gelatineplattenverfahrens nitrifizirende Organismen aufzufinden.

Von späteren Forschern bedienten sich alle im wesentlichen derselben oder ähnlicher Methoden, sie hatten auch ebensowenig Erfolg zu verzeichnen, mit dem Unterschiede, dass sie sich dieses negativen Resultates sehr wohl bewusst waren.

Diese vergeblichen Bemühungen veranlassten endlich den bekannten Berliner Botaniker Prof. Franck, jede Mitwirkung von Organismen bei der Nitrification ganz in Abrede zu stellen. Ihm stimmte aber kaum jemand zu. Es entspann sich eine lebhafte Controverse zwischen ihm und zwei Berliner Chemikern, wobei die Chemiker für die Organismenwirkung eintraten, der Biologe aber den Vorgang als einen rein chemischen auffasste.

»Wenngleich man mir nicht nachsagen kann«, meinte unter Anderm Franck, »dass ich nicht verstände, Pilze dort zu finden und als Thäter nachzuweisen, wo sie wirklich an etwas schuld sind, so gehöre ich doch nicht mit zu denjenigen, welche der jetzigen Moderichtung huldigen, die für Alles, was man sich nicht erklären kann, ohne weiteres einen Bacillus verantwortlich zu machen sucht.«

Zum Schlusse dieser zu kurzen Litteraturübersicht muss ich noch zwei Arbeiten englischer Forscher, Perny Frankland mit Frau Frankland und R. Warington citiren. Der letztere namentlich ist ein langjähriger Arbeiter auf diesem Gebiete. Beide Forscher haben sich wieder der Mühe unterzogen, eine ganze Menge von Microorganismen aus Boden, Luft und Wasser zu isoliren und auf ihr Nitrificationsvermögen zu prüfen. Es fand sich bei keinem und haben die erwähnten Forscher dieses negative Resultat mit besonderem Nachdruck formulirt.

Wir stehen also vor einer ganz erdrückenden Reihe von negativen Befunden. Wie sind diese Thatsachen zu deuten? Franck und einige Andere meinten: man hat den betreffenden Microb nicht gefunden, folglich existirt er nicht. Indessen zeigt eine einfache Ueberlegung, dass je mehr sich diese negativen Befunde häuften, desto mehr die Annahme eines specifischen Nitrificationserregers an Wahrscheinlichkeit gewann, und wenn diese negativen Befunde eine sehr respectable Zahl erreicht haben, so wurde diese Annahme fast zur Gewissheit.

Diese Meinung klingt paradox, ist aber fast die einzig mögliche. Es steht, wie oben betont, seit Schlösing und Müntz fest, dass hier eine Organismenwirkung vor-

liegt, daran ist gar nicht zu zweifeln; die Frage war scharf gestellt, sicher entschieden, sie gehört auch, wenn so im Allgemeinen von Organismenwirkung die Rede ist, zu den relativ leicht zu lösenden Fragen. Diesen Punkt angenommen, bleiben zwei Möglichkeiten offen: entweder begleitet die Nitrification die Entwickelung von sehr verschiedenen Organismen, ist nur sozusagen eine indirecte Folge der von ihnen hervorgerufenen Prozesse oder die Ammoniakoxydation ist eine Lebenseinrichtung, welche nur ganz wenige oder einen einzigen Organismus characterisirt, der seinen gesammten Stoffwechsel an diese Thätigkeit angepasst hat, kurz dessen specifische Funktion sie ist.

Nun ist, meine Herren, klar, dass je mehr sich die negativen Befunde häuften, desto unwahrscheinlicher die erstere von diesen beiden Möglichkeiten wurde. Wo sind denn diese vielen indirecten Agenten der Nitrification, wenn man einen Microorganismus nach dem anderen, schliesslich so viele, ganz ausgeschlossen und nachgewiesen, dass sie Ammoniak zwar als Nahrung benutzen, aber unter keinen Umständen seine Vereinigung mit Sauerstoff vermitteln! Immer mehr und mehr drängte sich die Ueberzeugung auf, dass diese specifische Oxydationsthätigkeit ein Attribut von ganz wenigen Microbenarten ist, oder von einem einzigen, den man einfach nicht fangen konnte. Wegen ungeeigneten Untersuchungsmethoden, meine Herren! Das war die einfachste Erklärung.

Der Zufall wollte, dass ich, gleich bei meinen ersten bacteriologischen Untersuchungen, auf Organismen traf, welche sich gegenüber den üblichen Untersuchungen als ganz refractär erwiesen. Das Studium dieser höchst eigenthümlichen Organismen war es, das mich zum Studium

der Nitrificationsorganismen vorbereitete und anregte. Ich bitte desshalb um Erlaubniss, Ihnen, meine Herren, das Wichtigste aus diesen meinen früheren Untersuchungen mitzutheilen, obgleich dies nicht ganz direct das Thema unseres Vortrages berührt; aber die hierbei gewonnenen Erfahrungen und Gesichtspunkte werden uns sehr gut in die Nitrificationsfrage einführen und das Verständniss mancher Erscheinung ungemein erleichtern.

In den Schwefelquellen trifft man immer eigenthümlich fädige, schleimige Massen, die wohl in keiner fehlen. Es sind fädige Bacterien, die lange, gewundene, verhältnissmässig dicke Fäden bilden, welche manchmal mit einer eigenthümlichen, schlangenartig kriechenden Bewegung begabt sind.

Die Gattung Beggiatoa ist ihr bekanntester Vertreter. Das interessanteste an diesen Organismen ist wohl ihr Zellinhalt, in welchem man glänzende, sehr stark lichtbrechende, infolge dessen schwarz conturirte Körner bemerkt. Prof. Cramer erkannte als der erste die Natur dieser Körner: sie bestehen aus reinem Schwefel. Der Fall ist einzig in seiner Art: keine anderen Organismen enthalten in ihren Zellen Schwefel abgelagert. Eine Erklärung der physiologischen Bedeutung dieser Schwefeleinschlüsse wurde nur von dem bekannten Breslauer Botaniker Cohn versucht, fiel aber so wenig befriedigend aus, dass sie uns hier nicht weiter interessiren kann.

Vor vier Jahren unternahm ich die Untersuchung dieser Organismen; und es fiel mir sofort auf, gleich bei den ersten Beobachtungen über deren Verhalten in der Natur, wie auch bei den ersten Culturversuchen, dass ihr

Gedeihen in räthselhafter Weise mit dem Vorhandensein von H_2S in dem Substrate zusammenhängt.

Alle meine Bemühungen, die Beggiatoa zu züchten in allen möglichen festen und flüssigen Nährmedien, blieben erfolglos, solange mir nicht die Idee kam, H_2S in irgend einem Brunnenwasser gelöst ihnen zu bieten. Dann begannen sie sich sofort üppig zu vermehren.

Es war mir dann die Möglichkeit gegeben, ihre Lebensprozesse zu studiren.

Die erste Frage, die ich stellte, war: wie bilden die Fäden ihre Schwefelkörner? Es hat sich gezeigt, dass dies ausschliesslich durch Oxydation von Schwefelwasserstoff geschieht. Nimmt man schwefelfreie Fäden und versetzt sie in Schwefelwasserstoffwasser, so kann man direct unter dem Microscope diesen Vorgang verfolgen: man sieht unzählige schwarze Körnchen in den Zellen auftauchen und allmählich zu grösseren Körnern anwachsen, bis die Zellen mit Schwefel förmlich vollgestopft sind.

Das Merkwürdigste dabei ist aber, dass diese intracellularen Schwefelablagerungen nicht etwa ein Excret darstellen und nicht unbenutzt bleiben. Denn lässt man nachher dieselben schwefelerfüllten Fäden ohne H_2S, so sieht man diese ganze Menge von Schwefel, welche, wie eine einfache Ueberlegung zeigt, um mehrere Mal soviel wiegt wie die Substanz der Fäden, binnen 24 Stunden verschwinden. Was macht der Organismus damit, und wozu braucht er so viel Schwefel?

Das Ergebniss der in dieser Richtung angestellten Experimente war, dass der Organismus diesen Schwefel verbrennt, verathmet, als Schwefelsäure, als Sulfate ausscheidet, wobei gleichzeitig die kohlensauren Salze des Substrats zerlegt werden.

Eine andere, ebenso seltene Eigenthümlichkeit dieser Wesen ist, dass sie in Flüssigkeiten, die kaum merkliche Spuren von organischer Substanz enthalten, wie die reinsten Quellwässer, gedeihen können. Sie sind ja farblose, chlorophyllfreie Organismen, daher unfähig CO_2 am Lichte zu assimiliren. Man hat also grosse Schwierigkeiten zu verstehen, wie Microben, die sonst so enorme Mengen organischer Substanz verbrauchen, in solchem Medium, wie reinstes Wasser, so gut gedeihen können.

Meine Herren! Alle Schwierigkeiten werden beseitigt und eine im Wesentlichen befriedigende Erklärung des Stoff- und Kraftwechsels bei diesen Organismen gegeben, in der folgenden Ueberlegung, welche ich vor vier Jahren ausgesprochen habe.

Nur der geringste Bruchtheil der von Microorganismen verbrauchten organischen Körper wird von ihnen als plastisches Material zum Aufbau ihrer Körper benutzt, der weitaus grösste Theil wird zerstört, in einfachere Verbindungen gespalten; und zwar in der Regel so, dass Körper entstehen von zusammen geringerer Verbrennungswärme als diejenigen Stoffe, aus welchen sie gebildet werden. Es wird also Energie frei, die dem Organismus zu Gute kommt.

Die Ernährung eines chlorophyllfreien Organismus wäre darnach erklärlich auch bei Benutzung von ganz minimalen Mengen organischer Substanz, unter der Bedingung aber, dass an Stelle der zersetzungsfähigen Kohlenstoffverbindung irgend ein Körper tritt, der durch eine bestimmte Umsetzung eine bestimmte Summe von Energie liefern könnte.

Der Schluss aus dieser kleinen Betrachtung leuchtet jedem ein: bei Beggiatoa und Consorten spielt H_2S

resp. der S die Rolle der gährungsfähigen, organischen Substanz oder, wenn man will, stellen diese Körper das Athmungsmaterial vor. Die Unentbehrlichkeit dieses Oxydationsprozesses für diese Wesen findet dadurch ihre vollständige Erklärung.

Damit war, meine Herren, ein neuer Typus von Organismen gefunden, deren wesentlichste Function, deren Lebensquelle, wenn ich so sagen darf, die Oxydation anorganischer, in der Natur verbreiteter Körper ist.

An die Ernährungsweise anderer Organismen sind diese Schwefelorganismen gar nicht angepasst, mit Zucker und Eiweiss können sie nichts anfangen, wie auch umgekehrt alle anderen Organismen sich bekanntlich ganz entschieden weigern, H_2S zu benutzen, ihn als Gift empfinden und selbst durch relativ kleine Mengen davon rasch getödtet werden.

Bald darauf habe ich einen analogen Fall kennen gelernt. Die Zeit mangelt mir, um auf die ebenfalls eigenthümliche Gruppe von Microorganismen näher einzugehen, die ich Ferrobacterien nannte. Was uns hier interessirt, ist Folgendes: an Stelle von H_2S resp. S tritt hier ein anderer leicht oxydirbarer Körper, nämlich Eisenoxydul. Von dem Vorhandensein von kohlensaurem Eisenoxydul im Substrat ist ihre Existenz abhängig, ohne diesen Körper gar nicht möglich. Daher bewohnen sie meistens die Eisenquellen, treten aber auch auf Wiesen und in Sümpfen auf, wo durch verschiedene Gährungsvorgänge, hauptsächlich die Cellulosegährung, Eisenoxyd beständig zu kohlensaurem Eisenoxydul reducirt wird. Der Process der Oxydation, der Eisenrostbildung, durch diese Organismen geht in sehr merkwürdiger Weise vor sich. Versetzt man die sogenannte Leptothrix ochracea

in eisenoxydulhaltiges Wasser, wo ich sie immer cultivirte, so sieht man Folgendes: die sehr dünnen Fäden oder Stäbchen fangen sofort an sich mit rostfarbenen Hüllen zu umgeben, welche die Dicke der farblosen Fäden um mehrere Male übertreffen. Dabei wachsen die Fädchen, oder schieben sich aus ihren braunen Eisenoxydscheiden heraus, den Aufbau dieser Röhren immer weiter fortsetzend; manchmal schlüpft der Faden ganz aus seiner Röhre heraus und beginnt eine neue zu bilden. So entstehen ockerfarbige Rasen und Flocken, welche nur relativ wenig lebende Zellen enthalten, sondern meistens aus leeren Eisenoxydröhrchen bestehen; denn die eigentliche Körperbildung geht nur sehr langsam vor sich, der Oxydationsprozess aber rasch; so dass ein Faden wohl über hundert Mal so viel Eisenoxyd ausscheidet, als er im Gewichte zunimmt.

Ich erwähne nur noch beiläufig, dass an die Thätigkeit dieser Organismen sich eine für Mineralogen und Geologen interessante Frage knüpft, nämlich die Entstehung von Raseneisenerz und Lagern von andern sedimentären Eisenerzen, wie sie sonst heissen. In practischer Hinsicht verdienen sie auch Beachtung: sie sind nämlich berüchtigt durch ihr periodisches und so massenhaftes Auftreten in Wasserleitungen, dass statt Wasser aus denselben zeitweise ein rostbrauner Brei fliesst. Die Ursache dieser Erscheinung, für welche sehr verschiedene Erklärungen gegeben werden, liegt nach dem Gesagten in dem periodischen Gehalte von sonst vielleicht nicht schlechten Wässern an Eisenoxydul; dadurch werden sie auf einmal ein günstiges Nährmedium für die Ferrobacterien.

Nach dieser vielleicht etwas langen Abschweifung kehren wir zu der Nitrification zurück, und jetzt werden Sie, meine Herren, sofort ersehen, dass ich nicht unmotivirt unser eigentliches Thema verliess.

Erstens hat man nunmehr das Gefühl, die innere Ueberzeugung, dass specifische Nitrificationsorganismen wirklich existiren müssen und dass man Aussichten auf Erfolg hat sie zu suchen. Frägt man sich dann nach der physiologischen Bedeutung des Prozesses der Ammoniakoxydation, so hat man schon eine Antwort. Frägt man sich weiter nach den wesentlichsten Eigenschaften des präsumirten Nitrificationsfermentes, so sieht man sie schon im voraus. Aus denselben leitet sich aber die Untersuchungsmethode, hier also die Culturmethode, direct ab.

Wenn das Nitrificationsferment existirt, so muss es in der Erde massenhaft verbreitet sein, da ist es aber ohne Zweifel mit ganz enormen Mengen von sehr verschiedenen Microbenarten vermengt. Um es entdecken zu können, muss man also etwas Erde (als Einsaat) in ein Substrat einführen, das nur dem Nitrificationsmicrob günstig, den übrigen ihn begleitenden Microben aber ganz ungünstig ist. Dann wird der gewünschte Microb die Oberhand behalten, zur Wirkung gelangen, und, infolge seiner massenhaften Vermehrung, die Aufmerksamkeit auf sich ziehen.

Es handelte sich also in erster Linie darum, ein richtig zusammengesetztes Nährmedium zu wählen. Keines der in der Bacteriologie gebräuchlichen, seien sie fest oder flüssig, schien mir passend, ich habe denn auch alle verworfen und ein sehr viel einfacheres angewendet. Um das Gedeihen der Nitrificationsorganismen — ich werde

sie kürzer und bequemer Nitrobacterien nennen — um ihr Gedeihen zu ermöglichen, musste es, nach meinen Erfahrungen mit analogen Organismen, zwei Bedingungen entsprechen: die erste und wichtigste ist selbstverständlich, das Vorhandensein des oxydablen anorganischen Stoffes, hier Ammoniumsalz; die zweite ist eine negative: es dürfen keine gährungsfähige organische Körper in der Lösung vorhanden sein und überhaupt nur Spuren organischer Substanz. Ueber weitere Bedingungen haben uns die vorzüglichen Untersuchungen von Schlösing über Nitrification in natürlichen Verhältnissen unterrichtet. Sie sind: möglichst uneingeschränkter Luftzutritt und Anwesenheit eines Alkali- oder Erdalkalicarbonates.

Zürcher Seewasser mit einem kleinen Zusatz von Kaliumphosphat und Magnesiasulfat und einem Ueberschuss von Magnesiacarbonat erhielt 0.1 bis 0.5 Procent Ammonsulfat und wurde in dünner Schicht in solchen Kolben, wie sie einen hier sehen, gehalten. Damit wurden die besten Bedingungen für die Nitrification realisirt. Denn inficirte man diese Flüssigkeit mit einer Spur frischer Erde, so liess die Nitrification gar nicht lange auf sich warten. Als man nachher Culturserien machte, d. h. eine frische Cultur immer aus der letztinfizirten impfte, so steigerte sich noch die Intensität des Prozesses in ganz unerwarteter Weise. — Nach den Angaben meiner Vorgänger über Versuche in wässerigen Lösungen glaubte ich mit einem äusserst trägen, langwierigen Prozesse zu thun zu haben, der Wochen und Monate warten lässt, bis er sich endlich einstellt. Das war nun gar nicht der Fall. Bei häufigen Umsaaten war es keine Seltenheit, dass ich schon nach 24 Stunden unverkennbare Zeichen einer beginnenden Nitrification constatiren konnte. Nach

3 Tagen waren schon bestimmbare Mengen von N.-säuren da, und bald war alles Ammoniak spurlos verschwunden.

Nun hatte ich also die Ueberzeugung, dass ich die richtigen Bedingungen getroffen und dass die Nitrobacterien in meinen Gläsern in Massen leben und wirken müssen. Es schien leicht sie zu finden. Aber derartig sind manchmal, meine Herren, die Schwierigkeiten bei dieser Art Untersuchungen, dass ich noch ein grosses Stück Arbeit zu überwinden hatte, bis ich endlich sagen konnte: diese sind es, welche nitrificiren!

Sah man eine solche Cultur an, so bemerkte man auf den ersten Blick keine Zeichen irgend welcher Bacterienvegetation. Nur nach näherer Betrachtung konnte man doch auf der Oberfläche der vollkommen klaren nitrificirten Flüssigkeit einen Anflug, einen zarten Schleier bemerken. Dieser bestand aus verschiedenen Microorganismen, Stäbchen und Coccen, und es war Grund zu denken, dass irgend welche Form von ihnen, oder alle zusammen den Prozess bewirken. Denn die oxydirenden Organismen bilden bekanntlich mit Vorliebe Kahmhäute oder Decken auf der Oberfläche der Flüssigkeiten. Als ein altbekanntes Beispiel führe ich nur die essigbildende Kahmhaut, die Essigmutter, an. Ich habe dann alle diese schleierbildenden Arten untersucht, durch microskopische Untersuchungen, wie auch durch Culturversuche deren Zahl festgestellt, und dann alle isolirt. Das ging leicht, denn das Gelatineplattenverfahren war hier gut anwendbar. Ich habe darauf Nitrificationsversuche mit jeder in Reincultur angestellt. Alle aber fielen negativ aus, die Arbeit war umsonst.

Es ist mir dann der Gedanke gekommen, vorläufig die beständigen Umsaaten in immer frische Flüssig-

keit zu unterlassen, sondern durch wiederholte Ammonsulfatzusätze die Nitrification in einem und demselben Gefässe so lange zu unterhalten, bis der gesuchte Organismus durch seine grosse Vermehrung endlich seine Anwesenheit verrathen würde. Das half. Meine Aufmerksamkeit wurde bald von dem Magnesiabodensatz angezogen, der in seltsamer Weise sein Aussehen veränderte: er schien, wenn man die Gefässe lange in Ruhe liess, wie mit einer schleimigen Haut überzogen, die beim Schwenken des Gefässes zerriss, und sich dann zu schleimigen, etwas grau aussehenden Flocken zusammenballte. Die microscopische Untersuchung dieser Flocken liess einen characteristischen ellipsoidischen Microben erblicken von nur $^1/_{1000}$ mm Länge, nur wenig länger als breit, welcher in solchen Mengen zugegen war, dass alle übrigen Arten zusammen genommen nur noch als höchst unbedeutende Spuren gelten konnten.

Dieser ovale Microb, meine Herren, war das Nitrificationsferment der Zürcher Erde. Alle Beobachtungen sprachen zu deutlich dafür, als dass man dies noch hätte bezweifeln können.

So war denn endlich ein Nitrobacterium gefunden, und nun musste man es rein erhalten. Keine Ausnahme ist ja zu dulden von dem Grundsatze, dass die an die Wirkung der Microorganismen knüpfenden Fragen mit Hülfe von Reinculturen gelöst werden müssen. Jetzt zeigte sich, wie die Arbeit erschwert wird, wenn jenes ausserordentlich einfache und bequeme Hülfsmittel — das Gelatineplattenverfahren — unanwendbar ist. Denn unanwendbar war es, meine Erwartungen haben sich vollkommen bestätigt. Führte man in die Gelatine in gewöhnlicher Weise eine Unmasse von Nitrobacterien und wenig fremde

Organismen ein, so bildeten nur letztere Colonien, die ersteren bildeten keine und kamen gar nicht mehr zum Vorschein.

Man musste sich also bequemen, auf irgend welche Weise diese fremden Organismen, dieses Bacterien-Unkraut, aus den Culturen in wässeriger Lösung zu eliminiren. Dieser Theil der Arbeit war der langwierigste und unangenehmste, und ich werde Ihre Geduld, meine Herren, nicht auf die Probe setzen, und die Einzelheiten ganz übergehen. Nur eines will ich erwähnen, eine Beobachtung, die ich später verwerthen konnte und die zu einem beachtenswerthen Resultate führte.

Ich versuchte, um diese fremden Arten zu unterdrücken, die Cultur in ganz von organischen Substanzen befreiten wässerigen Lösungen: statt Seewasser nahm ich destillirtes Wasser und besonders reine Salze. Die meisten von den fremden Species gingen auch thatsächlich durch Erschöpfung zu Grunde, das Nitrobacterium aber, und das befremdete mich seiner Zeit sehr, schien den Unterschied gar nicht zu merken, entwickelte sich und nitrificirte mit derselben Energie wie früher.

Wir kehren später zu dieser Thatsache zurück, jetzt constatire ich nur, dass ich durch diesen Kunstgriff meinen Zweck doch nicht ganz erreichen konnte. Eine besonders hartnäckige Art liess sich nicht unterdrücken und blieb in den Culturen. Durch ein eigenartiges Verfahren erreichte ich endlich meinen Zweck und säuberte meine Culturen auch von dieser letzten fremden Art. Die nitrificirte Culturflüssigkeit auf die Nährgelatine gebracht, liess jetzt dieselbe dauernd steril.

Das Verfahren beschreibe ich hier nicht, weil dies sich nicht in zwei Worten thun lässt (ich habe es in der

ersten der schon im Drucke erschienenen Mittheilungen ausführlich besprochen), und weil ich dieses erste Verfahren bald durch ein vollkommeneres ersetzte. Dieses letztere will ich nun hier kurz beschreiben.

Es versteht sich ohne weiteres, dass man viel leichter und sicherer zum Ziele gelangt, vollkommen reines Aussaatmaterial zu bekommen, wenn die Möglichkeit gegeben ist, von einer reinen Colonie der gewünschten Species abzuimpfen, als wenn man auf eine Reihe fremder Species achten und dieselben eine nach der anderen eliminiren muss. So stellte ich mir zur Aufgabe, das Princip der Fixirung der Keime in gelatinirendem Medium, coûte que coûte, in Anwendung zu bringen und ein für die Nitrobacterien geeignetes festes Nährsubstrat zu finden.

Alle bekannten gelatinirenden Substanzen pflanzlicher und thierischer Herkunft erwiesen sich, trotz erneuter Versuche, als absolut ungeeignet, und musste ich zu den weniger bequem zu handhabenden mineralischen Gallerten meine Zuflucht nehmen. Mit Kieselgallerte, meine Herren, erreichte ich am leichtesten meinen Zweck.

Die beste Methode, eine wässerige leicht gelatinirende Lösung von Kieselsäure zu bereiten, ist bekanntlich die Methode von Graham: man giesst verdünntes Wasserglas in überschüssige verdünnte Salzsäure und unterwirft dies Gemisch der Dialyse, bis es von Salzsäure und Kochsalz befreit ist. Dann dampfe ich die Kieselsäurelösung bis zu einem bestimmten Concentrationsgrad ein und vermische sie in diesen Schalen, sogen. Platten, in bestimmtem Verhältniss, mit einer Mineralsalzlösung, welche Ammonsulfat und Soda und auch die üblichen Nährsalze enthält. Wenn dabei richtig verfahren wird, so ist die Gallerte von passender Consistenz, nicht hart

und knorpelig, wie sie sonst leicht wird, sondern weich und elastisch und bleibt, wenn sorgfältig vor Austrocknung geschützt, Wochen lang unverändert. Will man die Keime in dieser Gallerte vertheilen, so thut man das Aussaatmaterial hinein unmittelbar nach dem Vermischen von Kieselsäurelösung und Salzlösung; man hat Zeit es zu thun, denn es dauert gewöhnlich 5 Minuten, bis die Gallerte beginnt fest zu werden. Will man aber ihre Oberfläche mit dem Aussaatmaterial bestreichen — in Strichen impfen, wie man sagt — so wartet man $^1/_4$ Stunde, bis die Gallerte ganz fest geworden ist.

Auf diesem eigenthümlichen Nährboden entwickeln sich nun die Nitrobacterien sehr gut. Insbesondere wachsen sie schön auf der Oberfläche der Gallerte und bilden äusserst characteristische kleine Colonien, die keinen andern gleichen. Wenn Sie, meine Herren, in dieses Microscop einen Blick geworfen, so haben sie kleine unregelmässige, stark glänzende Körner gesehen, die sehr kleinen Sandkörnchen vielleicht nicht unähnlich sind. Jedes Körnchen ist ein Paket, gebildet aus Hunderten und Tausenden von ovalen Zellchen, welche so dicht zusammengedrängt und verklebt sind, dass man bei schwächeren Systemen die einzelnen Zellchen nicht unterscheidet und das Ganze homogen glänzend erscheint. Bei tausendfacher Vergrösserung aber und in ungefärbtem Zustande unterscheidet man die einzelnen Individuen deutlich. Aus der Gallerte in eine wässerige Lösung gebracht zeigen diese Colonien, diese Klumpen, zunächst keine Veränderung. Erst nach 2—3 Tagen, oft noch später, sieht man sie unregelmässig anschwellen: die Zellchen werden durch Verquellen der sie verklebenden Substanz auseinandergetrieben; während diesem Prozess geht oft ein allge-

meines wildes Schwärmen los, und die Zellen zerstreuen sich definitiv nach allen Seiten.

Die Isolirung mit Hülfe der Cultur auf diesem festen Nährboden gelingt viel leichter. Die Colonien sind zwar viel kleiner als diejenigen, mit welchen die Bacteriologen sonst zu thun gewöhnt sind. Es liegt eben in der Natur dieser Organismen, dass ihr Wachsthum und Substanzbildung viel schwächer als bei gewöhnlichen Bacterien sind. Doch, wenn man versteht, wie das jeder Bacteriologe eigentlich dürfte, seine Impfnadel unter dem Microscope sicher zu führen, so braucht man zur Isolirung nur Wochen statt Monate und selbst Jahre.

Wir haben also den Nitrificationsorganismus entdeckt, haben ihn vorwurfsfrei isolirt, haben nachgewiesen, dass er in Reincultur den characteristischen Oxydationsprozess vermittelt. Und nun werden wir seinen physiologischen Eigenschaften etwas näher zu treten suchen.

Fragen wir zuerst nach der Energie des von ihm bewirkten Prozesses. Ist sie genügend, um ihn für das Nitrificationsagens des Bodens zu halten? Bekanntlich nitrificirt der normale Boden sehr energisch, es dürfen also meine Zahlen, um die obige Frage positiv beantworten zu können, nicht sehr bedeutend hinter den für den Boden constatirten stehen. Diese letzteren entnehme ich den neuesten Versuchen Schlösing's. Er experimentirte mit 200 gr. bester Erde, welche er in den besten Bedingungen der Durchlüftung, der Feuchtigkeit und Temperatur hielt. Die täglich oxydirte Menge von Ammoniakstickstoff betrug auf der Höhe des Prozesses in 3 Versuchen

3.5 4.1 9.0 mgr.

Diese Zahlen sieht er als sehr hohe an: auf eine Hectare

oder 3000 Tonnen Erde berechnet, macht das die respectable Menge von

62 75 168 Kilogramm

Stickstoff pro Tag.

Ein genauer Vergleich der Schlösing'schen Versuche mit meinen Reinculturen ist nicht möglich, ist aber auch nicht nöthig für unseren Zweck. Es genügt zu constatiren, dass in meinen Versuchen, die eher noch als die Schlösing'schen als Versuche im Kleinen angesehen werden können, die Schlösing'schen Zahlen nicht nur leicht erreicht, sondern noch weit übertroffen wurden. Leitet man die Nitrification in einer Cultur, wie Sie eine hier sehen, durch eine ganz minimale Aussaat ein, so erreicht die täglich oxydirte Menge von Ammoniakstickstoff unter Umständen schon am 10. oder 12. Tage 7 bis 10 mgr. Wird die Cultur älter, die Menge der Organismen grösser, so steigert sich die tägliche Leistung noch um ein Vielfaches. Die höchste Zahl, die ich erreicht habe, betrug 22 mgr. Ammoniakstickstoff pro Tag.

Die Nitrificationsenergie unseres Microben ist also reichlich genügend, um ihn für die entsprechenden Vorgänge im Boden verantwortlich zu machen.

Eine weitere den Oxydationsprozess betreffende Frage, welche uns interessiren kann, ist die Frage nach den Zwischen- und besonders Endproducten desselben. Schlösing und Müntz behaupteten, dass das einzige Product der Nitrification Salpetersäure sei.

Für den Boden, also für den Naturvorgang, dürfte das wohl meistens zutreffen, nicht aber für eine Reincultur der Nitrobacterien. Hier kommt es in der Regel nur zur Bildung von salpetriger Säure, von Nitriten.

Die Oxydation geht nicht weiter. Von Nitraten wird nur sehr wenig gebildet. Merkwürdigerweise, je intensiver der Prozess desto weniger; die Menge des Nitratstickstoffs erreicht dann nicht einmal ein Procent des gesammten nitrificirten Stickstoffes.

Es bleibt also zu erklären, warum im Boden die Oxydation vollständiger ist als in Reinculturen, in wässeriger Lösung. Verändert sich, schwächt sich die Wirkung der Nitrobacterien bei der künstlichen Züchtung oder sind im Boden Einflüsse thätig, welche Nitrite in Nitrate überführen?

Ueber diese Frage, meine Herren, sind meine Untersuchungen noch nicht abgeschlossen, dennoch bin ich schon so weit, dass ich mich entschliessen kann, etwas über meine diesbezüglichen Beobachtungen mitzutheilen. Wir werden hier noch ein Beispiel für die im Boden massgebende Thätigkeit der Microorganismen kennen lernen.

Da die Umwandlung von Nitriten in Nitrate sich sehr leicht durch Einwirkung aller möglichen schwach oxydirenden Mittel vollzieht, so lag es zuerst nahe, diese Oxydation einfach den chemischen Affinitäten des Bodens zuzuschreiben. Um die Richtigkeit dieser Vermuthung zu prüfen, sterilisirte ich, in mehreren Kölbchen vertheilt, eine Bodenaufschwemmung und setzte dann in jedes Kölbchen ein wenig einer sterilisirten Nitritlösung, nur soviel, um eine Nitritreaction bestimmter Intensität hervorzurufen. Dann liess ich die Kölbchen seit dem 1. December im Dunkeln stehen bei einer Temperatur von 28°, schüttelte oft um und prüfte von Zeit zu Zeit auf salpetrige Säure. Die Reaction zeigte keine Neigung abzunehmen, blieb ungeschwächt bis den 15. Februar,

also $2^1/_2$ Monate, als ich den Versuch aufgab. Die durch Kochen von Nitroorganismen befreiten Bestandtheile des Bodens begünstigen also in keiner Weise die Verwandlung der Nitrite in Nitrate.

Ein anderer Versuch scheint mir in dieser Beziehung noch lehrreicher zu sein. Grössere Mengen frisch entnommener Erde wurden in zwei grosse Schalen mit gut übergreifenden Deckeln, sogenannte Doppelschalen, gelegt. Jede enthielt 800 gr. Die eine wurde dann in den Dampfsterilisationsapparat gestellt und längere Zeit der Wirkung von strömendem Dampf ausgesetzt. Die andere blieb unsterilisirt. Nach erfolgter Sterilisation wurde die erstere mit einer Aufschwemmung der Zürcher Nitrobacterien in reinem Wasser begossen, dann beide mit einer Ammonsulfatlösung begossen und bei 20° nebeneinander stehen gelassen. Von Zeit zu Zeit prüfte ich beide in gleicher Weise auf Nitrate und Nitrite. Der Versuch begann den 10. November. Nach 10 Tagen hatte sich schon sehr viel Nitrat in der nicht sterilisirten Erde gebildet, von Nitriten aber waren nur höchst unbedeutende Spuren da. In der sterilisirten und nachträglich mit einer Reincultur geimpften Erde waren aber nur Nitrite zu finden. Das selbe Resultat ergab die Prüfung am 4. December. Das Ammoniak war schon aus beiden verschwunden, die unsterilisirte zeigte nur Nitrate, die sterilisirte nur Nitrite, enthält auch bis jetzt eine Menge davon. In der nicht sterilisirten, mit den verschiedenartigsten Organismen erfüllten Erde also hatte sich der Prozess unter ausschliesslicher Bildung von Nitraten vollzogen; in der sterilisirten dagegen bildeten sich fast nur Nitrite.

Diese Versuche zeigen mithin, 1) dass ein Nitrifi-

cationsorganismus, welcher in wässeriger Lösung Nitrite bildet, auch in der Erde dasselbe thut, 2) dass die im Boden herrschenden chemischen Affinitäten die Umwandlung der Nitrite in Nitrate nicht bewirken und 3) dass dazu wahrscheinlich die Mitwirkung von anderen die Erde bewohnenden Microben nöthig ist.

Das wäre ungefähr das Wichtigste, was ich über das eigentliche Oxydationsphänomen bis jetzt ermitteln konnte. Dieses ist es hauptsächlich, dem die Nitrificationsorganismen das Interesse verdanken, welches sie von jeher bei Naturforschern und Praktikern erweckten. Mit der Kenntniss dieses Prozesses allein kann man sich jedoch in keiner Weise rühmen, die Physiologie dieser Organismen erschöpfend studirt zu haben. Eine Frage, das haben Sie wohl schon gemerkt, bedarf besonders der Aufklärung: Woher diese Organismen den zum Aufbau ihrer Körper nöthigen Kohlenstoff beziehen.

Ich habe schon erwähnt, dass die Nitrobacterien in Lösungen von anorganischen Salzen leben können, wo Kohlenstoff nur in Form von kohlensauren Salzen ihnen geboten wird. Um dies zu erklären, musste man annehmen, dass entweder bei der Nitrification kein Zuwachs, keine Substanzbildung erfolgt, oder dass die Zellen den Kohlenstoff der Carbonate sich zu Nutze machen können. Die erstere Annahme war unwahrscheinlich; sie widersprach auch thatsächlich der directen Beobachtung. Nicht ausgeschlossen war aber, dass die Lösung, obwohl man organische Substanz nicht zugesetzt hatte, vielleicht doch Spuren davon enthielt.

Ich bemühte mich dann, diesen Einwand auszuschliessen, indem ich ganz ausserordentliche Massregeln traf, um absolut sicher zu sein, dass gar keine Spur or-

ganischen Kohlenstoffes in der Lösung geblieben sein konnte. Trotzdem ging das Wachsthum der Nitrobacterien ganz ebenso gut wie früher von Statten. Es war also kaum ein Zweifel möglich, dass sie auf Kosten von Kohlensäure und Ammoniak durch Synthese die ihre Körper bildenden Stoffe zu Stande bringen können.

Diese Behauptung aufzustellen ohne dafür gleich genaue zahlenmässige Beweise bringen zu können, schien mir indessen doch etwas bedenklich. Denn sie steht in schroffem Widerspruche mit der allbekannten und allerwichtigsten Lehre der Physiologie, nach welcher nur chlorophyll- oder allgemeiner chromophyllhaltige Pflanzen unter Einwirkung des Lichtes CO_2 assimiliren können. Auf dieser Doctrin waren ja alle unsere Vorstellungen von dem Kreislauf des Kohlenstoffes auf unserm Planeten während mehrerer Jahrzehnte begründet.

Hier aber, bei den Nitrobacterien, konnte weder von Chlorophyll, noch von Lichtwirkung die Rede sein. Diese Organismen sind vollständig farblos, Belichtung erweist sich hier, wie fast bei allen Bacterien, als entwicklungshemmend; daher cultivirte ich sie auch regelmässig im Dunkeln.

Wenn es gelingen würde zu beweisen, dass in einer Cultur der Nitrobacterien, welche am Anfange Kohlenstoff nur als Kohlensäure enthielt, verbrennlicher Kohlenstoff entsteht und diesen quantitativ zu bestimmen, so würde dann diese neue Thatsache offenbar über jeden Zweifel erhoben sein. Dies ist mir auch thatsächlich gelungen. Den organischen Kohlenstoff der Culturen bestimmte ich auf nassem Wege mit Hülfe der Chromsäure-Methode. Die Methode gibt etwas niedrige Resultate; trotzdem war die Anwendung derselben in diesem Falle

besonders sicher und bequem, weil sie die Möglichkeit gibt, unmittelbar vor der Verbrennung die Kohlensäure bis auf die letzten Spuren aus der Substanz zu entfernen.

Das Resultat, meine Herren, war, dass es in allen Culturen ohne Ausnahme, welche ich dieser Analyse unterwarf, gelang, einen Gewinn an verbrennlichem Kohlenstoff zu constatiren, der in acht Fällen die Zahlen betrug, welche Sie auf dieser kleinen Tabelle sehen:

Jüngere Culturen mgr.	Aeltere Culturen mgr.
4.6	15.2
4.8	19.7
7.1	22.4
10.2	26.4

Der Frage, wie diese Synthese vor sich geht und welche Stoffe daraus unmittelbar resultiren, konnte ich bis jetzt noch nicht näher treten.

Dagegen ist es mir gelungen, einen kleinen Schritt weiter in der Erforschung der Lebensvorgänge dieser Wesen zu thun. Es schien mir nämlich interessant, etwas über das gegenseitige Verhältniss dieser beiden Hauptprozesse — der Nitrification einerseits, der Assimilation andererseits — zu ermitteln. Vom theoretischen Standpunkte war es zu erwarten, dass dies Verhältniss als ein enges sich zeigen werde. Auch in anderer Hinsicht bot diese Frage Interesse: man konnte hoffen, dass ihre Entscheidung Anhaltspunkte bringen werde, um in der Zukunft einmal ein vollständiges Bild der Thätigkeit dieser Organismen im Grossen, in der Natur, zu entwerfen. Nitrite und Nitrate lassen sich ja leicht im Boden und Wässern bestimmen, man hat auch schon sehr viele Beobachtungen gemacht, welche erlauben, die Production dieser Stoffe

annähernd zu beurtheilen. Anders ist es mit der Bildung der organischen Substanz durch die Nitrobacterien; hier ist man natürlich nur auf Experimente mit Reinculturen angewiesen. Sollte man aber durch Versuche etwas Bestimmteres über das Verhältniss der beiden Prozesse ermitteln, so wäre die Möglichkeit gegeben, aus dem Ertrag des Nitrificationsprozesses in der freien Natur direct auf den Ertrag des Assimilationsprozesses zu schliessen.

Meine Erwartungen haben sich, meine Herren, thatsächlich bestätigt. In einer Reihe von vier Versuchen, in welchen ich alle Producte der Thätigkeit der Nitrobacterien — Nitrite, Nitrate und assimilirten Kohlenstoff — bestimmte, betrugen für jede Cultur die Gesammtmengen des nitrificirten Stickstoffs und die Mengen des assimilirten Kohlenstoffs die Zahlen, die sie auf dieser Tabelle sehen:

	I.	II.	III.	IV.
N in mgr.	506.1	722.0	815.4	928.3
C in mgr.	15.2	19.7	22.4	26.4
	33.3	36.6	36.4	35.2

Sie sehen, meine Herren, dass, je grösser die Oxydation, desto grösser die Assimilation. Aber das ist nicht nur annähernd so. Denn dividirt man die Stickstoffzahlen durch die Kohlenstoffzahlen, so erhält man die Zahlen der dritten Reihe, welche das Verhältniss der beiden Prozesse ausdrücken, und aus ihnen ersieht man, dass dies Verhältniss beinahe constant bleibt: ein Theil C kommt auf 35 Theile im Mittel oxydirten Stickstoffs. Dieses Resultat war um so beachtenswerther, als weder die Dauer dieser vier Culturen, noch überhaupt die Bedingungen ihrer Führung die gleichen waren. Beide Prozesse sind also eng von einander abhängig: geht der eine, so ist auch der andere

im Gange, oder beide stehen stille. Diese Abhängigkeit ist, wie mir scheint, so zu denken, dass nämlich die Assimilation von der Nitrification abhängig ist; der erstere Prozess erfordert ja eine Arbeitsleistung, während der letztere sozusagen die einzige Kraftquelle darstellt, welche den betreffenden Organismen zur Verfügung steht.

Es bleibt mir, meine Herren, zu wenig Zeit übrig, um Ihnen etwas ausführlicher über ein interessantes, von früheren Forschern kaum noch berührtes Thema zu sprechen — nämlich über die geographische Verbreitung des Nitrificationsprozesses, wie wir ihn eben kennen gelernt haben. Obgleich wenig wahrscheinlich, ist es doch keineswegs ausgeschlossen, dass der Vorgang in entfernten Gegenden, unter verschiedenen klimatischen und Bodenverhältnissen, durch andere Ursachen bedingt wird oder sich wenigstens wesentlich anders abspielt.

Um dieser Frage näher zu kommen, habe ich unternommen, Bodenproben aus möglichst verschiedenen Gegenden, jedenfalls aus allen Welttheilen, zu beschaffen und dieselben nach dem schon für die Zürcher Erde durchgeführten Plane zu untersuchen. Durch das liebenswürdige Entgegenkommen mehrerer Gelehrten in Zürich und auswärts war mir die Möglichkeit gegeben, meine Aufgabe in Erfüllung zu bringen. Im Ganzen habe ich 5 europäische Bodenproben untersucht, 5 africanische (Algerien, Tunesien), 2 asiatische (Java, Japan), 2 südamerikanische (Brasilien, Ecuador) und endlich 1 australische.

Mit allen diesen Erdproben ist mir gelungen und zwar mit der grössten Leichtigkeit, die Nitrification einzuleiten und fortzuführen, ganz unter denselben Bedin-

ungen, unter welchen das Zürcher Nitrobacterium arbeitet. Ohne Mühe habe ich auch jedesmal den thätigen Microorganismus gefunden, der meinem älteren Bekannten in morphologischer Beziehung, wenn nicht immer ganz gleich, so doch immer sehr ähnlich war. Seine Cultur gelang auch unbegrenzte Reihen von Generationen hindurch in derselben reinen Lösung von anorganischen Salzen, wie auf Kieselgallerte.

Obgleich diese meine Untersuchungen noch ziemlich weit vom Abschlusse sind, kann ich schon jetzt aus denselben folgende Schlüsse ziehen: dass erstens, jeder Boden, gleichgültig welcher Provenienz, den specifischen Nitrificationserreger enthält; dass zweitens, alle die Nitroorganismen in der ganzen Welt sich durch wesentlich die gleichen physiologischen Eigenschaften auszeichnen und demgemäss auch drittens, der von ihnen hervorgerufene Oxydationsprozess überall im Wesentlichen sich gleich bleibt.

Meine Herren, kaum eine andere Erscheinung ist so geeignet, uns vor der Thätigkeit der Microorganismen Respect einzuflössen, als die Nitrification. Sie ist fortwährend in der ganzen Erdkruste im Gange, wo nur passende Temperatur und Feuchtigkeit gegeben sind, denn Ammoniak und Kohlensäure sind ja überall vorhanden. Könnte man die jährliche oder auch nur die tägliche Production der Nitrate auf unserem Erdball irgendwie berechnen, so würde man zu einer ganz fabelhaften Ziffer gelangen; man denke nur, um bloss ein Beispiel anzuführen, dass ein einziger grösserer Fluss, wie die Seine, täglich über 230,000 Klgr. Nitrate dem Meere zuführt. Die reichsten Salpeterlösungen circuliren aber natürlich im Boden und dienen als Stickstoffquelle

für Pflanzen und mit ihnen für Menschen und Thiere. Und ausser diesen beweglichen Vorräthen sind ja noch mächtige Ansammlungen von Salpeter, besonders in Südamerika, bekannt, werden ausgebeutet und stellen ein enormes Capital vor.

Durch die eigentliche Nitrification, diesem grossartigsten von allen durch Microorganismen bedingten Vorgängen, ist die Thätigkeit der uns interessirenden Organismen aber noch lange nicht erschöpft. Sie hat eine andere beachtenswerthe Seite, ich meine die Rolle, welche sie im Kohlenstoffkreislauf erfüllen. Diese Rolle ist eine zweifache: erstens, besteht sie in der Zerlegung der kohlensauren Salze des Bodens, hauptsächlich des kohlensauren Kalkes. Für jeden Theil des gebildeten Salpetersäure- oder salpetrigen Säure-Stickstoffs wird ungefähr ein halber Theil Kohlensäure-Kohlenstoff frei. Diese Zersetzung der Erdalkalicarbonate geschieht kaum bei einem anderen Prozesse in solchem Umfange wie bei der Nitrification. Enorme Mengen von Kohlensäure werden also durch die Thätigkeit der Nitrobacterien in Freiheit gesetzt und können wieder in den Kreislauf des Lebens eintreten, statt diesem Kreislauf in Verbindung mit Erdbasen vielleicht für immer entzogen zu bleiben. Zweitens, wissen wir jetzt, dass ein Theil von dem Kohlenstoff der kohlensauren Basen auch direct in organische Substanz übergeführt wird. Freilich ist das nur ein sehr geringer Theil, und können diese allerkleinsten Wesen in keiner Weise mit den grünen Pflanzen in der Production von organischer Substanz wetteifern, doch da es sich in derNitrification um so hohe Zahlen handelt, wird auch wohl diese ihre Arbeit durch ganz respectable Zahlen sich ausdrücken.

Nachdem ich nun jetzt, meine Herren, das Wichtigste über meine eigenen Untersuchungen mitgetheilt habe, muss ich noch erwähnen, dass ich nicht der einzige bin, dem es gelungen ist, die Kenntniss der Nitrification um einen Schritt weiter zu fördern. Die schon genannten englischen Forscher Warington einerseits, Percy Frankland und Frau anderseits haben ihre Bemühungen fortgesetzt und namentlich den letztgenannten gelang es, ein Nitrificationsferment zu entdecken und zu isoliren. Eine kurz gehaltene vorläufige Mittheilung darüber ist fast gleichzeitig mit meiner ersten Abhandlung erschienen, die ausführlichere ein halbes Jahr später. Sie sind auf einem wesentlich anderen Wege als ich zum Ziele gelangt. Die Uebereinstimmung ist aber eine fast vollkommene. Der ovale Microb, fast ebenso gross wie der Zürcher, den Frankland isolirt hat, bildet in Gelatine ebenfalls keine Colonien. Unbegrenzte Generationen hindurch nitrificirt er und pflanzt sich fort in reinen Lösungen von anorganischen Salzen, wie alle Nitrobacterien also. Eine Erklärung dieser Erscheinung wird von Frankland nicht versucht. Warington, obgleich er nicht so weit kam wie Frankland, spricht sich ganz in demselben Sinne wie der letztere aus.

So herrscht, wie Sie sehen, meine Herren, eine weitgehende Uebereinstimmung in den neuesten Arbeiten über Nitrification.

Notizen.

Bibliographische Notizen. — Den früheren vier Serien lasse ich in gleicher Anordnung folgende weitere Notizen folgen:

36) Conrad Lycosthenes, Wunderwerke Gottes. Aus dem Lat. Basel 1557 in fol. (Nat. Ges. Zür.). — „Gabriel Eggli 1634.“

Gabriel Eggli dürfte ein Sohn des berühmten Alchymisten und Theologen Raphael Eggli (vgl. Biogr. IV. 306—307) gewesen sein. Für Conrad Lycosthenes oder Wolffhardt, dessen Urschrift „Chronicon prodigiorum“ ebenfalls 1557 zu Basel in fol. erschien, vgl. Biogr. IV. 64.

37. Abrahami Sculteti Grünbergensis Silesii, Sphæricorum libri tres. — Trigonometria: Sive de solutione triangulorum Tractatus brevis et perspicuus. Bartholomæi Pitisci Grünbergensis. Heidelbergæ 1595 in 8. (Pol.)

Der Hauptwerth des vorliegenden Exemplares besteht darin, dass sich auf der Rückseite des letzten Blattes folgendes Briefchen von Tycho Brahe an seinen frühern Gehülfen Conradus Aslacus Bergensis, später Professor der Theologie in Kopenhagen, eingetragen findet: „T. B. — Doctissimi illius B. Pitisci de Triangulis acutum et compendiosum libellum lubeus accepi rogoque ut illi ex me gratias agas. Optarem plures ejusmodi concionatores reperiri, qui geometrica queriter callerent, forte plus viri (?) in iis circumspecti et solidi judicii rixarum inanium et logomachiarum minus. Si is mihi aliquando mihi scripserit et de hisce studiis contulerit inveniet responsorum non invitum. Idem apud alias eruditas viros, quos (!) sunt emunctiorisnasi effice. — M. Cunrado Aslacio Bergensi, 19. Febr. 1596 Uraniburgi.“ — Ich glaube noch die auf meinen Wunsch von Herrn Director Rob. Billwiller gemachte möglichst wortgetreue Uebersetzung beifügen zu sollen: „T. B. — Das treffliche und compendiöse Büchlein des B. Pitiscus über die Dreiecke habe ich mit Vergnügen erhalten und ich bitte dich diesem von mir aus zu danken. Ich wünschte mehr derartige Prediger zu finden, welche mit Erfolg geometrischen Studien obliegen (in diesem ist gewiss mehr umsichtiges und gesundes Urtheil zu finden als in eitlen

Zänkereien und Wortklaubereien). Wenn jener mir einmal schreiben und über seine Studien referiren will, so wird er in mir einen willigen Beantworter (Correspondenten) finden. Bewirke dies auch bei andern gelehrten Männern, welche einen feinen Kopf (wörtlich: eine geschnäutzte Nase) haben. — An M. Conradus Aslascus von Bergen. 19. Febr. 1596 (in) Uraniburg."

[R. Wolf.]

Auszüge aus den Sitzungsprotokollen.

Sitzung vom 9. März 1891.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt das Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor. Dieselben sind im Verzeichniss vom 1. Juni enthalten.

2. Herr Dr. Roth wird als Mitglied aufgenommen.

3. Herr Prof. Dr. Heim hält einen Vortrag: „Die Centralmassive der Alpen".

4. Herr Dr. Hanau hält einen Vortrag: „Ueber herzlose Missgeburten, als Beispiel der Entwicklung des Körpers unter dem Einfluss mechanischer Störungen."

Hauptversammlung vom 1. Juni 1891.

1. Herr Bibliothekar Dr. Ott legt folgendes Verzeichniss der seit der letzten Sitzung eingegangenen Schriften vor:

A. Geschenke.

Von Herrn Prof. Dr. R. Wolf.

Likiernik. Ueber das pflanzliche Lecithin. (Dissertation.)
Ott, E. Elemente der Mechanik.
Borda. Tables de logarithmes.
Wolf, R. Handbuch der Astronomie. 2. Halband.
Vierteljahrsschrift der naturforschenden Gesellschaft in Zürich, Jahrg. 35, Heft 3, 4.
Zur Erinnerung an Albert Mousson etc.

Von der Tit. antiquarischen Gesellschaft.

Catalog der Sammlungen der antiquarischen Gesellschaft, in 3 Theilen.

Stossich, M. Il genere Dispharagus Dujardin.
Stossich, M. Elminti veneti ed Elminti della Croazia.

Von Herrn Prof. A. Wolfer.

Beobachtung der partialen Sonnenfinsterniss vom 16. Juni 1890 auf der Sternwarte in Zürich.

Heliographische Oerter von Sonnenflecken und Fackeln für die Rotationsperiode 357—464, bearbeitet auf der Sternwarte in Zürich.

Von der Tit. Stadtbibliothek.

Jahresbericht für 1890 und Zuwachsverzeichniss Nr. 6 und 7.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Mittheilungen der k. k. geograph. Gesellschaft in Wien. Bd. 33.
Atti della reale accademia dei Lincei. I. semestre 1891. Nr. 2—8.
Naturwissenschaftl. Rundschau. Jahrg. 6. Nr. 10—22.
Journal of the comparative medicine and veterinary archives. Vol. 12. Nr. 2—4.
Bulletin de la soc. vaud. des naturalistes. 3. série. Vol. 26. Nr. 102.
Leopoldina. Heft 27. Nr. 1—6.
Jahresbericht des Wiener entomologischen Vereins für 1890.
Archives néerlandaises des sciences exactes ed nat. Tome 24. Nr. 4. 5. Tome 25. Nr. 1.
Annalen des physikalischen Central-Observatoriums St. Petersburg. 1889. Theil 2.
Bulletin de la soc. d. sciences de la Basse-Alsace. 1891. No. 2—4.
Abhandlungen der königlich-sächsischen Ges. der Wissenschaften. Bd. 16. Nr. 3. Bd. 17. Nr. 1.
Tromsoe museums aarshefter. Vol. 13.
Verhandlungen der physikalischen Gesellsch. zu Berlin. Jahrg. 9.
Proceedings of the academy of nat. science of Philadelphia. 1890. Part 3.
Schriften des naturwiss. Vereins des Harzes. 1890. Bd. 5.
Bulletin de la soc. math. de France. Tome 18. Nr. 5. 6. Tome 19. Nr. 1—3.
Industriezeitung von Riga. Jahrg. 17. Nr. 2—7.
Verhandlungen des naturhistor. Vereins zu Heidelberg. Neue Folge Bd. 4. Nr. 4.

Berichte der schweizerischen botanischen Gesellschaft. Heft 1.
Mittheilung der Centralcommission für schweizerische Landeskunde. Nr. 2.
Jahresbericht d. naturwiss. Vereins zu Osnabrück. Jahrg. 8.
Proceedings of the R. soc. of London. Vol. 49. Nr. 297. 298.
Philosoph. transactions of the R. society of London. Vol. 181. A und B.
Den Norske Nordhavns Expedition. 1876/78. Vol. 20.
Bulletin of the museum of comparative zoology. Vol. 20. Nr. 8. Vol. 21. Nr. 1.
Anzeiger der Akademie der Wissenschaften in Krakau. 1891. Nr. 2—4.
Sitzungsberichte der königl. böhmischen Gesellschaft d. Wissenschaften 1890. II.
Jahresbericht der königl. böhmischen Gesellschaft d. Wissenschaften für 1890.
Verhandlungen des naturhistor. Vereins der preuss. Rheinlande. Jahrg. 47. Nr. 2.
„Fauna", Verein Luxemburger Naturfreunde. Jahrg. 1. Nr. 1.
Catalog der Vogelsammlung des Senkenbergischen Museums.
Transactions of the Canadian Institute. Vol. 1. Nr. 1.
Proceedings of the London math. soc. No. 395—408.
Bulletin de la soc. imp. des naturalistes de Moscou. 1890. Nr. 3.
Mittheilungen des nordböhm. Excursionsklubs. Jahrg. 14. Nr. 1.
Jahresbericht des westfälischen Provinzial-Vereins. Jahrg. 17. 18.
Boletin mensual del observ. meteorolog-magnet. de Mexico. 1889.
Abhandlungen der mathemat.-physikal. Classe d. k. sächs. Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. 17. Nr. 2.
Mittheilungen aus dem Jahrbuch der königl. ungarischen geologischen Anstalt. Bd. 8. Nr. 9. Bd. 9. Nr. 1. 3—5.
Földtani Közlöny. Vol. 20. Nr. 5—12. Vol. 21. Nr. 1—3.
Berichte über die Verhandlungen der k. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig für 1890. Nr. 3. 4.
Verhandlungen der k. k. geolog. Reichsanstalt. 1891. Nr. 4—7.
Jahresbericht derselben für 1889.
Verhandlungen der schweizer. naturforsch. Gesellschaft in Davos.
Monatliche Mittheilungen aus dem Gesammtgebiete der Naturwissenschaft. Jahrg. 8. Nr. 8—11.

Proceedings of the R. geograph. soc. 1891. Nr. 3. 4.
Acta universitatis Lundensis. Tomus 26.
Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften in Wien.
Abthlg. I Bd. 98. Nr. 4—10. Bd. 99. Nr. 1—3.
Abthlg. IIa Bd. 98. Nr. 4—10. Bd. 99. Nr. 1—3.
Abthlg. IIb Bd. 98. Nr. 4—10. Bd. 99. Nr. 1—3.
Abthlg. III Bd. 98. Nr. 5—10 und Bd. 99. Nr. 1—3.
Deutsches meteorologisches Jahrbuch. 1890. Heft 2.
Transactions of the New York Academy of sciences. Vol. 9. Nr. 5—8.
Annals of the New York Academy of sciences. Vol. 5. Nr. 4—8.
Proceedings of the Rochester Academy of science. Vol. 1. Nr. 1.
Proceedings of the academy of natural sciences of Philadelphia. 1890. Part 2.
Publications of the Washburn Observatory. Vol. 7. Nr. 1.
Smithsonian Report. U. S. national museum. 1888.
Atti della società Toscana di scienze naturali. 1891. Marzo.
Archives du musée Teyler. II série vol. 3. part 5.
Proceedings of de royal physical society. 1889/90.
Revista argentinia de historia natural. Tome 1. Nr. 2.
Observations made ad the magnetical and meteorolog. observatory at Batavia Vol. 12.
Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indie für 1889.
Nouvelles Archives du muséum d'hist. nat. 3. série, tome 2.
Bulletin d'hist. nat. de Toulouse. 1889. Nr. 7—12. 1890. Nr. 1—6.
Mémoires de la soc. d'émulation du Doubs. 6. série. vol. 4. 1889.
„ „ „ „ „ de Montbéliard. Vol. 21. Nr. 1.
Bulletin de la soc. d'étude de Béziers. Vol. 11. 12. 1888—89.
Bulletin de la soc. d'études d'Angers. Nouv. série. Année 19. 1889.
Procès verbaux du comité internat. des poids et mesures. 1889.
57. Jahresbericht der Museums-Gesellschaft in Zürich für 1890.
Atti della soc. veneto-trentina di scienze naturali. Vol. 12. Nr. 1.
Archives do museu nacional do Rio de Janeiro. Vol. 7.
Transactions of the Kansas academy of science. Vol. 12.
Journal of comparative neurology. Vol. I. 1891.
Mittheilungen der prähistorischen Commission d. k. Akd. in Wien. Bd. 1. Nr. 2.
Boletim da sociedade de geographia de Lisboa. Serie 9. Nr. 7—9.

Katalog d. zoologischen Sammlungen im Karlsbau.
Bulletin of the agricult. experiment. station of Nebraska. Vol. 4.
Transactions of the Meriden scientific association. Vol. 4.
Abhandlungen der math.-physik. Classe d. k. Akademie München. Bd. 17. Nr. 2.
Nachrichten d. k. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen für 1890.
Schriften des naturwissensch. Vereins für Schleswig-Holstein. Bd. 8. Nr. 2.
Verhandlungen des naturforsch. Vereins in Brünn. Bd. 28. 1889.
Bericht der meteorologischen Commission daselbst für 1888.
Mittheilungen des Musealvereins für Krain. Jahrg. 4.
Proceedings of the scientif. zoolog. soc. of London 1890. Part 4.
Mittheilungen des Vereins für Erdkunde zu Leipzig. 1890.
Vierteljahrsschrift der astronom. Gesellschaft. Jahrg. 25. Heft 4.
Journal of the Elisha Mitchel scientif. soc. 1890. Part 2.
Boletin del observatorio astronom. de Tacubaya. Tome 1. Nr. 3.
Report of the Manchester Museum. Owens college.
Bericht der Nicolai Hauptsternwarte in St. Petersburg. 1. Mai 1887 bis Novbr. 1889.
Observations de Poulkova. Supplt. III.
Nederlandsch kruidkundig archief. II Serie. 5. Deel. 4. Stuk.
Bulletin de la soc. belge de microscopie. Année 17. Nr. 6.
Abhandlungen d. k. k. geologischen Reichsanstalt. Bd. 15. Heft 3.
Technische Blätter. Jahrg. 22. Nr. 3. 4.
Meteorologische Zeitschrift. Jahrg. 8. Nr. 2—4.

C. Anschaffungen.

Astronomische Nachrichten Nr. 3020—3036.
Annales de chimie and de physique. 1891. Tome 22. Nr. 3—5.
Forschungen zur deutschen Landes- und Volkskunde. Bd. 5. Heft 4—6.
Gazzetta chimica. Anno 21. Nr. 2—4.
Recueil zoologique suisse pr. H. Fol. Tome V. Nr. 3.
Zoologische Beiträge von Schneider. Bd. 2. Heft. 3.
Repertorium der Physik. Bd. 27. Heft 2—4.
Oeuvres complètes pr. Huygens. Vol. 3.
Annalen der Chemie. Bd. 262. Heft 1—3. Bd. 263. Heft 1—3.

Journal de physique II. série tome 10. Nr. 2—4.
Archiv für Anthropologie. Bd. 3. Heft 6.
Astronomisches Jahrbuch für 1893.
Bulletin de la soc. bot. de France. II. sér. T. 13. Nr. 1 u. a 2.
Bulletin de la soc. géolog. de France III. sér. T. 19. Nr. 2. 3.
American journal of science. Nr. 242—244.
Biologisches Centralblatt. Bd. 11. Nr. 2—4.
Annales du jardin botanique de Buitenzorg. Tome 9. Part. 3.
Mémoires de l'académie de sciences de St. Pétersbourg. Tome 38. Nr. 2. 3.
Denkschriften der k. Akademie der Wissensch. in Wien. Bd. 57.
Engler & Prantl. Die natürlichen Pflanzenfamilien. Nr. 55—59.
Journal de Conchyliologie. 3. série. tome 30. Nr. 4.
Abhandlungen d. schweizer. paläontologischen Gesellsch. Vol. 17.
Geological magazine 1891. Nr. 321—333.
Quarterly Journal of pure and appl. math. Nr. 1891—98.
Quarterly journal of the geological soc. Nr. 185.
Annales des sciences nat. zoologie. VII. sér. Tome 11. Nr. 2. 3.
Zeitschrift für wissenschaftl. Zoologie. Bd. 51. Nr. 4. Bd. 52. Nr. 1.
Zeitschrift für wissenschaftl. Mikroskopie. Bd. 7. Nr. 4. Bd. 8.
Zeitschrift für Krystallographie und Mineralogie. Bd. 18. Nr. 6. Bd. 19. Nr. 1.
Journal für praktische Chemie 1891. Nr. 5—11.
Annales des sciences géolog. Tome 20—22.
Archives italiennes de biologie. Tome 15. Nr. 1.
Zeitschrift für analytische Chemie. Jahrg. 30. Heft 2.
Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Bd. 20. Heft 2.
Kerner v. Marilaun. Pflanzenleben. Bd. 2. Heft 12.
Geinitz, H. B. Ueber einige Lycopodiaceen aus der Steinkohlenformation.
Geinitz, H. B. Die Graptolithen d. k. mineral. Museums in Dresden.
Bibliotheca botanica. Heft 14—16.
Zoologischer Jahresbericht für 1889.
Internationales Archiv für Ethnographie. Bd. 4. Heft 1. 2.
Naturgeschichte der deutschen Vögel. Lief. 18. 19.
Beiträge zur Paläontologie Oestreich-Ungarns und des Orients. Bd. 8. Heft 4.

Annales des sciences naturelles botaniqne. VII. série. Tome 13. Nr. 1. 2.
Geognostische Karte des Königreichs Bayern Nr. XVII und Erläuterungen.
Cauchy. Oeuvres complètes. II. série. tome 9.
Schmidt. Atlas der Diatomaceenkunde. Heft 41. 42.
Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie für 1888. Heft 2.
Beiträge zur geologischen Karte der Schweiz. Liefg. 31.
Transactions of the entomological society of London 1890. Nr. 4. 5. 1891. Nr. 1.

2. Der Quästor, Herr Dr. Kronauer, legt die Rechnung pro 1890 vor.

Einnahmen:	Fr. Cts.	Ausgaben:	Fr. Cts.
Vermögensbestand Ende 1889	72,127. 64	Bücher	4,220. 45
Zinsen u. Marchzinsen	3,387. 27	Buchbinderarbeit	777. 40
Höherwerthung von Werthschriften	240. —	Neujahrsblatt	393. 25
Jahresbeiträge d. Mitglieder	3,135. —	Vierteljahrsschrift	2,377. 50
Neujahrsblatt	370. 20	Miethe, Heizung, Beleuchtung	120. 75
Catalog	32. —	Mobilien	159. 30
Vierteljahrsschrift	44. 75	Besoldungen	1,077. 50
Beiträge von Behörden u. Gesellschaften (Rg.-Rth. 800, Stadtrath 600, Mus.-Ges. 320)	1,720. —	Verwaltung	461. 72
Allerlei	25. 38	Allerlei	118. —
Summa	81,082. 24	Summa	9,705. 87

Es verbleiben somit als Gesellschaftsvermögen auf Ende 1890: Fr. 71,376.37, woraus sich gegenüber dem Vorjahr ein Rückschlag von Fr. 751.27 ergibt.

3. Der Actuar Hr. Prof. Tobler erstattet Bericht über die wissenschaftliche Thätigkeit der Gesellschaft. Es wurden in 9 Sitzungen 9 Vorträge gehalten und 3 Mittheilungen gemacht.

Vorträge:

Herr Prof. Keller: „Neue Untersuchungen über die Fauna des rothen Meeres."

Herr Prof. Lunge: „Notizen über eine Studienreise in Nordamerika."

Herr Prof. Weber: „Demonstrationen über die Ausbreitung elektrischer Ströme in langen Kabeln."

Herr Dr. Constam: „Ueber neue Methoden zur Bestimmung von Moleculargewichten."

Herr Prof. Hantzsch: „Räumliche Anordnung der Atome in gewissen stickstoffhaltigen Verbindungen."

Herr Dr. Winogradsky: „Ueber die Organismen der Nitrification."

Herr Prof. Heim: „Die Centralmassive der Alpen."

Herr Dr. Hanau: „Ueber herzlose Missgeburten, als Beispiel der Entwickelung des Körpers unter dem Einfluss mechanischer Störungen."

Mittheilungen:

Herr Prof. Keller: „Springende Bohnen."

Herr Prof. Lang: „Ueber den bei Niederwenningen ausgegrabenen Mammuth-Embryo."

Herr Dr. Schinz: „Zwei Vertreter der Littoralflora von Südwestafrika."

Aufgenommen in die Gesellschaft wurden 9 Mitglieder, durch den Tod haben wir Herrn Prof. Mousson verloren. Bestand im Frühjahr 1891: 194 ordentliche, 20 Ehren- und 10 correspondirende Mitglieder.

4. Der Bibliothekar erstattet Bericht über die Bibliothek: Im verflossenen Jahre betrug die Summe für Bücheranschaffungen Fr. 4434. 20. Werden hievon die Rabatte im Betrage von Fr. 213. 75 abgezogen, so bleibt als eigentliche Ausgabe für Bücher Fr. 4220. 45. Von ersterer Summe fallen auf neue Anschaffungen Fr. 805. 45 und auf Fortsetzungen Fr. 3628. 75.

Es sind im abgelaufenen Jahre Geschenke eingegangen von folgenden Donatoren:

Departement des Innern, Stadtbibliothek, Fries'scher Fond, Société de physique et d'histoire naturelle de Genève, Prof.

R. Wolf, M. Stern, F. Rudio, Ph. Plantamour in Genf, A. von Kölliker in Würzburg, P. Choffat, Burmeister in Buenos Aires, Stossich in Triest, Baron F. v. Müller in Melbourne, Thurston in Madras, Dr. Friedr. Hantschel, U. Richard, Daday de Dées, I. Thoulet, O. E. Imhof, Korb-Döbeln, Hrn. F. Graberg, Boos-Jegher, Lavater-Wegmann, A. Rilliet, N. Draghicénu, Fr. Goppelsröder.

Allen diesen Donatoren sprechen wir im Namen der Gesellschaft den verbindlichsten Dank aus.

5. Zu Rechnungsrevisoren für die nächsten 2 Jahre werden die Herren Escher-Kündig und Prof. Rudio ernannt.

6. Als Delegirte an die Versammlung der schweiz. naturforsch. Gesellschaft in Freiburg werden die Herren Professor Schröter und Dr. Schinz bezeichnet.

7. Es wird beschlossen die Herren

Geh. Rath von Kölliker,
„ „ „ Helmholtz,
Professor Virchow

zu Ehrenmitgliedern zu ernennen.

8. Herr Prof. Schröter widmet dem im Mai v. J. verstorbenen Botaniker Nägeli einen warmen Nachruf.

9. Es folgt eine längere Berathung über die Angelegenheiten unserer Bibliothek. Nach einer lebhaften Discussion, an welcher sich die Herren Prof. Lang, Weber, Rudio, Fiedler, Lange, Dr. Schinz und Dr. C. Fiedler betheiligten, wird im Wesentlichen Folgendes beschlossen.

Vor Allem sind die Lücken in den Zeitschriften (fehlende Nummern) thunlichst zu ergänzen und ist zu diesem Behuf dem Gesellschaftsvermögen die Summe von Fr. 1300 zu entnehmen. Man soll auch trachten den Vertrieb der Vierteljahrsschrift im In- und Auslande möglichst zu vermehren; die Mitglieder werden eingeladen, sich zahlreicher als früher mit literarischen Beiträgen an unsern Publicationen zu betheiligen. Ferner ist der zürcherische Hochschulverein um eine einmalige Subvention an unsere Bibliothek anzugehen. Zur Entlastung des Bibliothekars werden demselben Fachbibliothekare beigeordnet; es wurden gewählt die Herren:

Prof.	Fiedler	für	Mathematik,
Dr.	Constam	„	Chemie,
„	Schinz	„	Botanik,
„	C. Fiedler	„	Zoologie,
„	Stoll	„	Geographie,
„	Martin	„	Anthropologie und Psychologie.

Die Aufgabe dieser Herren besteht hauptsächlich im Ausüben einer steten Controle der Fachzeitschriften.

Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte (Fortsetzung).

442) Bei Redaction der die Zeitgleichung beschlagenden Nummer meines neuen „Handbuches der Astronomie, ihrer Geschichte und Litteratur" neuerdings an den IV 222 beiläufig erwähnten, um die Mitte des vorigen Jahrhunderts in Paris etablirten Uhrmacher Enderli aus Basel erinnert, habe ich mir das Werk „Antoine Thiout, Traité de l'horlogerie méchanique et pratique. Paris 1741 in 4" verschafft und in demselben wirklich zwei dafür von Enderli selbst geschriebene kleine Abhandlungen und überdiess noch vier von Thiout verfasste Artikel über Arbeiten von Enderli gefunden. — Ueber die erste Abhandlung von Enderli, welche den Titel „Démonstration du Sieur Enderlin pour former l'ancre d'un échappement à roches" führt, und also sehr specieller Natur ist, trete ich hier nicht näher ein, sondern bemerke nur, dass die zugehörige Tafel sehr sauber ausgeführte Figuren zeigt. Dagegen mag die zweite Abhandlung, welche den Titel „Des irrégularités des pendules. Par le Sieur Enderlin" besitzt, etwas eingehender besprochen werden, da sich nicht nur ihr Vorwurf besser dafür eignet, sondern auch die Behandlung selbst mehr Interesse darbietet, indem Enderli in derselben hervorhebt, dass man nicht nur zwischen dem mathematischen und physischen Pendel zu unterscheiden habe, sondern namentlich auch zwischen dem freien, nur durch einen ersten Anstoss und die Schwerkraft influirten, und dem in eine Uhr eingeführten, also auch von deren Triebkraft (Gewicht oder Feder) und Räderwerk

abhängigen Pendel, und sodann fortfährt: „Les premiers Pendules qu'on a communément fait, étoient d'un pied plus ou moins long avec une Lentille fort légere, et avec une Verge inflexible attachée à l'Axe des Palettes qui se terminoient à deux Pivots sur lesquelles le Pendule frottoit continuellement en faisant des vibrations, qui d'ailleurs décrivoit de grands Arcs de cercle. Il est vrai que le mouvement de ces premiers Pendules étoit infiniment plus régulier que celui des Horloges à Balancier, et tout le monde en fut charmé comme de raison; car pouvoit-on rien imaginer de plus beau qu'une invention qui ne manquoit pas de mesurer le tems à une minute ou deux près par jour, lorsque l'on ne connoissoit que des Horloges sujets à manquer plus de dix fois autant dans un même espace de tems. — Quoiqu'on fut surpris d'abord de la justesse du mouvement de ces premiers Pendules, on ne laissa pas dans la suite d'en remarquer les imperfections; car étant court et léger, faisant de grand Arc de vibrations et frottemens continuels sur leurs Pivots, ils ne pouvoient qu'être sujets à des irrégularités considérables, étant de plus appliqués à des Horloges dont le Rouage étoit grossierement fait et inégal, et le tout beaucoup moins bien construit que ce qu'on fait aujourd'hui: cependant il y a bien de l'apparence qu'on en eût demeuré-là pour long-tems, si Mr. Huyghens n'eût songé à porter une découverte déjà si heureuse à un plus grand degré de perfection, comme il croyoit le faire, en appliquant la Cycloïde aux Pendules: Invention pourtant scavante et ingénieuse, et une des plus célebres du dernier siècle. — On fut bientôt prévenu en faveur de la Cycloïde; mais il arriva une chose assez commune: On s'en promettoit trop; car dans la croyance que le Pendule seroit par son moyen en état de corriger toutes les autres irrégularités de l'Horloge, on commença à l'appliquer hardiment aux Horloges à Ressort, dont on retrancha la Fusée comme absolument inutile; mais on ne fut pas long-tems sans s'appercevoir de son erreur; car on trouva que le Pendule, quoiqu'à Cycloïde ne laissoit pas d'obéir aux efforts inégaux de la force motrice à peu-près comme il auroit fait sans Cycloïde.“ Um sich dieses Ergebniss auch vom wissenschaftlichen Standpunkte aus zurecht zu legen, stellt sodann Enderli verschiedene Betrachtungen an,

welche ich hier nicht wohl im Detail mitteilen kann, und gelangt zu der festen Ueberzeugung „que la Cycloïde est plus nuisible à l'égalité des tems des vibrations d'un Pendule appliqué à une Horloge, qu'elle n'y est avantageuse", fügt dann aber bei: „Tout ceci cependant ne conclut rien contre les démonstrations de Mr. Huyghens, qui prouve que les tems des vibrations d'un Pendule décrivant des Arcs de Cycloïde seront toujours égaux, soit que ces Arcs soient plus grands ou plus petits, et ces démonstrations subsisteront toujours dans toutes leurs étendues par rapport à un Pendule dont le mouvement ayant pour seule cause la pesanteur qui ne sera point troublé par des impressions étrangères; car ce n'est proprement qu'à ces impressions étrangères que j'ai tâché de donner une vraye notion. Au reste je suis persuadé que l'invention de la Cycloïde a beaucoup contribué par accident à la perfection des Pendules, puisque ce n'était qu'à son occasion qu'on s'est trouvé obligé de se servir d'une Fourchette dont on a toujours conservé l'usage après, et la Fourchette ayant donné lieu à l'invention d'une nouvelle espèce de Palette, on évite par ces deux moyens deux grands inconvéniens auxquels on étoit assujetti auparavant, savoir le frottement continuel d'un Pivot qui soutenoit tout le poids du Pendule et la nécessité des grandes vibrations. — De la manière dont on appliquoit le Pendule aux Horloges pendant plusieurs années, on s'assujettisoit nécessairement à de grands Arcs de vibrations; ce qui sembloit rendre la Cycloïde très-nécessaire selon l'idée qu'on conçut d'abord; mais il se trouva dans la suite qu'on s'avisa heureusement d'appliquer le Pendule avec une Lentille fort pesante, et à lui faire battre les Secondes en ne faisant que de petits Arcs de vibrations. — Cette manière de construire les Pendules leur a donné une perfection à laquelle on n'aurait dû s'attendre; elle a aidé beaucoup à perfectionner les Observations astronomiques, et l'Astronomie étant perfectionnée nous a fait voir à son tour que ces Pendules sont encore sujettes à des irrégularités infiniment subtiles." — Nach einigen weitern Erörterungen fährt er fort: „Il y a trois choses principales qu'on pourroit soupçonner comme contribuant aux irrégularités du Pendule: La

manière de suspendre le Pendule, — l'allongement ou racourcissement de la Verge par la chaleur et le froid, — et la résistance inégale de l'air au mouvement de la Lentille", — bespricht sodann kurz jede dieser drei Ursachen, — und kömmt schliesslich zu der für damalige Zeit wohl ziemlich berechtigten Ansicht: „On ne peut pas douter que chacune de ces trois choses dont je viens de parler ne tendent à dérégler les vibrations du Pendule, mais il est très certain qu'on s'en apperçoit peu quand la Pendule est bien construite; car autrement il seroit presque impossible d'avoir jamais une Pendule à Seconde sur le tems moyen à une seconde près en 4, 6 ou 8 jours, etc., ce qu'on peut faire avec assez de facilité." — Von den vier durch Thiout redigirten Artikeln über Arbeiten unsers Enderli bezieht sich ein erster auf zwei durch ihn erfundene Echappements, während zwei andere die Ueberschriften „Sur la figure des dents des roues et des ailes des pignons, — und: Détente pour faire sonner le tems vrai avec un cercle d'équation" besitzen, und eine vierte die von Enderli erfundene, sowohl die mittlere als die wahre Zeit zeigende, und noch die Gegenwart interessirende „Pendule d'équation" beschreibt und abbildet. Thiout schliesst diesen vierten Artikel, welchen Berthoud nachmals unter Beifügung der Figuren in seiner „Histoire de la mesure du temps par les horloges. Paris 1802, 2 Vol. in 4 (I 188—194)" fast wörtlich reproducirte, mit den Worten ab: „Le Sr. Enderlin a beaucoup varié la composition de cette Cadrature pour éviter la révolution des roues et leurs balotages; comme celle-ci est la dernière qu'il a fait, il faut conclure qu'elle est plus parfaite que les premières", und es scheint in der That, dass diese letzte Disposition Enderli's bedeutend besser als diejenigen seiner Vorgänger Lebon, Leroy, Regnauld, etc., ja so zweckmässig war, dass sie sogar in der Folgezeit nicht mehr wesentlich abgeändert wurde. — Die im Vorstehenden besprochenen Arbeiten von Enderli, welchen sich noch manche andere anschliessen mochten, und vor Allem die in einem 1753 V 18 (vgl. Journal helvétique 1753 V), offenbar kurz nach seinem Hinschiede, von dem in Sachen so competenten Ferd. Berthoud geschriebenen Briefe gebrauchten Worte: „Mr. Enderlin étoit bon Géomètre. Il a démontré des formes

propres à faire de bons Engrénages et a traité de quelques Echapemens. L'Horlogerie a fait une perte réelle à sa mort. Si l'on doit juger par ce qu'il a fait de ce qu'il eût pû faire, il auroit été unique dans son genre; c'est le témoignage qu'en rendent différentes personnes qui l'ont connu", liessen es mich ungemein bedauern, von den Lebensumständen dieses ausgezeichneten Schweizers fast gar nichts zu wissen, ja nicht einmal seinen Vornamen zu kennen, da ihn die Thiout, Berthoud, Dubois, etc. immer nur als „Monsieur Enderlin" bezeichnen, und ich entschloss mich den Versuch zu wagen wenigstens einige Punkte festzustellen: Der eben mitgetheilte Passus aus dem Briefe von Berthoud erlaubte mir zu schliessen, dass Enderli 1753 zu Paris als jüngerer Mann gestorben sei, — aus dem Nekrologe des Uhrmachers Salomon Hess von Zürich wusste ich (vgl. IV 212), dass derselbe 1733 in Paris einen Uhrmacher Enderli von Basel kennen lernte, — aus dem Lexikon von Leu erfuhr ich, dass das Geschlecht Enderli in Basel schon zu Anfang des 17. Jahrhunderts florirte, indem daselbst 1609 ein Joh. Jakob Enderli Rathsherr wurde, — und aus der von Thiout seinem zweiten Artikel über die Arbeiten Enderli's angehängten Notiz: „J'ai rédigé cette théorie sur les Lettres du Sr. Enderlin et sur celles de Mr. son Père, avec lequel il correspondoit" konnte ich endlich entnehmen, dass dieser Vater ebenfalls Uhrmacher war und muthmasslich 1741 zur Zeit der Abfassung des Buches von Thiout noch lebte. — Ich ersuchte nun Herrn Professor Fritz Burckhardt in Basel, der mir schon so oft in meinen historischen Studien bereitwilligst an die Hand gegangen war, in den öffentlichen Registern nachzusuchen, ob sich nicht am Ende des 17. oder am Anfange des 18. Jahrhunderts etwelche Nachrichten über einen Uhrmacher Enderli und dessen Familie finden, und es gelang sodann bald meinem Freunde zu constatiren, dass wirklich zu Basel in jener Zeit ein Uhrmacher Enderli existirte, nämlich

Hans Georg Enderli, der 1698 mit Salome Schneider copulirt wurde, — von ihr drei Knaben: Hieronymus (1704 XII 23), Lukas (1706 II 23), Hans Georg (1714 V 31) erhielt, — und 1754 V 10 zu St. Theodor im Alter von 76 Jahren, 5 Monaten und 11 Tagen beerdigt wurde.

aber allerdings ein „embarras de richesse“ drohe, indem sich auch noch ein nur wenig jüngerer Uhrmacher desselben Namens finde, nämlich

Wilhelm Andreas Enderli, der 1709 mit Anna Magdalena David getraut wurde, — von ihr vier Knaben: Hans Jakob (1710 I 26), Andreas (1714 VI 3), Abraham (1719 IV 26), Christoph (1724 V 23) erhielt, — und 1733 VI 28 im Alter von 52 Jahren beerdigt wurde,

ja sogar noch ein dritter und ein vierter, nämlich zwei

Andreas Enderli, von welchen der ältere 1727 V 19 eine Salome Wild heirathete, — der jüngere aber 1718 V 31 geboren, und im Februar 1755 im Alter von 36 Jahren, 8 Monaten und 15 Tagen begraben wurde,

welche ich hier nur aufführe, um zu zeigen, dass die Enderli eine Uhrmacher-Familie „par excellence“ war. Da Wilhelm Andreas schon 1733 starb, so kann er nicht wohl der von Thiout erwähnte Vater und Correspondent gewesen sein, so dass Er und seine Söhne für uns ebenfalls aus Betracht fallen, und somit nur Hans Georg Enderli, für welchen alles klappt, mit seinen Söhnen übrig bleibt. Welcher von diesen Söhnen ist nun aber unser Pariser Uhrmacher? Diess lässt sich nun allerdings nach den vorliegenden Daten kaum mit voller Sicherheit entscheiden; aber dennoch scheint mir, dass der Aeusserung von Berthoud der jüngste Sohn am besten entspreche, und so würde ich also das gewünschte Curriculum vitae vorläufig wie folgt feststellen:

Hans Georg Enderli wurde 1714 einem Uhrmacher gleichen Namens zu Basel geboren, — widmete sich ebenfalls dem in dieser Familie einheimischen Berufe, — gieng schon als junger Mann nach Paris, wo er sich alsbald etablirte, — erwarb sich durch theoretische und praktische Arbeiten einen ungewöhnlichen Ruf, — starb aber schon 1753 zu allgemeinem Bedauern,

wenn auch unter dem Vorbehalte, dasselbe nach allfälliger Auffindung neuer Akten revidiren zu dürfen.

443) Des zu Bern am 14. December 1890 einem Gehirnschlage erlegenen, ebenso liebenswürdigen als um die Topographie seines Vaterlandes hochverdienten, zum Unterschiede

von einem gleichnamigen Vetter gewöhnlich schlechtweg als „Regierungsstatthalter“ bezeichneten Gottlieb Studer habe ich schon (III 412) bei Anlass seines Vaters, des Amtschreibers Sigmund Gottlieb Studer in Langnau (1761—1808; vgl. auch meine Geschichte der Vermessungen in der Schweiz pag. 116–117) kurz gedacht, — und muss für den Detail seiner zahlreichen und bahnbrechenden Alpenreisen theils auf dessen Publicationen, welche in dem classischen Werke „Ueber Eis und Schnee. Bern 1869—83, 4 Theile in 8“ gipfeln, theils auf die übersichtliche Schilderung verweisen, welche Dr. H. Dübi in seiner Note „Zur Erinnerung an Gottlieb Studer (Schweiz. Alpenz. 1891 Nr. 5)“ von demselben entworfen hat. Ich will hier nur noch kurz erwähnen, dass sich auf Gottlieb Studer, der am 5. August 1804 zu Langnau geboren wurde, die Neigungen seines Vaters vollständig vererbten, — dass er sich schon 1819, wo er (vgl. Notiz 297) mit seinem zehn Jahre ältern Vetter, dem nachmals so berühmten Geologen Bernhard Studer, einen grössern Ausflug in die Alpen unternahm, auf dem Susten in einem ersten Panorama versuchte, — dass er später jede ihm zu Teil werdende Musse dazu benutzte um bald allein, bald in Gesellschaft seiner Zürcher-Freunde Melchior Ulrich, Jakob Siegfried, Heinrich Zeller, etc. die höchsten Berge und die entlegensten Thäler zu erforschen, — und dass es noch an seinem späten Lebensabend, trotzdem die Kräfte zu schwinden und die Augen ihren Dienst zu versagen begannen, für ihn die grösste Freude war im Begleite seines treuen Adlatus Kernen kleinere Bergtouren zu unternehmen und sich in Gottes freier Natur zu bewegen. — Seitdem ich Obiges geschrieben habe, ist im Jahrbuche des schweiz. Alpenclubs für 1890/91 nebst einem guten Bilde von Studer eine von H. Dübi gehaltene Rede „Zum Gedächtniss Gottlieb Studers“ erschienen, welcher ein Verzeichniss der von dem Verstorbenen in den Jahren 1825—1883 ausgeführten Hoch-Touren angehängt ist.

444) Bei der Trauerfeierlichkeit, welche am 17. Januar 1891 zu Zürich in der Fraumünsterkirche für den seinen vielen Freunden, Collegen und Schülern so unerwartet entrissenen Oberst Karl Pestalozzi statt hatte, hielt Professor Wilh. Ritter eine, nachher in der „Schweizerischen Bauzeitung“ und auch in Sepa-

ratabdruck, unter Beigabe eines trefflichen Bildes, erschienene, den Lebenslauf des Verstorbenen, seinen Charakter und sein Wirken meisterhaft schildernde Rede, welcher ich unter Benutzung eigener Erinnerungen folgende Einzelheiten entnehme: Am 4. Mai 1825 im Neuhof bei Wildegg als Urenkel des berühmten Pädagogen und Volksschriftstellers Heinrich Pestalozzi geboren, und am 14. Januar 1891 zu Zürich als letzter Nachkomme desselben verstorben, erhielt Karl Pestalozzi seine erste Schulbildung in dem damals berühmten Lippe'schen Institute auf Schloss Lenzburg, besuchte sodann die Kantonsschule in Zürich, bildete sich nachher auf den polytechnischen Schulen zu Karlsruhe und Wien zum Ingenieur aus, und kehrte von da in seine Vaterstadt zurück, um sich in dem gewählten Berufe praktisch zu bethätigen, sowie seiner Militärpflicht zu genügen. Beides geschah mit bestem Erfolge, indem er sich alsbald an den unter Leitung von Joh. Wild im Gange befindlichen Aufnahmen für unsere schöne Kantonskarte betheiligte, verschiedene Arbeiten für die damals von seinem Namensvetter Heinrich Pestalozzi besorgte kantonale Strassen- und Wasserbau-Inspektion ausführte, bei mehreren Eisenbahn-Studien und -Absteckungen mitwirkte, den Bau eines für seine Familie bestimmten Hauses beaufsichtigte, etc., und auch als Artillerie-Officier relativ schnell avancirte. — Als sodann 1855 das eidgenössische Polytechnikum gegründet und bei der rasch anwachsenden Schülerzahl ein Hülfslehrer an der Ingenieurschule nöthig wurde, fiel die Wahl auf unsern Pestalozzi, der den neuen Wirkungskreis bald lieb gewann, auch nach wenigen Jahren „in Anerkennung seiner guten Dienste“ zum Professor befördert wurde, ja nach dem Tode des unvergesslichen Culmann dessen Nachfolge als Vorstand der Ingenieurschule erhielt. „Sein Vortrag war klar und schlicht, frei von rhetorischem Schwung, aber auch frei von unfruchtbarer, phantasievoller Speculation; er kannte die Bedürfnisse des praktischen Lebens; er war wohl vertraut mit der in sein Fach schlagenden Literatur, und er verstand, es seinen Schülern das Beste und Wichtigste in geordneter Form zu bieten. Unvergesslich sind jedem seiner Schüler die Geduld und die liebenswürdige Art, mit der er seines Amtes im Zeichensaale waltete; wie erfrischend wirkten

da seine heitern, witzigen Bemerkungen: wie köstlich war der Humor, mit dem er die trockenen Zahlen und Figuren zu beleben wusste." — In dem für unser Land so wichtigen Wasserbau, auf den sich später auch seine Haupt-Vorlesungen und die meisten seiner in verschiedenen Zeitschriften publicirten Abhandlungen bezogen, zählte Pestalozzi bald zu den Autoritäten, und wurde so von Behörden und Privaten vielfach über einschlagende Arbeiten und Streitigkeiten zu Rathe gezogen, wobei „der Ernst und die Gewissenhaftigkeit mit der er seine Arbeit erfasste, — der gesunde Blick mit dem er die Verhältnisse und die Menschen durchschaute, — sein leutseliges und versöhnliches Wesen" allgemeine Anerkennung fanden. Seine Abhandlung „Ueber die Rheincorrection im Canton St. Gallen", welche er 1872 in der „Vierteljahrsschrift" der zürcherischen naturforschenden Gesellschaft, der er seit 1859 angehörte, niederlegte, und sein im Einverständnisse mit Linthingenieur Legler verfasster „Rapport sur les conditions de l'écoulement du Rhône à Genève et Propositions tendant à l'améliorer. Lausanne 1876 in 4" werden von Sachkundigen als höchst werthvolle Arbeiten bezeichnet. — Ohne all' das Gute aufdecken zu wollen, das Pestalozzi durch Rath und That im Stillen ausübte, bleibt noch der vielen Dienste zu gedenken, welche er seiner Vaterstadt als langjähriges und thätiges Mitglied der Baucommission, sowie des kleinen und grossen Stadtrathes, erwies, braucht ja nur daran erinnert zu werden, dass auf die vier Jahre, während welchen er das Amt eines Bauherrn bekleidete, die Erstellung der Bahnhofstrasse und der Bahnhofbrücke fiel, — ferner seiner rastlosen und aufopfernden Thätigkeit als Mitglied und Präsident der Vorsteherschaften für Tonhalle und Theater, — und endlich seiner treuen Fürsorge für die Pestalozzi-Stiftung in Schlieren, deren Insassen er wie ihm anvertraute Kinder behandelte, ja gewissermassen als einen Ersatz für die ihm fehlende eigene Familie betrachtete. — Die Sicherheit, mit welcher sich Pestalozzi in den verschiedensten Kreisen bewegte, — seine Sprachengewandtheit und Dienstfertigkeit, — sein unverwüstlicher, durch ein seltenes Unterhaltungstalent secundirter Humor, — kurz eine ganze Reihe nicht häufig in derselben Person und in solchem Masse vereinigter geselliger Eigenschaften bewirkte,

dass er überall am Platze war, wo man ihn hinstellte: Wie er 1859, wo er den zum Abschlusse des Zürcher-Friedens versammelten Diplomaten als Ordonnanzofficier beigegeben war, seinen Dienst auf das trefflichste besorgte, so wusste er sich in der feinsten Damengesellschaft gerade so angenehm und fast unentbehrlich zu machen wie in dem einfachsten Freundeskreise, und dann wieder einen Ausflug oder einen Commers zur grössten Freude der Jungmannschaft zu leiten. — Bis wenige Tage vor der Katastrophe, welche Pestalozzi seinen Freunden und Schülern entriss, erfreute er sich, wenigstens anscheinend, „einer unverwüstlichen Gesundheit, einer Frische, einer Regsamkeit und Jugendlichkeit, wie sich bei so hohem Alter selten findet; Jahr um Jahr war über sein Haupt hinweg gegangen ohne ihn zu schwächen; er schien eine eiserne Natur zu besitzen.“ Doch sollte es unerwartet anders kommen: Nachdem Pestalozzi noch am 7. Januar den Abend in froher Gesellschaft zugebracht, ja noch am 8. Januar seine gewohnten Vorlesungen abgehalten hatte, sank er am Morgen des 9. Januar plötzlich, von unsichtbarer Hand getroffen, zu Boden, und wenn auch der Docht noch einige Tage weiter glimmte, so reichte doch alle ärztliche Kunst nicht hin ihn wieder anzufachen, sondern gegentheils fuhr am 14. ein Windhauch über ihn weg und schloss ein schönes und wohlbenutztes Erdenleben für immer ab.

445) Mit Erlaubniss des Verfassers, Herrn Professor Dr. Julius Stiefel, entnehme ich dem am 19. Juli 1891 in der „Neuen Zürcher-Zeitung“ erschienenen, der Erinnerung an den sel. Dr. Leonhard von Muralt gewidmeten Artikel folgende Stellen:

„Leonhard von Muralt wurde geboren den 1. März 1806 im „Schönenhof“ zu Zürich. Sein Vater, in jüngeren Jahren Officier in holländischen Diensten, später einem Handelsgeschäft vorstehend, widmete sich daneben mit Vorliebe gemeinnützigem und wohlthätigem Wirken. Die Mutter, Elisabetha, geb. Schinz, war eine sehr geweckte, körperlich und geistig rüstige und energische Frau, die mit 84 Jahren noch stundenlang am Spinnrad sass. Die Eltern liessen dem Knaben die sorgfältigste Erziehung und reiche Ausbildung angedeihen. Er durchlief die Bürgerschule bis zum zwölften Jahre, die dreiclassige „Gelehrtenschule“ (Lateinschule), dann das Collegium humanitatis. Am

13. März 1823 wurde er in das med.-chirurgische Cantonalinstitut aufgenommen. Es war diess eine seit 1782 bestehende, auf bescheidene Mittel angewiesene Anstalt, an welcher besonders zürcherische Spitalärzte als Lehrer wirkten, und welche unbemittelte Zöglinge zu praktischer Wirksamkeit leidlich auszurüsten vermochte, den bemittelteren eine ausserordentliche Vorbildung für weitere Universitätsstudien verlieh. Nach Absolvirung des dreijährigen Curses glaubte Muralt: „eine sichere Basis seiner medicinischen Studien gelegt zu haben, um mit Vortheil die Hochschule besuchen zu können.“ Und so zog er zu Ostern 1826 als ein lebens- und studienfroher junger Mann von ritterlicher Haltung nach Göttingen. Hier lag er weitere fünf Semester den medicinischen Studien ob und hörte nebenbei ein Collegium über Psychologie, Geschichte der Philosophie und Politik. Er bestand sein Doctorexamen den 15. März 1828. Nun erwachte erst recht in ihm die Lust, durch den Besuch der bedeutendsten medicinischen Anstalten und Kliniken Europas seine beruflichen Kenntnisse und durch die Anschauung weit aufgerollter Bilder von Städten, Ländern und Menschen seine Lebenserfahrung zu vermehren. Ihn drängte es nach einem mächtig ausgedehnten Reiseleben. Noch aber hielt ihn etwas auf ein Semester in Göttingen zurück, etwas, was den schönsten Reiz, das begleitende Glück seines bisherigen Jugendlebens ausgemacht hatte, was als hellster Sonnenglanz über der Segensfülle seiner zukünftigen Studien- und Wanderzeit fortleuchten sollte, — die Freundschaft mit J. Konrad Meyer: Der um ein Jahr jüngere, von der Knabenzeit an ihm vertraute Freund war 1827 nach Göttingen nachgekommen. Seither lebten sie sich aufs innigste in einander ein, wurden völlig unzertrennlich. Gemeinsam betrieben sie ihre Studien; gemeinsam machten sie ihre Ferientouren nach Kassel und Umgegend, an den Rhein, ins Sachsenland; gemeinschaftlich wollten sie denn auch ihre abschliessende grosse Studienreise antreten. Und so eng verbanden sie sich allezeit in ihren Beobachtungen, dass von ihrem spätern Bericht über dieselben an den Gesundheitsrath in Zürich Meyer den für Beide geltenden ersten, Muralt den zweiten Theil verfasste. So wartete er, seine Zeit mit Bethätigung an chirurgischen Operationscursen, hauptsächlich ophthalmologischen,

ausfüllend, die Doctorpromotion seines Freundes ab, die am 27. August stattfand. Dann traten sie wohlgemuth ihre Studienreise an. Dieselbe führte sie über Berlin, Hamburg, Kopenhagen, Würzburg, München, Wien, durch Italien bis nach Florenz, Livorno, Genua, nach Marseille, Montpellier, Paris, London, Edinburg, mit je sechs Monaten Aufenthalt in Berlin, Wien und Paris. Die Rückreise von England erfolgte am 7. Sept. 1831 über Rotterdam, Utrecht, Antwerpen, Brüssel, durch Lothringen und Elsass. In Basel wurden die nach fünfjähriger Abwesenheit Zurückkehrenden von beiden Elternpaaren abgeholt, und am 23. October betraten sie wieder Vaterstadt und Vaterhaus. Als Jünglinge waren sie ausgezogen, als wohlgereifte Männer, reich an Kenntnissen und Fertigkeiten, kamen sie heim und brannten vor Begier, zu heilen, zu helfen, zu nützen, zu fördern und Gutes zu wirken in mannigfacher Art. Rasch traten sie ins ärztliche Arbeitsfeld ein. Nie getrübt, in schönem Parallelismus der Lebensweise dauerte ihre Freundschaft fort. Im nämlichen Jahre 1832 vermählten sie sich: Muralts Gattin wurde Henriette Hirzel, während Meyer sich mit Kleophea Henriette Hofmeister verband. — Seinem ärztlichen Berufe lebte Muralt mit Lust und Eifer: So wie er durch all' seine Studienjahre hin den klaren Plan verfolgte, eine möglichst vielseitige medicinische Bildung und doch auf ein oder zwei Gebieten, dem geburtshülflichen und dem ophthalmologischen, besonders erhöhte Kenntniss und Fertigkeit sich zu erwerben, behielt er auch während seiner Praxis Sinn und Auge offen für die Fortschritte der Wissenschaft, hielt sich stets auf dem Laufenden, Neues mit Interesse sorgfältig prüfend, Schwindelhaftes mit glücklichem Spürsinn rasch herausmerkend. 1833 wurde er Privatdozent der Augenheilkunde an der neugegründeten Universität und las, so weit es ihm seine wachsende Praxis gestattete, jedes zweite oder dritte Semester ein Colleg oder leitete gutbesuchte Operationscurse. Unter seinen Schülern war Friedrich Horner, der ihm zeitlebens dankbar ergeben blieb und seine sichere Kunst des Operirens pries. Diese verschaffte ihm steigenden Erfolg und Zulauf von Stadt und Land. — Inzwischen wurde in ihm immer mächtiger der Drang das ärztliche Wirken mit dem gemeinnützigen zu verbinden, so dass er später sogar zu Gunsten des letzteren

seine ausgedehnte und einträgliche Praxis reduzirte: Von 1834 an war er Arzt der Blinden- und Taubstummenanstalt, seit 1839 Mitglied des Gesundheitsrathes und der Spitalpflege, seit 1863 Präsident der Curatel des Krankenmobilienmagazins, seit 1872 Präsident der medicinischen Bibliothekgesellschaft. Zugleich widmete er, in die Fussstapfen seines Vaters tretend, auch der Stadtgemeinde und ihren Wohlthätigkeitsanstalten seine unermüdliche Thätigkeit. Hierüber spricht sich das amtliche Schreiben, welches die goldene Verdienstmedaille der Stadt Zürich begleitete, womit die Behörde 1878 dem verdienten Manne die städtische Anerkennung aussprach, folgendermassen aus: „Während 33 Jahren, von 1841 bis 1874, war Herr Dr. L. v. Muralt ununterbrochen Mitglied des Grossen Stadtrathes. Er leistete in dieser Stellung durch seinen einsichtigen, besonnenen und freimüthigen Rath dem Gemeindewesen wesentliche Dienste. Im Gebiet des Armenwesens war er als Mitglied der Armenpflege und durch seine mannigfachen Anregungen im Armenväterverein in hervorragender Weise thätig. Mit ganz besonderer Hingebung, Einsicht und Treue wirkte er seit 1859 als Mitglied der Pfrundpflege und speciell in der mühevollen und schwierigen Stellung als Vorstand der Hausordnungssection. Die Stiftung des Bürgerasyls, dessen Erbauung und Einrichtung ist wesentlich seiner Anregung und Thatkraft zu verdanken. Dreissig Jahre lang besorgte er auch vorzugsweise das städtische Begräbnisswesen. Er vermittelte mit seltenem Geschick und Ausdauer den Ankauf des neuen Centralfriedhofes für die Stadt. Er betheiligte sich bei der Einrichtung des allgemeinen bürgerlichen Friedhofwesens in hervorragendster Weise durch seinen sachkundigen und erfahrungsreichen Rath, und die friedliche und gerechte Ausscheidung zwischen der politischen und den drei Kirchgemeinden betreffend die Friedhöfe ist namentlich seiner einsichtigen und loyalen Vermittlung zu verdanken. Alle diese Dienste wurden der Vaterstadt in reinster Hingebung und Anspruchslosigkeit geleistet; es ist Pflicht ihrer Behörden, dieselben durch einen besondern Akt anzuerkennen.“ — Auch in privaten Gesellschaften und Instituten bethätigte sich Herr Muralt: als Mitstifter von Arbeiterwohnungen, als Vorstand der Gesellenherberge zum Wellenberg, als Präsident der Armen-

commission der Freimaurerloge, als Präsident der Saffranzunft. Diejenige Stellung aber, die — neben der Pfrundhauspflege — ihm am meisten am Herzen lag und der er seine intensivste Sorgfalt widmete, war die Stelle des unbesoldeten Arztes der Blinden- und Taubstummen-Anstalt, der sein Vater sein warmes Interesse zugewendet hatte. Es war die erste wohlthätige Stellung, in die er einst eintrat und diejenige, aus welcher er sich am spätesten zurückzog. Einige Andeutungen über sein Wirken für diese Anstalt mögen uns eine annähernde Vorstellung geben über die Art und Weise, in welcher er überhaupt den ihn anvertrauten Aemtern und Pflichten gerecht wurde: 1834 zum Arzt dieser Anstalt ernannt, zog er sofort auch seinen Freund Konrad Meyer ins Interesse. Die Beiden kamen häufig, sie theilten sich in das Studium und die Umschau, Muralt hauptsächlich für das Ophthalmologische, Meyer für die Gehörheilkunde, und was im Ausland in Operationsversuchen, Gehöruntersuchungen, Höhrrohren Neues aufkam, wurde gewissenhaft geprüft und verwendet. Für Muralt insbesondere wurde das Wirken für die Anstalt eine Herzensangelegenheit. Ungerufen kam er immer wieder, von seinen Spazierritten nahm er gerne den Rückweg an der Anstalt vorbei, band draussen sein Pferd ans Gitter und erkundigte sich drinnen, wie alles stehe und gehe. Von reiner Menschenliebe, von warmer Theilnahme für das Individuum, von psychologischem Interesse geleitet, lebte er sich ganz hinein in das Wesen der Blindheit und Taubstummheit, in die besondere Anschauungs- und Gefühlsweise dieser Armen. — Muralt war kurz angebunden. Durchfahrende Energie bildete den Grundzug seines Wesens, und er hat viel damit zu Stande gebracht. Bisweilen rannte er auch an. „Da habe ich wieder einen Schuh voll herausgeholt", pflegte er dann zu sagen und griff die Sache auf andere Art an. Von Haus aus besass er eine bedeutende Schärfe der Beobachtung, besonders für menschliche Schwächen, und für verrottete und verkehrte Zustände, dazu eine gute Dosis Sarkasmus. Er hatte ein eigenes Talent, sein Urtheil in kurzen, schlagenden Sätzen und beissendem Witz abzugeben, er war ein Meister im geflügelten Worte. Einem etwas bequemen Secretär, der seine Billigung oder Missbilligung über fallende Voten physiognomisch auszudrücken be-

liebte, flog eines Tages wie ein Pfeil die Bemerkung zu: „Wir brauchen einen Secretär nicht um Gesichter zu schneiden, sondern um Notizen zu machen und zuverlässige Protokolle.“ — Die Kraftnatur Muralts überlebte den gleichgesinnten Freund, der 1881 aus ähnlichem Wirken in engerem Rahmen abschied, fast um ein Jahrzehnt, als ein körperlich und geistig gleich rüstiger Patriarch wie eine mächtige Eiche einen reichen Nachwuchs überragend, bis auch er am 1. April des Jahres 1891 das Zeitliche segnete.“

Im Anschlusse an vorstehende Auszüge aus Prof. Stiefels Artikel erinnere ich noch einerseits daran, dass, wie ich diess früher in dem Schriftchen „Carl Heinrich Gräffe. Zürich 1874 in 8“ näher auseinander gesetzt habe, Zürich es wesentlich Muralts Aufenthalt in Göttingen verdankt, in dem unvergesslichen Gräffe eine Lehrkraft ersten Ranges erhalten zu haben, — und anderseits, dass Muralt von 1841 hinweg bis zu seinem Tode, also während einem halben Jahrhundert, der zürcherischen naturforschenden Gesellschaft angehörte, und an ihren Verhandlungen ziemlich regelmässig Theil nahm, bis dieselben für ihn (vgl. Nr. 436, Note 17) grösstentheils ungeniessbar wurden.

446) Zum Andenken an den am 10. Mai 1891 in München verstorbenen berühmten Botaniker Carl von Nägeli bringe ich, nach der Neuen Zürcher-Zeitung vom 16. Mai und mit Erlaubniss von Herrn Professor Carl Cramer, die Worte zum Abdruck, welche dieser würdige Schüler des Verstorbenen am 13. Mai vor dessen im Zürcher-Centralfriedhofe behufs der gewünschten Feuerbestattung aufgebahrtem, mit Kränzen und Palmblättern reichgeschmücktem Sarge an die leidtragende Versammlung richtete:

„Unaufgefordert und doch gewissermassen im Namen der nächsten Anverwandten des Heimgegangenen, sowie seiner zahlreichen hiesigen Verehrer und ehemaligen Collegen stehe ich hier, um dem Verewigten noch einige Worte der Liebe und Dankbarkeit zu widmen. — Carl von Nägeli wurde geboren am 17. März 1817 zu Kilchberg bei Zürich als der Sohn eines allgemein beliebten Landarztes, des nachmaligen Erziehungs- und Regierungsrathes Nägeli. — Schon von frühester Kindheit an bildeten Bücher die Lieblingsbeschäftigung von Nägeli. Es

war ein Glück für seine zarte Constitution, dass er eine relativ kräftiger organisirte Schwester besass, die mehr Lust am Landleben hatte und dadurch den Bruder unwillkürlich in Feld und Wald zu locken wusste. Dort erhielt der künftige Botaniker zugleich die erste Anregung zum Sammeln und Beobachten. — Den ersten Jugendunterricht empfing der Knabe in einer von seinem Vater und einigen Dorfmatadoren gegründeten Privatelementarschule. Dann besuchte er das Gymnasium in Zürich, wo er sich durch Fleiss und Begabung bald die Zuneigung seiner Lehrer erwarb. — Später, zum Zweck des Studiums der Medicin an der neugegründeten Universität immatriculirt, fühlte sich Nägeli mit manchen Andern besonders von Oken mächtig angezogen. Mehr und mehr erkaltete aber dabei sein Interesse für die medicinischen Fächer, und nachdem auf die Vermittlung seiner vielvermögenden Mutter, welcher des Sohnes Wesen überhaupt mehr verwandt war, der Anfangs widerstrebende Vater eingewilligt hatte, begab sich Nägeli zu De Candolle nach Genf, um die Laufbahn eines Botanikers zu betreten. Hier machte der Jüngling so rasche Fortschritte, dass er im Jahr 1840 auf Grund einer umfangreichen, seinem Lehrer und nachherigen Freund Oswald Heer gewidmeten Abhandlung über die Cirsien der Schweiz den Doctortitel der Zürcher Universität erwarb. — Nach einem kürzern Aufenthalt in Berlin zum Studium der Hegel'schen Philosophie — der scharfe Beobachter und objective Kritiker blieb zeitlebens philosophischer Speculation zugethan — wandte sich Nägeli Jena zu, um sich dort von dem berühmten Botaniker Schleiden in die Geheimnisse des Mikroscops einführen zu lassen. Eine Folge seines Jenenser-Aufenthaltes ist die von Schleiden und Nägeli herausgegebene Zeitschrift für wissenschaftliche Botanik. In dieser Zeitschrift, welcher Schleiden bloss seinen Namen lieh, veröffentlichte Nägeli seine Aufsehen erregende Entdeckung der Spermatozoïden der Farne, sowie der Rhizocarpeen. Hier war es auch, wo er als der erste die Bedeutung der Scheitelzelle auseinandersetzte und an verschiedenen Beispielen zeigte, mit was für einer erstaunlichen Gesetzmässigkeit die Pflanze oft von Zelle zu Zelle aufgebaut wird. — Eine längere Reise mit seinem Freund Kölliker, dem nachmaligen Professor und Geheimrath in Würzburg, nach

Italien (bis Palermo) schloss Nägeli's eigentliche Studienzeit ab. — Seine Heirath mit der Tochter einer angesehenen Zürcherfamilie führte Nägeli 1845 auf der Hochzeitsreise nach England, wo er an der Südwestküste einen längeren Aufenthalt machte und reiches Material zu weiteren Untersuchungen gewann. Letztere bilden einen wesentlichen Theil des Inhaltes des 1847 erschienenen Werkes: Die neuern Algensysteme und Versuch zur Begründung eines eigenen Systemes der Algen und Florideen. — In den folgenden Jahren sehen wir Nägeli in Zürich als Privatdocenten der Universität und Lehrer der Botanik an der Thierarzneischule, dann als ausserordentlichen Professor der Hochschule. Die Jahre 1850 und 1851 sind es, in welchen ich das Glück hatte, mit Nägeli in nähere Berührung zu treten. Es war eine schöne Zeit! Da wurden nicht bloss Staubfäden gezählt und Blattformen beschrieben; es ging in die Tiefe, ans Mark des Lebens! Nägeli's Vorträge waren nicht eigentlich glänzend: in wohl gesetzter, ruhiger Rede flossen sie dahin; aber gehaltvoll, fesselnd, klar waren sie im höchsten Grade. Nägeli sagte oft, sehr oft: ich glaube, nach meiner Meinung u. d. g. Wer aber daraus schliessen wollte, Nägeli habe es geliebt, seine Person in den Vordergrund zu stellen, der würde sich arg täuschen. Ich habe keinen Menschen kennen gelernt, der weniger eitel, in richtiger Würdigung seines wirklichen Werthes weiter von jeder Form des Streberthums entfernt gewesen wäre als Nägeli. Nägeli musste so reden, wie er sprach; denn was er bot, war meist das Ergebniss seiner Anstrengung, und was er gefunden hatte, das Beste, was sich überhaupt damals bieten liess. Und nun erst die mikroskopischen Uebungen bei Nägeli: Diese Sicherheit des Blicks, diese Gewandtheit in der Stellung wissenschaftlicher Fragen! Es war eine Lust! — Nachdem Nägeli schon einige Jahre vorher einen Ruf nach Giessen erhalten, aber abgelehnt hatte, folgte er 1852, von zwei Specialschülern begleitet, einem neuen Ruf nach Freiburg im Breisgau. In den drei Jahren, die er daselbst verweilte, entstanden zum grössten Theil die Arbeiten, die später in den von Nägeli und mir herausgegebenen pflanzenphysiologischen Untersuchungen enthalten sind, insbesondere das umfangreiche Werk über das Stärkemehl und die Intussusceptionstheorie. — Ein lebhafter,

geselliger Verkehr und die schöne Gegend machten Nägeli das Verlassen dieses Wirkungskreises schon nach 3 Jahren schwer. Aber, da es das Vaterland war, welches ihn zurückrief, und aus Erwägungen, durch die Nägeli mich zu grossem Dank verpflichtet hat, entschloss er sich im Herbst 1855 die Professur für allgemeine Botanik an dem damals eben eröffneten schweizerischen Polytechnikum in Zürich anzunehmen. — Indessen litt es ihn hier nicht länger als zwei Jahre. Auch waren dies wohl die wenigst glücklichen seines Lebens: am Tage der Uebersiedelung starb seine geliebte Mutter. Infolge seiner langen anstrengenden Thätigkeit am Mikroskop befiel ihn ein schweres Augenleiden, welches nur durch die ausgezeichnete Behandlung eines Horner ohne bleibenden Nachtheil gehoben wurde. — Im Sommer 1857 erging an Nägeli der Ruf an die Universität München, ein Ruf, doppelt ehrenvoll für ihn, weil in jener Zeit König Max II. bestrebt war, die Notabilitäten der Wissenschaft und Litteratur an seinen Hof zu ziehen, um München, das sich unter der Regierung Ludwigs des Ersten in künstlerischer Beziehung so mächtig gehoben hatte, nun auch in wissenschaftlicher auf gleiche Höhe zu heben. — In München fand Nägeli ein reiches Feld der Arbeit, zunächst allerdings mehr praktischer Natur; galt es doch vor allem ein der bedeutenden Periode würdiges botanisches Institut zu erstellen. Um die besten Einrichtungen kennen zu lernen, machte Nägeli aus Auftrag der Regierung eine Reise nach Petersburg, wo er die Freude hatte, seinen Freund Eduard von Regel wieder zu sehen, nachher auch nach Paris. Dann begannen die Vorarbeiten zum Bau des grossen Gewächshauses, mit Hörsaal, Sammlungsräumen, Laboratorien auf der Nordseite. Hier lehrte von Nägeli in der Folge, hier bildete er eine Reihe von Botanikern, um in den Mussestunden zugleich zahlreiche, tiefsinnige Werke zu schreiben. — Es würde zu weit führen, alle letztern hier mit Namen zu nennen; auch geben deren Titel meist nur eine unvollkommene Vorstellung von dem mannigfaltigen Inhalt. Ich erinnere daher bloss an seine wichtigen Untersuchungen über den Gefässbündelverlauf, an seine bahnbrechenden Arbeiten über die Untersuchung mikroskopischer Objecte im polarisirten Licht, an die klassische Bearbeitung der Frage der Varietätenbildung und der Gesetze der Hybridation, an

seine Werke über niedere Pilze und Gährung, an das von Nägeli und Schwendener herausgegebene Mikroskop, welches später in zweiter Auflage erschien, an Nägeli's mechanisch-physiologische Theorie der Abstammungslehre, an die von Nägeli und Peter veröffentlichten Werke über Hieralien. Eine Riesenarbeit ist in diesen Publicationen niedergelegt, doppelt bewundernswerth wegen der Heterogenität der Themata und der Schwierigkeit der einzelnen Probleme. — Kein Wunder, wenn unter diesen Umständen Nägeli's Gesundheit allmälig erschüttert wurde: Nach seinem 60. Lebensjahr stellten sich häufige Störungen im Nervensystem, besonders Schwindelanfälle ein. Nägeli kämpft dagegen an, sieht sich aber nach wiederholten vergeblichen Versuchen gezwungen, auf seine Lehrthätigkeit zu verzichten. Plötzliches Nachlassen der Körperkräfte, Kopfschmerzen und dergleichen verurtheilen ihn zeitweise sogar zu gänzlicher Unthätigkeit oder fesseln ihn ans Krankenlager. Ein Anfall der Influenza im Jahre 1889 auf 1890 führt den gänzlichen Verfall der Kräfte herbei. Zwar erholt sich Nägeli, Dank vorzüglichster ärztlicher Umsicht und sorgsamster Pflege durch die Seinigen, wieder so weit, um im Sommer 1890 ins Gebirge gehen zu können; ein monatelanger Winteraufenthalt an der Riviera scheint ihn neu zu beleben. Da, kaum nach Hause zurückgekehrt, von Seiten der wissenschaftlichen Anstalten Münchens bei Anlass seines 50jährigen Doctorjubiläums nochmals hoch gefeiert, wird er vom unerbittlichen Tod erfasst! — Nun, so lebe denn wohl, theurer Meister! Schlicht und recht bist Du ins Leben eingetreten, geräuschlos dessen Bahnen gewandelt, ohne Schaugepränge ziehst Du von hinnen! Du konntest das; denn Du warst ein wahrhaft grosser Mann! Die Früchte Deines Genius sind Dein unvergänglicher Ruhm!"

Ich füge noch bei, dass Nägeli der Zürcherischen und der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft erst als actives, später als Ehren-Mitglied angehörte, — einer zahlreichen Menge ausländischer Akademien und Gesellschaften nicht zu gedenken, welche sich beehrt fühlten, den gefeierten Namen auf ihre Verzeichnisse setzen zu können.

447) Den III. 56—57 über den Sohn Isaak Habrecht gemachten Mittheilungen ist beizufügen, dass Joh. Christ. Sturm

von dessen „Tractatus de planiglobio coelesti ac terrestri. Argentorati 1628 in 4“ nicht nur, wie bereits erwähnt, 1662 eine neue Ausgabe veranstaltete, sondern auch noch „Nürnberg 1666 in 4“ eine deutsche Uebersetzung auflegte. Ferner ist zu erwähnen, dass derselbe Habrecht von dem zur Zeit trotz vielen Mängeln ziemlich beliebten, — angeblich die ganze Arithmetik, Geometrie, Astronomie und Geographie umfassenden Buche —, welches Joseph Lange (Kaysersberg im Elsass 1570? — Freiburg i. B. 1630?; Prof. math. et græce Freiburg) unter dem Titel „Elementale mathematicum. Friburgi 1612 in 4 (auch 1617)“ herausgegeben hatte, eine neue und (nach Angabe des Titels) auch vermehrte Ausgabe „Argentorati 1625 in 4“ veranstaltete, wobei er sich dem Leser als „Phil. et Med. Doct.“ vorführt, und sich überdiess am Schlusse der Vorrede die Bezeichnung „Philalethes (Wahrheitsfreund)“ beilegt, ohne sich jedoch dieselbe z. B. durch Verbesserung der äusserst mangelhaften Ortstafel denselben auch wirklich zu verdienen. In dieser Tafel findet man nämlich, um letzteres Urtheil auch nur durch Ein Beispiel zu belegen, die fameuse Angabe:

„Tigurum, Helvetiæ, Zürich: Long. $29^{0}\,0^{1}$, Latit. $46^{0}\,48^{1}$

und unmittelbar darunter

„Lacus tigurinus „ 33 47 „ 47 32“

was denn doch auch für damalige Zeit ein bischen stark ist.

448) Da ich für die Vierteljahrsschrift der deutschen astronomischen Gesellschaft, nach dem Wunsche des leider seither ebenfalls verstorbenen Professor Schönfeld in Bonn, eine ziemlich einlässliche Biographie unsers lieben, zu Genf 1891 in der Nacht vom 24./25. Februar durch einen Herzschlag seiner Familie und der Wissenschaft entrissenen Oberst Emil Gautier bearbeitet habe, und überdiess in einer nächsten Nummer meiner „Astronomischen Mittheilungen“ noch speciell das Verhältniss desselben zu Leverrier und dessen schliesslich zur Entdeckung Neptuns führenden rechnerischen Arbeiten zu behandeln gedenke, so dürfte es hier genügen zum Andenken an Gautier die kurze Notiz aufzunehmen, welche ich unmittelbar nach seinem Tode an die Redaction der „Astronomischen Nachrichten“ sandte, — mir immerhin erlaubend dieselbe durch einige Berichtigungen und Zusätze etwas umzugestalten:

„Am 18. April 1822 zu Genf geboren und durch seinen Oheim, den hochverdienten Alfred Gautier, schon frühe in den Vorhof der Astronomie eingeführt, hatte sich Emile Gautier, nach gründlicher Vorbereitung durch Privatlehrer, an den höhern Lehranstalten in Genf und Paris mit den exacten Wissenschaften vertraut gemacht, sich an letzterem Orte auch die einem Astronomen nothwendigen Fertigkeiten im Beobachten und Rechnen erworben, ja längere Zeit unter Leitung von Leverrier, dessen Zuneigung er sich rasch zu erwerben und sodann auch zu erhalten wusste, an den ausgedehnten Rechnungen mitgearbeitet, welche schliesslich zur Entdeckung Neptuns führten, so dass ihm von dem Lorbeerkranze, der seinem Meister daraufhin gewunden wurde, wohl auch einige Blätter zugetheilt werden dürfen. Nach etwa zweijährigem Aufenthalte in Paris nach Genf zurückgekehrt, arbeitete er daselbst als Dissertation seinen „Essai sur la théorie des perturbations des Comètes, Genève 1847“ und mehrere kleinere Mittheilungen für die Astr. Nachr. aus, liess sich dann aber, nachdem er den Sommer 1847 zu einer Reise nach England benutzt und den folgenden Winter nochmals in Paris zugebracht, dann in Genf wissenschaftlichen Arbeiten obgelegen und sich auch sehr glücklich verheirathet hatte, durch Oberst Aubert und General Dufour, unter deren Leitung er sich schon früher ein Officiers-Patent im Genie-Corps erworben hatte, dazu bestimmen, einen grossen Theil seiner Zeit zu Gunsten der gewählten Waffe zu verwenden. Er betheiligte sich namentlich in den fünfziger Jahren bei den nach Thun einberufenen Schulen in ausgezeichneter Weise an der Instruction der Genieofficiere, und erwies sich auch im Felde sowohl bei der Grenzbesetzung im Jahre 1856 als dann wieder, nachdem er bereits zum Obersten avancirt war, bei derjenigen von 1870/71 als ein äusserst tüchtiger Officier. Dass Gautier übrigens über diesen militärischen Beschäftigungen seiner Jugendliebe nicht untreu wurde, beweisen nicht nur die Reisen, welche er 1860 zur Beobachtung der totalen Sonnenfinsterniss nach Spanien und dann wieder 1864 und 1870 zur Beobachtung der Flecken und Protuberanzen der Sonne nach Rom unternahm, sondern es bezeugen dies auch manche bemerkenswerthe, namentlich die Sonnen-Physik betreffende Ar-

tikel, welche er den in Genf erscheinenden „Archives des sciences physiques et naturelles“ einverleibte. Es ist so ganz begreiflich, dass ihn die Behörden nach dem 1882 erfolgten Tode von Plantamour ersuchten, die Direction der Sternwarte wenigstens interimistisch zu übernehmen, während Prof. Cellérier die Vorlesungen übertragen wurden. Er folgte dieser Einladung, im Gefühle, dass er während langer Jahre der praktischen Astronomie entfremdet worden sei, nur mit grossen Bedenken, lebte sich aber bald vollständig in seine neue Stellung ein, erwarb sich durch Umgestaltung der meteorologischen Beobachtungen und namentlich durch die Weise, wie er den auf der Genfer Sternwarte so umfangreichen Chronometerdienst leitete, volle Anerkennung, und hatte sodann noch die grosse Freude, seinem Sohne Raoul Gautier, der die durch den 1889 erfolgten Tod von Cellérier frei gewordene Professur der Astronomie erhalten hatte, auch die Sternwarte in bestem Stande übergeben zu können. Nachdem Emile Gautier, anscheinend bei befriedigendem Wohlsein, im Sommer 1890 in Neuenburg einer Sitzung der Schweizerischen geodätischen Commission, in welche er nach dem Tode Plantamour's gewählt worden war, beigewohnt hatte, machte im Herbst ein schon vor Jahren begonnenes Herzübel in Folge einer Erkältung rasche und höchst bedenkliche Fortschritte, bis dann plötzlich die oben gemeldete Katastrophe seinen Leiden ein Ende machte.“ — Ich füge noch bei, dass Gautier, der in sehr glücklichen Verhältnissen lebte, sich ausser den bereits erwähnten Reisen noch viele andere erlauben konnte, – dass er z. B. noch 1883 der Versammlung der Deutschen astronomischen Gesellschaft in Wien beiwohnte, damals diese Gesellschaft für 1885 nach Genf einlud, und dann die Freude hatte, sie auch auf seinem Landsitze in Cologny empfangen zu können, — dass er 1881—1886, wo Genf Vorort der Schweizer. naturforschenden Gesellschaft war, derselben als Mitglied ihres Centralcomités gute Dienste leistete, — dass er lange Jahre ein sehr thätiges Mitglied der cantonalen Gesellschaft und des Redactionscomités der für das wissenschaftliche Leben von Genf so bedeutsamen „Archives“ war, — und sich überhaupt an allen wissenschaftlichen und gemeinnützigen Bestrebungen mit Rath, That und offener Hand betheiligte. [R. Wolf.]

Mathematische Mittheilungen

von

A. Meyer.

IV. Ueber indefinite quadratische Formen.

1. Der Satz, dass zwei indefinite ternäre quadratische Formen, die demselben Geschlechte angehören, äquivalent sind, wenn ihre Invarianten ungerade und relativ prim sind,[1]) lässt sich, wie im Folgenden gezeigt werden soll, auf Formen mit beliebig vielen Variabeln ausdehnen. Indem ich für die allgemeine Theorie der quadratischen Formen, namentlich bezüglich ihrer Eintheilung in Ordnungen und Geschlechter, auf die Abhandlungen von Hrn. Minkowski[2]) und H. J. St. Smith[3]) verweise, beschränke ich mich hier darauf, die Bezeichnungen zusammenzustellen, von denen ich in der Folge Gebrauch machen werde.

Ist

$$f = \Sigma a_{ik} x_i x_k \quad , \quad (a_{ik} = a_{ki}\,;\; i, k = 1, 2, \ldots . n)$$

eine quadratische Form von n Variabeln mit ganzzahligen Coefficienten, $\Delta = |a_{ik}|$ ihre (nicht verschwindende) Determinante, so bezeichne ich (im Anschlusse an Herrn Minkowski)

mit J den Trägheitsindex von f, d. h. die Anzahl der Quadrate, welche bei reeller Transformation von f in ein

---

[1]) Vergl. meine Inauguraldissertation oder meine Abhandlung im Journal für Mathematik, Bd. 108.

[2]) Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences de l'Institut de France, tome 29.

[3]) Ibid. und Proceedings of the Royal Society, vol. 13 u. 16.

Aggregat von n Quadraten linearer Formen mit negativem Vorzeichen erscheinen;
mit d_{h-1} den grössten gemeinschaftlichen positiven Theiler aller Unterdeterminanten h^{ten} Grades von $|a_{ik}|$, so dass also $\Delta = (-1)^J d_{n-1}$;

mit o_h die (ganze) Zahl $\frac{d_h}{d_{h-1}} : \frac{d_{h-1}}{d_{h-2}} = \frac{d_{h-2}\, d_h}{d_{h-1}^2}$;

mit $\sigma_h\, d_{h-1}$ den grössten gemeinschaftlichen positiven Theiler aller einfachen symmetrischen und zweifachen unsymmetrischen Unterdeterminanten h^{ten} Grades von $|a_{ik}|$, so dass also $\sigma_h = 1$ oder 2 ist.

Die Zahlen
$$d_0\ ,\ \begin{pmatrix} \sigma_1\ ,\ \sigma_2\ ,\ \ldots\ldots\ \sigma_{n-1} \\ o_1\ ,\ o_2\ ,\ \ldots\ldots\ o_{n-1} \end{pmatrix}\ ,\ J$$
heissen die (Ordnungs-) Invarianten der Form f und die Form heisst primitiv, wenn $d_0 = 1$ ist, und zwar eigentlich oder uneigentlich primitiv (ungerade oder gerade nach Smith), je nachdem $\sigma_1 = 1$ oder $= 2$ ist.

Ist, wie im Folgenden immer vorausgesetzt werden soll, f primitiv und wird
$$\frac{1}{d_{n-2}} \cdot \frac{\partial \Delta}{\partial a_{ik}} = (-1)^J a'_{n-i+1,\, n-k+1}$$
gesetzt, so ist die Form
$$f' = \Sigma a'_{i,k}\, x'_i x'_k\ ,\ (i, k = 1, 2, \ldots n)$$
ebenfalls primitiv und heisst die Adjungirte von f. Ihre Invarianten sind
$$d'_0 = 1\ ,\ \sigma'_h = \sigma_{n-h}\ ,\ o'_h = o_{n-h}\ ,\ J' = J\ (h = 1, 2 \ldots n-1).$$

2. Der Beweis (Art. 4) stützt sich auf folgenden Hilfssatz:

Zwei primitive quadratische Formen f und g von n Variabeln mit denselben Invarianten

$$\begin{pmatrix} \sigma_1, \sigma_2, \ldots\ldots, \sigma_{n-1} \\ o_1, o_2, \ldots\ldots, o_{n-1} \end{pmatrix}, J$$

sind (eigentlich oder uneigentlich) äquivalent, wenn beide eine und dieselbe primitive Form φ von $n-1$ Variabeln mit den Invarianten

$$\begin{pmatrix} \sigma_1, \sigma_2, \ldots\ldots, \sigma_{n-2} \\ o_1, o_2 \ldots\ldots, o_{n-2}\ \sigma_{n-1}\ m \end{pmatrix}, J'$$

eigentlich darstellen, wo der Factor m eine in $2\, o_1\, o_2 \ldots o_{n-1}$ nicht aufgehende Primzahl ist.

Beweis: Es sei

$$\varphi = \Sigma\, b_{ik}\, \xi_i\, \xi_k \qquad (b_{ik} = b_{ki}\,;\ i, k = 1, 2, \ldots n-1)\,.$$

Da φ durch f eigentlich darstellbar ist, so sind die Grössen

$$c_{n-i,\,n-k} = \frac{(-1)^J}{d_{n-3}} \cdot \frac{\partial\, |\, b_{ik}\, |}{\partial\, b_{ik}}$$

ganze Zahlen und die Congruenzen

$$-\, o_{n-1}\, c_{ik} \equiv b_i'\, b_k' \pmod{\sigma_{n-1} m}\,,\ (i, k = 1, 2, 3, \ldots n-1)$$

lösbar,[1]) und zwar gibt es, weil m eine ungerade Primzahl ist, nur zwei (mod. $\sigma_{n-1}\, m$) incongruente Lösungen

$$(b'_1, b'_2, \ldots\ldots b'_{n-1}) \quad \text{und} \quad (-b'_1, -b'_2, \ldots\ldots, -b'_{n-1})\,.$$

Wird nun

$$(-1)^{\frac{J-J'}{\sigma_{n-1}}} m = \frac{(-1)^J}{d_{n-2}}\, |\, b_{ik}\, | = b'\,,\ \frac{o_{n-1}\, c_{ik} + b_i'\, b_k'}{b'} = b_{ik}'$$

gesetzt, so muss die Adjungirte f' von f mit

$$B' = b'\, \xi'^2 + 2 \sum_{i}^{1, n-1} b_i'\, \xi'\, \xi_i' + \sum_{i,k}^{1, n-1} b_{ik}'\, \xi_i'\, \xi_k'$$

---

[1]) Minkowski, a. a. O. Art. XVII.

oder mit

$$B'_1 = b' \xi'^2 - 2 \sum_{i}^{1,n-1} b'_i \xi' \xi'_i + \sum_{i,k}^{1,n-1} b'_{ik} \xi'_i \xi'_k$$

eigentlich, also mit B' eigentlich oder uneigentlich äquivalent sein, daher f mit der Adjungirten B von B'. Dasselbe gilt von g. Somit sind auch f und g eigentlich oder uneigentlich äquivalent.

3. Jede primitive indefinite Form f der Invarianten $\binom{\sigma_1, \sigma_2, \ldots \sigma_{n-1}}{o_1, o_2, \ldots o_{n-1}}$ ist einer Form $\sum_{i,k}^{1,n} a_{ik} x_i x_k$ äquivalent, in welcher der Bestandtheil $\sum_{i,k}^{1,n-1} a_{ik} x_i x_k$ eine primitive indefinite Form der Invarianten $\binom{\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_{n-2}}{o_1, o_2, \ldots, o_{n-2}\ \sigma_{n-1}\ b}$ ist, wo $\frac{a_{11}}{\sigma_1}$ und b zu jeder beliebigen Zahl N relativ prim sind.

Ist nämlich die Determinante Δ von f in Primfactoren zerlegt $= 2^\alpha p_1^{\beta_1} p_2^{\beta_2} \ldots$, so werde, was erlaubt ist, zur Vereinfachung N durch $2^{\alpha+2} p_1^{\beta_1+1} p_2^{\beta_2+1} \ldots$ theilbar angenommen und sodann f in eine Hauptrepräsentante[1]) (mod. N) ihrer Klasse

$$g = \sum_{i,k}^{1,n} a_{ik} x_i x_k$$

transformirt. Dann hat die Form $\varphi = \sum_{i,k}^{1,n-1} a_{ik} x_i x_k$ die Invarianten $\binom{\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_{n-2}}{o_1, o_2, \ldots, o_{n-2}\ \sigma_{n-1}\ b}$, wo $\frac{a_{11}}{\sigma_1}$ und b prim sind zu N, also auch zu 2Δ.

Ferner ist φ primitiv. Denn da $\frac{a_{11}}{\sigma_1}$ prim ist zu 2Δ und a_{12} für $\sigma_1 = 2$ ungerade, so könnten die Coefficienten a_{ik} von φ nur Primfactoren gemein haben, welche in

---

[1]) Vergl. Minkowski, a. a. O. Art. III.

$2\,\Delta$ nicht aufgehen. Wären aber alle diese Coefficienten durch eine solche Primzahl theilbar, so wären es auch die Grössen $A_{in}' = \frac{\partial\,\Delta}{\partial\,a_{in}}$, was mit der Gleichung

$$a_{i1}\,A_{i1} + a_{i2}\,A_{i2} + \ldots\ldots + a_{in}\,A_{in} = \Delta$$

im Widerspruche ist.

Für $J = 1$ oder $n-1$ könnte indessen φ definit werden. Dann ist eine weitere Transformation nothwendig, wobei es genügt den Fall zu behandeln, dass φ eine positive Form ist. Da die Adjungirte $g' = \Sigma\, a_{ik}'\, x_i'\, x_k'$ von g indefinit ist, lassen sich ganze Zahlen ξ_i so bestimmen, dass $\Sigma\, a_{ik}'\, \xi_i\, \xi_k$ negativ $(= -M)$ wird, und zwar ist dabei wenigstens eine der Zahlen $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_{n-1}$ von null verschieden, da $a_{nn}' = \frac{|\varphi|}{d_{n-2}} > 0$ ist. Ist ξ_i nicht null, so wende man auf g' die Substitution an

$$(S') = \begin{vmatrix} 1\;0\;\ldots\ldots\;0\;\ldots\ldots\;\xi_1\,\xi\,N \\ 0\;1\;\ldots\ldots\;0\;\ldots\ldots\;\xi_2\,\xi\,N \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ 0\;0\;\ldots\ldots\;1+\lambda\,\xi\,N\ldots\;\xi_i\,\xi\,N \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ 0\;0\;\ldots\ldots\;\mu\,N\ldots\;1+\xi_n\,\xi\,N \end{vmatrix},$$

wo λ, μ, ξ vorläufig unbestimmte ganze Zahlen bedeuten; d. h. man setze

$$x_k' = y_k' + \xi_k\,\xi\,N\,y_n' \quad (k = 1, 2, \ldots\ldots\, i-1,\; i+1, \ldots\ldots\, n-1)$$

$$x_i' = (1+\lambda\,\xi\,N)\,y_i' + \xi_i\,\xi\,N\,y_n' \;,\quad x_n' = \mu\,N\,y_i' + (1+\xi_n\,\xi\,N)\,y_n' \;.$$

Hierdurch geht g' in eine Form $\Sigma\, b_{ik}'\, y_i'\, y_k'$ über, in welcher

$$b_{nn}' = \xi^2\,N^2\,\Sigma\, a_{ik}'\,\xi_i\,\xi_k + 2\,\xi\,N\,\Sigma\, a_{in}'\,\xi_i + a_{nn}',\; (i, k = 1, 2, \ldots n)$$

$$= \xi^2 N^2 \left\{ -M + \frac{2}{\xi N} \Sigma a'_{in} \xi_i + \frac{1}{\xi^2 N^2} a'_{nn} \right\}$$

und man kann ξ so gross nehmen, dass b'_{nn} negativ wird. Ausserdem kann man ξ durch ξ_i theilbar machen, wodurch $1 + \xi_n \xi N$ und $\xi_i \xi N$ relativ prim werden und λ und μ sich so bestimmen lassen, dass die Substitutionsdeterminante

$$|S| = (1 + \lambda \xi N)(1 + \xi_n \xi N) - \mu \xi_i \xi N^2 = 1$$

wird oder

$$(1 + \xi_n \xi N) \lambda - \xi_i N . \mu = - \xi_n .$$

Durch die adjungirte Substitution (S) von (S') geht dann g in eine Form über, welche alle verlangten Eigenschaften besitzt.

Es leuchtet ein, dass sich jede durch φ eigentlich darstellbare Zahl auch durch g und somit durch f eigentlich darstellen lässt. Wendet man auf φ wiederum dasselbe Verfahren an wie auf f, u. s. w., so kommt man zum Schluss, dass sich durch f jede Zahl (eigentlich) darstellen lässt, welche durch eine gewisse primitive indefinite ternäre Form der Invarianten $\begin{pmatrix} \sigma_1 , & \sigma_2 \\ o_1 , & o_2 \sigma_3 b \end{pmatrix}$, J' darstellbar ist, wo b prim ist zu $2\, o_1\, o_2$.

Ist f eigentlich primitiv und o_1 und o_2 ungerade und relativ prim (also $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 1$), so kann man durch jene ternäre Form, somit auch durch f jede mit $o_1\, o_2\, b$ theilerfremde Zahl m eigentlich darstellen, für welche

$$\left(\frac{m}{p_1}\right) = \left(\frac{f}{p_1}\right)$$

ist in Bezug auf jeden Primfactor p_1 von o_1 und

$$(-1)^{J'} o_2\, b\, m \equiv 1, 2, 3, 5, 6 \pmod 8 ,$$

also auch alle in gewissen Linearformen $8 o_1 o_2 b x + k$ enthaltenen Zahlen.[1])

4. Bei Beschränkung auf eigentlich primitive Formen ungerader Determinante (also $\sigma_1 = \sigma_2 = \ldots = \sigma_{n-1} = 1$), lässt sich jetzt durch den Schluss von $n-1$ auf n der Satz beweisen:

Zwei indefinite primitive Formen der ungeraden Invarianten $\binom{1, 1, \ldots, 1}{o_1, o_2, \ldots, o_{n-1}}$ sind (eigentlich oder uneigentlich) äquivalent, wenn sie demselben Geschlechte angehören und in der Reihe $o_1, o_2, \ldots, o_{n-1}$ zwei unmittelbar aufeinanderfolgende Zahlen vorkommen, welche relativ prim sind.

Beweis: Die beiden Formen seien f und f_1. Durch dieselben lässt sich nach dem Vorigen jede ungerade Zahl darstellen, welche in gewissen Linearformen

$$(L) \quad 8 o_1 o_2 b x + k \text{ und } 8 o_1 o_2 b_1 x + k_1 , \ (b b_1 \text{ prim zu } 2 o_1 o_2)$$

bezw. enthalten ist. Für k und k_1 können alle Zahlen der Reihen

$$1, 3, 5, \ldots, 8 o_1 o_2 b - 1 \text{ und } 1, 3, 5, \ldots, 8 o_1 o_2 b_1 - 1$$

bezw. genommen werden, welche zu $2 o_1 o_2 b$ und $2 o_1 o_2 b_1$ bezw. relativ prim sind, für welche ferner

$$\left(\frac{k}{p_1}\right) = \left(\frac{f}{p_1}\right) = \left(\frac{f_1}{p_1}\right) = \left(\frac{k_1}{p_1}\right)$$

ist in Bezug auf jeden Primfactor p_1 von o_1 und

$$k \equiv (-1)^{J'} r o_2 b \ , \ k_1 \equiv (-1)^{J'_1} r_1 o_2 b_1 \pmod 8 ,$$

wo r, r_1 beliebige der Zahlen 1, 3, 5 bedeuten. Da sich

---

[1]) Vergl. meine Inauguraldissertation, S. 30, wo $J' = 1$ ist.

nun die Zahlen r, r_1 offenbar immer so wählen lassen, dass $k \equiv k_1 \pmod 8$ wird, so haben die Linearformen (L) eine gewisse Anzahl von Linearformen

$$(L_2) \qquad 8\, o_1\, o_2\, b_2\, x + k_2$$

gemein, wo b_2 das kleinste gemeinschaftliche Vielfache von b und b_1 bedeutet und k_2 zu $8\, o_1\, o_2\, b_2$ relativ prim ist, und alle Zahlen der Form (L_2) lassen sich durch f und f_1 zugleich eigentlich darstellen. Unter denselben gibt es unendlich viele positive Primzahlen. Ist m eine derselben, welche in der Determinante von f nicht aufgeht, so lassen sich durch die Adjungirten f' und f_1' bezw. primitive Formen φ' und φ_1' von $n-1$ Variabeln und der Determinante $(-1)^J d'_{n-2}\, m$ eigentlich darstellen. Ist n gerade, so können φ' und φ_1' nur die Invarianten

$$\left(\begin{matrix}1 & , & 1 & , \ldots\ldots, & 1 & , & 1 \\ o_{n-1} & , & o_{n-2} & , \ldots\ldots, & o_3 & , & o_2\, m\end{matrix}\right),\ J$$

haben.[1]) Ist n ungerade, so könnte φ' (und φ_1') auch die Invarianten

$$\left(\begin{matrix}2 & , & 1 & , \ldots\ldots, & 1 & , & 2 \\ o_{n-1} & , & o_{n-2} & , \ldots\ldots, & o_3 & , & o_2\, m\end{matrix}\right),\ J$$

haben, jedoch nur, wenn in der Darstellung der Zahl m durch die Form f alle Variabeln ungerade Werthe erhalten.[2]) Dies lässt sich aber immer vermeiden. Denn wird die Form f wie in Art. 3 präparirt angenommen, so ist (weil $o_1\, o_2 \ldots o_{n-1}$ ungerade)

$$f \equiv x_1^2 + x_2^2 + \ldots\ldots + x_n^2 \pmod 2 .$$

Setzt man $x_n = 0$, so bleibt eine eigentlich primitive indefinite Form von $n-1 \geq 4$ Variabeln übrig, von welcher

---

[1]) Minkowski, a. a. O. p. 133.

[2]) Ibid. p. 128.

der zu beweisende Satz gilt und durch welche (vergl. den folgenden Art.) jede Primzahl m dargestellt werden kann, die in $2\, o_1\, o_2 \ldots o_{n-1}$ nicht aufgeht und der Bedingung $\left(\frac{m}{p_1}\right) = \left(\frac{f}{p_1}\right)$ in Bezug auf jeden Primfactor p_1 von o_1 genügt. Also lässt sich auch m durch f so darstellen, dass x_n gerade ist und dann muss φ' die Invarianten $\left(\begin{matrix}1 & , & 1 & , \ldots\ldots, & 1 & , & 1 \\ o_{n-1}, & & o_{n-1}, & \ldots\ldots, & o_3, & & o_2\, m\end{matrix}\right)$, J haben. Dasselbe gilt von φ_1'.

Hiernach gehören φ' und φ_1' auch demselben Geschlechte an,[1]) sind also nach Voraussetzung äquivalent, wenn in der Reihe $o_{n-1}, o_{n-2}, \ldots\ldots, o_3, o_2 m$ zwei unmittelbar aufeinanderfolgende Zahlen vorkommen, welche relativ prim sind. Dann stellt f_1' auch die Form φ' dar, ist also mit f' äquivalent (nach Art. 2), daher auch f_1 mit f.

Gäbe es in der Reihe $o_{n-1}, o_{n-2}, \ldots\ldots, o_3, o_2$ keine zwei aufeinanderfolgende theilerfremde Zahlen, so müssten der Voraussetzung zufolge o_1 und o_2 relativ prim sein. Dann würde man statt von f und f_1 von ihren Adjungirten f' und f_1' ausgehen und wiederum zu demselben Schlusse kommen.

Da nun der Satz für $n = 3$ bereits bewiesen ist, gilt er allgemein für jedes n.

5. Zur Vervollständigung des Beweises bleibt übrig, unter Beibehaltung der im vorigen Artikel gemachten Bedingungen die durch die Form f eigentlich darstellbaren Zahlen zu betrachten. Da die Darstellung einer negativen Zahl $-m$ durch f auf diejenige von m durch $-f$ zurückkommt, wird es genügen, nur positive Zahlen m in Betracht zu ziehen, wobei ich mich ausserdem auf den Fall beschränke, das m prim ist zu $2\, o_1\, o_2 \ldots o_{n-1}$.

---

[1]) Minkowski, a. a. O. p. 135.

Um nun m durch die eigentlich primitive Form f der Invarianten

$$\begin{pmatrix} 1 & , & 1 & , & \ldots\ldots & , & 1 \\ o_1 & , & o_2 & , & \ldots\ldots & , & o_{n-1} \end{pmatrix}, \; J \qquad (0 < J < n)$$

darzustellen, hat man eine primitive Form φ' der Invarianten

$$\begin{pmatrix} 1 & , & 1 & , & \ldots\ldots & , & 1 & , & 1 \\ o_{n-1} & , & o_{n-2} & , & \ldots\ldots & , & o_3 & , & o_2 m \end{pmatrix}, \; J$$

oder auch (wenn n ungerade) der Invarianten

$$\begin{pmatrix} 2 & , & 1 & , & \ldots\ldots & , & 1 & , & 2 \\ o_{n-1} & , & o_{n-2} & , & \ldots\ldots & , & o_3 & , & o_2 m \end{pmatrix}, \; J$$

zu suchen, welche für jede dieser Ordnungen einem durch dasjenige von f' völlig bestimmten Geschlechte angehören muss.[1]) Im ersten Falle existirt das betreffende Geschlecht für $n > 3$ immer, wenn

$$(m) \qquad \left(\frac{m}{p_1}\right) = \left(\frac{f}{p_1}\right)$$

ist in Bezug auf jede in o_1 aufgehende Primzahl p_1.[2]) Alsdann lässt sich eine Form finden, welche mit f in dasselbe Geschlecht gehört, also mit f äquivalent ist und in welcher m der Coefficient des Quadrats einer Variabeln ist, woraus sofort die Darstellbarkeit von m durch f folgt. Daher lässt sich unter der Bedingung (m) jede mit $2\, o_1\, o_2 \ldots o_{n-1}$ theilerfremde Zahl m durch f darstellen.

---

[1]) Minkowski, a. a. O. p. 135. [2]) Ibid. p. 139.

Ein neues Exobasidium aus der Schweiz

von

P. Magnus (Berlin).

(Mit Tafel.)

Von Herrn Dr. Hans Schinz in Zürich erhielt ich eine kleine Sammlung parasitischer Pilze freundlichst zugesandt, die er im August 1891 bei Hospenthal im Canton Uri gesammelt hatte. Sie bestand aus fünf Pilzen, der Puccinia Hieracii (Schum.) auf Taraxacum officinale, der Puccinia alpina Fckl. auf Viola biflora, der Coleroa Alchemillae (Grev.) Wint. [Venturia Alchemillae (Grev.) Beck. & Br.] auf Alchemilla vulgaris, der Marsonia Violae (Pass.) Sacc. auf Viola biflora und einem Exobasidium auf Saxifraga rotundifolia, das ich als eine neue Art ansprechen muss und zu Ehren des um unsere Wissenschaft hoch verdienten Entdeckers «Exobasidium Schinzianum» nenne. Es zeigt sich auf der Unterseite der breiten Blätter als weissliche runde Flecken (s. Fig. 1), die später im älteren Zustande zuerst in der Mitte und von da nach aussen fortschreitend eine etwas bräunliche Färbung annehmen. Der Querschnitt eines solchen Fleckens (siehe Fig. 2) zeigt ein mächtiges intercellulares Mycel, das zwischen der Epidermis der Blattunterseite und der hypepidermidalen Parenchymschicht, sowie auch zwischen den folgenden Parenchymschichten oft bis zur Epidermis der Blattoberseite ausgebreitet ist. Die von dem Mycel umsponnenen Zellen werden im Gegensatze zu anderen

Exobasidien getödtet, wie es wenigstens an dem getrockneten Materiale erscheint; jedenfalls erhalten sie nicht durch den Reiz des um sie wuchernden Mycels, wie bei den anderen bekannten Arten von Exobasidium, speciell auch bei dem andere Saxifraga-Arten bewohnenden Exobasidium Warmingii Rostr., ein vermehrtes Wachsthum, das zu Zelltheilungen führt; sie werden im Gegentheil stark zusammengedrückt (s. Fig. 2) und ihr Inhalt wird in eine braune Masse umgewandelt, wovon eben die bräunliche Färbung der älteren Flecken herrührt.

Von diesem intercellularen Mycel erheben sich büschelförmig aufrechte Aeste senkrecht nach aussen. Sie drängen sich zwischen benachbarten Epidermiszellen hervor, deren Wände sie durch ihr Wachsthum von einander trennen (s. Fig. 3); sie heben die Cuticula empor, die ihre nach aussen wachsenden Scheitel zunächst noch überspannt (s. Fig. 4); sodann durchbrechen sie die Cuticula (siehe Fig. 2); ihre Scheitel trennen sich bei weiterem Wachsthume von einander, und jeder wächst zu einem keulenförmigen Schlauche heran, der zur Basidie wird; in ihre Spitze wandert das meiste Protoplasma des Schlauches hinein; bald sprossen am Scheitel bis vier Sterigmen hervor (s. Fig. 5 und 6), die an ihrer Spitze je eine Spore abschnüren (s. Fig. 7); die Sporen fallen bald nach ihrer Reife von den Sterigmen ab (s. Fig. 8). Ob ich reife Sporen getroffen habe, ist mir zweifelhaft. Ich fand sehr häufig lange spindelförmige, etwas gekrümmte, einzellige Sporen (s. Fig. 9 *a* und *b*), denen häufig, wie in den gezeichneten, noch ein kurzes Sterigma am einen Pole anhaftete, ein Zeichen, dass sie noch nicht reif zum Abfallen waren. Diese einzelligen Sporen waren durchschnittlich 12 μ lang. Ausserdem traf ich weit sel-

tener zweizellige Sporen (s. Fig. 9 *c* und *d*) von durchschnittlich 17,8 μ Länge. Ob die Sporen sich, ähnlich wie bei Exobasidium Vaccinii Woron., erst später in 2 oder vielleicht auch in 4 Zellen theilen, vermag ich nicht zu entscheiden.

Auf Saxifragen ist schon ein Exobasidium bekannt, das von Rostrup 1888 in den Fungi Groenlandiae (aus Meddelelser om Groenland III) pag. 530 aufgestellte Exobasidium Warmingii, das Warming und Holm auf Saxifraga Aizoon in Grönland gesammelt hatten. Später wurde dasselbe von v. Lagerheim auf Saxifraga aspera auf dem Munt della Bescha (Schafsberg) bei Pontresina gesammelt [s. P. Magnus, Erstes Verzeichniss der ihm aus dem Canton Graubünden bekannt gewordenen Pilze (Jahresbericht der Naturforschenden Gesellschaft Graubündens, Neue Folge, XXXIV. Jahrg.) pag. 37] und von F. Thomas auf Saxifraga aspera in Piemont und auf Saxifraga bryoides in Tirol (Sitzungsbericht der k. k. zoolog.-botanisch. Gesellsch. in Wien, Bd. XXXIX, 1889). Dieser unterscheidet sich von unserem Exobasidium Schinzianum schon dadurch, dass die von ihm befallenen Blätter dickfleischig anschwellen, während unserer nur in Form begrenzter flacher Flecken auftritt. Bei Exobasidium Warmingii Rostr. erhalten eben die Zellen, zwischen denen sein Mycel wuchert, durch dasselbe einen Reiz zum Wachsthum und theilen sich, während bei unserem Exobasidium Schinzianum die Zellen vom umgebenden Mycel zusammengedrückt werden, daher nicht weiter wachsen und sich nicht theilen und ihr Inhalt pathologisch afficirt wird. In dieser Beziehung steht Exobasidium Schinzianum noch vereinzelt in seiner Gattung. Auch durch die beträchtlichere Grösse der Sporen, die bei Exobasidium

Warmingii Rostr. nur 6—10 μ lang sind, scheint sich unsere Art von letzterem zu unterscheiden.

Die beigegebenen Figuren hat Herr Dr. Paul Roeseler bei mir nach der Natur gezeichnet.

Erklärung der Abbildungen auf Tafel

Wo keine Vergrösserung angegeben ist, sind die Figuren mit freier Hand nach dem mikroskopischen Bilde gezeichnet worden.

Fig. 1. Blatt von Saxifraga rotundifolia mit von Exobasidium Schinzianum erzeugten Flecken von der Unterseite. Natürl. Grösse.

Fig. 2. Unterer Theil des Querschnittes eines Exobasidium-Fleckens. Vergr. 390. Die büschelig nach aussen gewachsenen Hyphen haben die Wände der benachbarten Epidermiszellen gespalten und die Cuticula bereits durchbrochen; an der oberen Gruppe sind sie schon zu Basidien ausgewachsen.

Fig. 3. Epidermis der Unterseite eines Exobasidiumfleckens; die vom Mycel entsprungenen Hyphenbüschel sind zwischen den von ihnen gespaltenen Wänden der benachbarten Epidermiszellen nach aussen gewachsen.

Fig. 4. Spitze eines Hyphenbüschels zwischen der von ihm gespaltenen Wand zweier benachbarter Epidermiszellen, das die Cuticula nach aussen vorgewölbt, aber noch nicht durchbrochen hat.

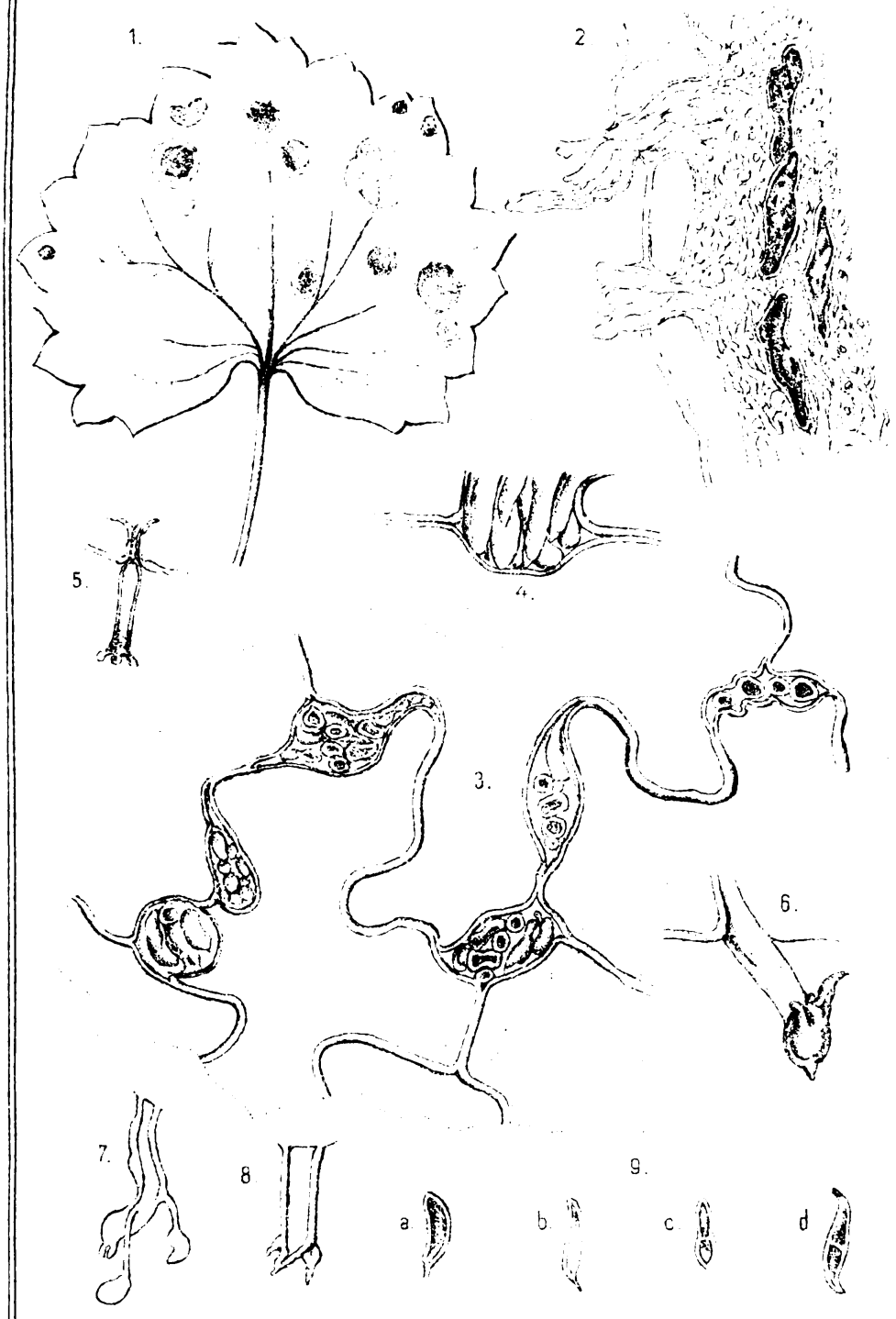
Fig. 5. Einzelne zwischen zwei Epidermiszellen hervorgewachsene Basidie mit jungen Sterigmen. Vergr. 390.

Fig. 6. Einzelne Basidie mit zum Beschauer umgebogenem Scheitel, an dem man die vier Sterigmen deutlich von der Scheitelansicht sieht.

Fig. 7. Basidie mit 4 Sterigmen, von denen zwei noch die Sporen tragen. Schlauch der Basidie selbst inhaltsleer.

Fig. 8. Basidie mit vier Sterigmen, von denen die Sporen bereits abgefallen sind.

Fig. 9. Sporen. *a* und *b* sind einzellige Sporen, an deren einem Pole noch ein Rest des Sterigma (von der Nadel mit abgerissen) haftet; *c* und *d* getheilte Sporen.



P. Röseler del.

Exobasidium Schinzianum. P. Magn.

Die Metrik der circularen ebenen Curven dritter Ordnung im Zusammenhang mit geometrischen Lehrsätzen Jakob Steiners.

Mit einer Tafel.

Von

Dr. **M. Disteli.**

Die vorliegende Arbeit enthält die Construction der Brennpunkte der allgemeinen und der speciellen *circularen* Curven dritter Ordnung nach Lage und Realität, sowie die geometrische Herleitung der hauptsächlichsten metrischen Eigenschaften dieser geometrischen Gestalten unter Zuhülfenahme der bekannten *Steiner*'schen Verwandtschaft*) in der Ebene, und mit Ausschluss irgend eines Coordinatensystems.

Besondere Aufmerksamkeit verdient unter obigem Gesichtspunkt diejenige Curve, welche der Ort der Brennpunkte eines Kegelschnittgewebes ist, einmal weil sie sich den Eigenschaften des Kreises am nächsten anschliesst, dann aber weil ihre Theorie aufs Engste mit zwei geometrischen Mittheilungen *Jakob Steiner*'s aus dem Jahre 1852 zusammenhängt, die unter der Form von „*Lehrsätzen*" in Crelle's Journal**) erschienen sind.

Gehören die beiden Gruppen von Sätzen inhaltlich auch unmittelbar zusammen, so ist doch ein Zusammen-

---

*) *Steiner:* „Systematische Entwicklungen etc." Berlin 1832,

**) „Crelle's Journal": Bd. 44, pag. 275—276 und ebenda Bd. 45. pag. 177—180. Man vergl. auch: *Steiner* „Werke" Bd. II, pag. 427—428 und ebenda pag. 431—434.

hang der letzteren unter sich nicht sofort ersichtlich und ein Beweis derselben in der ihnen von *Steiner* gegebenen Reihenfolge wird nicht ohne Schwierigkeiten zu führen sein.

Im Folgenden ergibt sich derselbe aus der Betrachtung der verschiedenen Formen, welche die erwähnte *Steiner*'sche Verwandtschaft annehmen kann. Insbesondere die metrischen unter den Sätzen erscheinen als Bruchstücke der Lehre von speciellen circularen Curven dritter Ordnung und treten mit so grosser Leichtigkeit in Evidenz, dass ihr Beweis wohl hier am richtigen Platze ist. Man darf zu dieser Annahme um so mehr geneigt sein, als in der zweiten Mittheilung unter Satz 4) *Steiner* die Curve dritter Ordnung selbst in die Betrachtung einführt, und diese so — obschon von ihr nirgends die Rede ist — wohl zum eigentlichen Untersuchungsobject wurde, welches zu den interessanten Sätzen Veranlassung gab.

A. Die Steiner'sche Verwandtschaft.

Die folgenden Betrachtungen beziehen sich zunächst auf die zweitheilige Curve dritter Ordnung, dieselben werden später auf eintheilige und rationale Curven ausgedehnt.

1. Wir betrachten zunächst eine *Steiner*'sche *Verwandtschaft* unter Zugrundelegung eines *orthogonalen* Vierecks $M_1 \ldots M_4$, wobei M_4 Höhenpunkt des Dreiecks $M_1 M_2 M_3$ ist. (Siehe die Taf.) Zu jedem Punkt P der Ebene gehört dann ein Punkt Q, der von ihm durch jedes Gegenseitenpaar des vollständigen Vierecks M harmonisch getrennt ist. Diese drei Gegenseitenpaare sind aber die Winkelhalbirenden des Diagonaldreicks $S_1 S_2 S_3$, und somit bestimmt jedes Paar entsprechender Punkte P, Q an

jeder Ecke S_i zwei zu den Seiten des genannten Dreiecks symmetrisch liegende Strahlen. Demnach sind zwei entsprechende Punkte stets Brennpunkt eines dem Dreieck $S_1\ S_2\ S_3$ eingeschriebenen Kegelschnittes und zugleich doppelt conjugirte Pole bezüglich des Büschels gleichseitiger Hyperbeln H, welche die Ecken M_i zu Grundpunkten und das Dreieck $S_1\ S_2\ S_3$ zum gemeinsamen Tripel harmonischer Pole und Polaren haben.

Als Scheitel der die Zuordnung der Punktepaare P, Q vermittelnden, zu dem Gegenseitenpaar orthogonal symmetrischen Strahlenpaare sind die drei Punkte S_1, S_2, S_3 die *Ausnahme-* oder *Fundamentalpunkte* der Zuordnung, denen jeder Punkt der Gegenseite s_1, s_2, s_3 entspricht. Die vier Punkte M_i entsprechen sich selbst; jedem Punkt auf der Verbindungsgeraden $M_i\,M_k$ von zweien unter ihnen sein vierter harmonischer zum genannten Paar $M_i\,M_k$. Im Uebrigen herrscht vollkommen eindeutiges involutorisches Entsprechen; den Geraden g der Ebene ist zugeordnet das Netz der Kegelschnitte K_g durch die drei Fundamentalpunkte; speciell der unendlich fernen Geraden u entspricht der Kreis K_u des Netzes.

2. Die Gesammtheit aller entsprechenden Punktepaare auf den Strahlen eines Büschels vom Scheitel S sind somit die Schnittpunktepaare derselben mit den Kegelschnitten eines Büschels, oder ihr Ort ist eine Curve dritter Ordnung C_3 durch die drei Punkte S_1, S_2, S_3 und die vier Punkte M_i, deren Tangenten im Punkte S zusammenlaufen. Jeder Punkt S bestimmt somit eindeutig eine Curve C_3, oder ein Individuum eines speciellen Curvennetzes mit sieben gemeinschaftlichen Basispunkten.

Jede Curve des Netzes ist nach ihrer Entstehung eine in der Verwandtschaft sich selbst entsprechende. Be-

wegt sich der Scheitel S auf einer Geraden, so bilden sämmtliche Curven C_3 ein Büschel durch das sich selbst entsprechende Punktepaar der Geraden. Somit entsteht eine *circulare* Curve C_3 nur für die Punkte S der unendlich fernen Geraden oder mit andern Worten:

Jede circulare Curve dritter Ordnung besitzt nur ein orthogonales Quadrupel,) welches aus den Berührungspunkten ihrer vier parallelen Tangenten besteht.*

In der Folge ist also der bestimmende Punkt S, den wir fortan mit S_0 bezeichnen wollen, unendlich fern zu denken und die Curve C_3 somit zu construiren als Ort der sich selbst entsprechenden Punkte auf allen Strahlen von vorgeschriebener Richtung. Der Punkt S_0 ergänzt die drei Punkte S_1, S_2, S_3 zu einem Quadrupel; die Tangenten dieser drei Punkte begegnen somit der reellen Asymptote in einem Punkte C_0 der Curve, der nothwendig als entsprechender zu S_0 ihr letzter Schnittpunkt mit dem Kreise K_u ist.

Das allen Richtungen S_0 entsprechende circulare Curvenbüschel umfasst auch sechs degenerirte Curven, welche in eine Seite $M_i M_k$ und den über der begrenzten Gegenseite als Durchmesser stehenden Halbkreis zerfallen, und deren Doppelpunkte die zwölf kritischen Mittelpunkte vertreten.

Bezeichnet man den Schnittpunkt der Asymptoten einer C_3 in den Kreispunkten als Centrum C_0' der Curve, so ist der Ort aller Centren der Kreis K_u, und man erkennt leicht, dass die Punkte C_0 und C_0' jeder Curve *Diametralpunkte* des Kreises K_u sind. Das Centrum ist also

---

*) Unter *Quadrupel* der C_3 verstehen wir in der Folge stets vier solche ihrer Punkte, welche einen gemeinschaftlichen Tangentialpunkt besitzen, der wieder ein Punkt der Curve ist.

nur dann ein Punkt der Curve, wenn es mit einem der Punkte S_i zusammenfällt. In diesem Falle ist die Richtung S_0 normal zur Gegenseite s_i; die Kreispunkte sind *conjugirte* Punkte; diese drei Curven, auf die wir im Folgenden zurückkommen, mögen als Curven C^* bezeichnet werden.

3. Jedes Individuum H des Büschels gleichseitiger Hyperbeln ist im Weitern der Ort eines Punktes, der mit den Punkten M_i vier Strahlen von constantem Doppelverhältniss bestimmt. Man hat es also in der Hand dem Doppelverhältniss der vier parallelen Tangenten der Curve C_3 (der absoluten Invariante) einen vorgeschriebenen Werth zu ertheilen.

Es ordnen sich also die Curven des Büschels in Paare von normalem Richtungsunterschied ihrer reellen Asymptoten, für welche der Werth der absoluten Invariante bei gleicher Reihenfolge der Tangenten derselbe ist; und in je 6 solcher Paare, wofür er einen vorgeschriebenen Werth hat. Insbesondere giebt es 6 harmonische Curven, welche sämmtlich reell sind und 6 solche mit der absoluten Invariante $+1$, welche durch die degenerirten vertreten werden.

Je zwei solche Curven C_3 und C_3', deren Asymptotenrichtungen zu einander normal sind, haben die zugehörige gleichseitige Hyperbel H zum gemeinsamen Polarkegelschnitt bezüglich der Punkte S_0 und S_0'. Somit sind die Asymptoten der Hyperbel zugleich die Asymptoten der Curven C_3 und C_3', und begegnen sich also in einem Punkte U_0 des Kreises K_u. Es sind also durch Festsetzung der Richtungen S_0 und S_0' sofort die drei Asymptoten jeder der beiden Curven des Paares angebbar.

Die beiden Curven C_3 und C_3' durchsetzen sich in

den Punkten M_i orthogonal und die Construction der Tangenten in den Punkten S_i zeigt sofort, dass diess auch für diese drei Punkte der Fall ist. Beide Curven treten auch zusammen auf, sobald man sie als Ort der Brennpunkte eines Kegelschnittsystems betrachtet, das die drei Seiten s_1, s_2, s_3 zu festen Tangenten und die gleichseitige Hyperbel H als Mittelpunktskegelschnitt besitzt. Diese Eigenschaften würden hinreichen zu beweisen, dass beide Curven confocal sind; wir werden diesen Satz später von anderer Seite her näher begründen.

B. Die Verwandtschaften der Inversion, in denen die Curve C_3 sich selbst entspricht.

4. Betrachtet man die erzeugenden Involutionen einer circularen Curve C_3 an den Punkten S_0 und S_1, so begegnen sich je zwei entsprechende Strahlenpaare in zwei conjugirten Punktepaaren $P_1 P_2$ und $Q_1 Q_2$ der Curve derart, dass $P_1 Q_2$ und $P_2 Q_1$ mit $S_2 S_3$ je ein Kreisviereck bestimmen, weil das Kreisbüschel durch $S_2 S_3$ den Punkt S_1 als sog. *Gegenpunkt* enthält. Somit ist die Summe der Gegenwinkel 2 R., und da überdiess die Gerade $S_2 M_2$ (siehe die Taf.) gemeinsame Winkelhalbirende der Winkel $(S_3 S_2 S_1)$ und $(P_2 S_2 Q_2)$ ist, so folgt die Gleichheit der Winkel $(S_3 P_1 S_1)$ und $(P_2 S_2 S_1)$. Da zudem der Winkel $(P_1 S_1 S_3)$ gleich dem Winkel $(S_2 S_1 P_2)$ so ergibt sich, dass

$$\triangle P_1 S_1 S_3 \sim \triangle S_2 S_1 P_2 \text{ und } \triangle Q_1 S_1 S_3 \sim \triangle S_2 S_1 Q_2.$$

Bezeichnen also s_1, s_2, s_3 zugleich die begrenzten Längen der Seiten des Fundamentaldreiecks, so folgt:

$$S_1 P_1 \cdot S_1 P_2 = S_1 Q_1 \cdot S_1 Q_2 = s_2 s_3 = k_1^2 = \text{constant}.$$

Verbindet man jetzt die Punktepaare $P_1 P_2$ und $Q_1 Q_2$ mit S_2 und S_3, so schneiden sich diese Strahlen paar-

weise in zwei neuen conjugirten Paaren $P_3 P_4$, und $Q_3 Q_4$, welche die vorigen Paare zu Quadrupeln ergänzen, und es findet in Rücksicht der Punkte S_2 und S_3 die analoge Beziehung statt:

$$S_2 P_1 \cdot S_2 P_3 = S_2 Q_1 \cdot S_2 Q_3 = s_1 s_3 = k_2^2 = \text{constant.}$$
$$S_3 P_1 \cdot S_3 P_4 = S_3 Q_1 \cdot S_3 Q_4 = s_1 s_2 = k_3^2 = \text{constant.}$$

d. h. das Product der Abstände conjugirter Punktepaare oder von Punkten auf symmetrischen Halbstrahlen der Involution an den Punkten S_1, S_2, S_3 von diesen Punkten ist constant. — Beschreibt man also um S_1, S_2, S_3 als Mittelpunkte je einen Kreis vom Radius k_1, k_2, k_3 resp., so entspricht die Curve in Bezug auf diesen Kreis sich selbst, wenn zur Abbildung nach reziproken Radien noch ein Umklappen um die Gerade $S_1 M_1$, $S_2 M_2$, $S_3 M_3$ resp. hinzutritt.

Wir nennen diese Verwandtschaft in der Folge *Inversion.*

Je zwei Paare nach derselben Inversion conjugirter Punktepaare bilden mit dem Mittelpunkt derselben zwei Paare ähnlicher Dreiecke von gleichem Umfahrungssinn.

5. Sind also $P_1 P_2$, $P_3 P_4$ und $P_5 P_6$ irgend drei Paare conjugirter Punkte bezüglich der ersten Inversion; bezeichnet ferner ϱ_{ik} den absoluten Betrag der Entfernung $P_i P_k$, σ_k den Abstand des Punktes P_k von S_1, so ist in Folge der angegebenen Aehnlichkeit der entstehenden Dreieckspaare:

$$\begin{aligned}
&\frac{\varrho_{13}}{\varrho_{24}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_4} = \frac{\sigma_3}{\sigma_2} \text{ und } \frac{\varrho_{14}}{\varrho_{23}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{\sigma_4}{\sigma_2} \\
&\frac{\varrho_{15}}{\varrho_{26}} = \frac{\sigma_5}{\sigma_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_6} \text{ und } \frac{\varrho_{25}}{\varrho_{16}} = \frac{\sigma_2}{\sigma_6} = \frac{\sigma_5}{\sigma_1} \qquad (1) \\
&\frac{\varrho_{35}}{\varrho_{46}} = \frac{\sigma_5}{\sigma_4} = \frac{\sigma_3}{\sigma_6} \text{ und } \frac{\varrho_{45}}{\varrho_{36}} = \frac{\sigma_5}{\sigma_3} = \frac{\sigma_4}{\sigma_6}
\end{aligned}$$

woraus durch Elimination der σ folgt:

$$\begin{aligned}
\frac{\varrho_{13}\cdot\varrho_{14}}{\varrho_{15}\cdot\varrho_{16}} &= \frac{\varrho_{23}\cdot\varrho_{24}}{\varrho_{25}\cdot\varrho_{26}}\\
\frac{\varrho_{31}\cdot\varrho_{32}}{\varrho_{35}\cdot\varrho_{36}} &= \frac{\varrho_{41}\cdot\varrho_{42}}{\varrho_{45}\cdot\varrho_{46}} \qquad (2)\\
\frac{\varrho_{51}\cdot\varrho_{52}}{\varrho_{53}\cdot\varrho_{54}} &= \frac{\varrho_{61}\cdot\varrho_{62}}{\varrho_{63}\cdot\varrho_{64}}
\end{aligned}$$

Durch Multiplication vorstehender Gleichungen und Combination des Resultates mit jeder derselben, folgen weiter die Relationen:

$$\begin{aligned}
\varrho_{13}\cdot\varrho_{25}\cdot\varrho_{46} &= \varrho_{16}\cdot\varrho_{24}\cdot\varrho_{35}\\
\varrho_{15}\cdot\varrho_{23}\cdot\varrho_{46} &= \varrho_{14}\cdot\varrho_{26}\cdot\varrho_{35} \qquad (3)\\
\varrho_{14}\cdot\varrho_{25}\cdot\varrho_{36} &= \varrho_{16}\cdot\varrho_{23}\cdot\varrho_{45}\\
\varrho_{13}\cdot\varrho_{26}\cdot\varrho_{45} &= \varrho_{15}\cdot\varrho_{24}\cdot\varrho_{36}
\end{aligned}$$

Diese Gleichungen bringen die geometrischen Eigenschaften der Inversion zum Ausdruck:

Hält man zwei Paare $P_3\,P_4$ und $P_5\,P_6$ beispielsweise fest, so folgt nach (3), dass dem Kreisbüschel mit den Nullkreisen P_3 und P_5 das Kreisbüschel mit P_4 und P_6 als Nullkreisen entspricht; und ebenso, dass ein Büschel mit den Nullkreisen P_3 und P_6 übergeht in ein solches, welches P_4 und P_5 zu Nullkreisen besitzt. Die Gleichungen (2) dagegen besagen, dass ein Kreisbüschel, dessen Nullkreise conjugirte Punkte sind, in sich selbst übergeht. Ein Kreis geht aber nach (3) insbesondere in sich selbst über, wenn P_3 mit P_4 und zugleich P_5 mit P_6 identisch ist, d. h. alle Kreise eines Büschels, welches die sich selbst entsprechenden Punkte zu Nullkreisen hat, gehen in sich selbst über. Es giebt aber in jeder der drei Inversionen zwei orthogonal conjugirte Büschel solcher Kreise; beispielsweise für die erste Inversion ein Büschel B_{14} mit

der Centralen $M_1 M_4$ und ihrem Schnittpunktepaar mit dem Inversionskreis als Paar der Nullkreise; und ein Büschel B_{23} mit der Centrale $M_2 M_3$, welches den Inversionskreis diametral schneidet oder *durch* die vorigen Nullkreise.

Ebenso existiren für die zweite Inversion zwei Büschel B_{24} und B_{13}, und für die dritte die Büschel B_{34} und B_{12} sich selbst entsprechender Kreise.

6. Betrachten wir im Weitern zwei Quadrupel von Punkten $U_1 \ldots U_4$ und $V_1 \ldots V_4$ der Curve, welche zum Quadrupel der Punkte M perspectivisch liegen, so folgt aus den Relationen

$$S_1 U_1 \cdot S_1 U_2 = S_1 V_1 \cdot S_1 V_2 = k_1^2$$
$$\text{und } S_1 U_3 \cdot S_1 U_4 = S_1 V_3 \cdot S_1 V_4 = k_1^2$$

sowie der die conjugirten Paare beherrschenden Symmetrie zur Geraden $M_1 M_4$, dass die vier Punkte U_1, U_2, V_1, V_2, sowie U_3, U_4, V_3, V_4 je auf einem Kreise K_1 und K_4 des Büschels B_{14} liegen und dass ebenso U_1, U_2, V_3, V_4 sowie U_3, U_4, V_1, V_2 je einem Kreis K_2 und K_3 des Büschels B_{23} angehören.

Bezeichnet man nun die besondern vier sich selbst entsprechenden Kreise, welche die Punkte M_i zu Mittelpunkten haben, mit K_i^m, ihre Radien mit r_i, so werden die Kreise K_2^m und K_3^m von K_1 und K_4 orthogonal getroffen, so dass

$$r_2^2 = M_2 U_1 \cdot M_2 V_1 = M_2 U_2 \cdot M_2 V_2 = M_2 U_3 \cdot M_2 V_3 = M_2 U_4 \cdot M_2 V_4$$

und ebenso

$$r_3^2 = M_3 U_1 \cdot M_3 V_2 = M_3 U_2 \cdot M_3 V_1 = M_3 U_3 \cdot M_3 V_4 = M_3 U_4 \cdot M_3 V_3$$

Somit sind K_2 und K_3 reziproke Kreise bezüglich jedes der beiden Kreise K_2^m und K_3^m, die sich gegenseitig, indessen K_1 und K_4 sich selbst, entsprechen.

In analoger Weise folgt, dass die Kreise K_2 und K_3 sich selbst entsprechen für K_1^m und K_4^m als Reciprocitätskreise und aus

$$r_1^2 = M_1U_1 \cdot M_1V_3 = M_1U_2 \cdot M_1V_4 = M_1U_3 \cdot M_1V_1 = M_1U_4 \cdot M_1V_2$$

sowie

$$r_4^2 = M_4U_1 \cdot M_4V_4 = M_4U_2 \cdot M_4V_3 = M_4U_3 \cdot M_4V_2 = M_4U_4 \cdot M_4V_1$$

dass die Kreise K_1 und K_4 bezüglich K_1^m und K_4^m sich gegenseitig nach reziproken Radien entsprechen.

Die Gesammtheit der Kreispaare $K_2\,K_3$ bilden eine Involution im Büschel B_{23} mit M_2 und M_3 als gemeinschaftlichen Aehnlichkeitspunkten entsprechender Kreise und ebenso bilden die Paare $K_1\,K_4$ eine Involution im Büschel B_{14} mit M_1 und M_4 als gemeinschaftlichen Aehnkeitspunkten. Der vorige Zusammenhang lässt sich dann in folgender Form aussprechen:

Die Curve dritter Ordnung ist drei Mal das Erzeugniss zweier projectivischer Involutionen von Kreispaaren orthogonal conjugirter Büschel. Zwei Paare liegen in jeder Involution als gegeben und entsprechend vor und es genügt somit die Festsetzung eines weitern Paares zur Bestimmung der Projectivität. Es ist daher bloss eine andere Ausdrucksweise des Vorigen, wenn wir sagen:

Die 8 Punkte je zweier zum orthogonalen Quadrupel perspectivisch liegender Quadrupel vertheilen sich jedesmal zu vieren in 12 Kreise, welche zu zweien drei Paaren orthogonal conjugirter Büschel in der Weise angehören, dass durch jeden Punkt 6 Kreise gehen.

Andererseits folgt daraus sofort:

Die Curve dritter Ordnung ist sich selbst reziprok für jede Ecke M_i des orthogonalen Quadrupels als Cen-

trum und den Kreis K_i^m als Transformationskreis. Von diesen Kreisen sind drei reell, der vierte rein imaginär und alle vier schneiden sich gegenseitig orthogonal.

Ihre Radien sind übrigens durch das Dreieck $S_1\ S_2\ S_3$ vollständig bestimmt und können auch mittelst der Ausdrücke:

$$r_1^2 = \frac{2\,s_1\,s_2\,s_3}{-s_1+s_2+s_3}, \quad r_2^2 = \frac{2\,s_1\,s_2\,s_3}{s_1-s_2+s_3}$$

$$r_3^2 = \frac{2\,s_1\,s_2\,s_4}{s_1+s_2-s_3}, \quad r_4^2 = -\frac{2\,s_1\,s_2\,s_3}{s_1+s_2+s_3}$$

berechnet werden.

7. Jeder Transformationskreis K_i^m schneidet die Curve orthogonal in je vier Punkten $Q_1 \ldots Q_4$, welche jedesmal die drei übrigen Centren M_i. zum Diagonaldreieck haben: Je drei Punkte M_i bilden also ein Tripel harmonischer Pole für den Kreis K_i^m des vierten Punktes M_i. Der durch die vier Punkte Q und durch den zugehörigen Mittelpunkt M gehende Kegelschnitt ist jedesmal der *Polarkegelschnitt* dieses Punktes bezüglich der Curve. Durch die Abbildung dieses Kegelschnittes und seiner Tangenten gelangt man zu der bekannten Eigenschaft, dass die Curve vier Mal die Enveloppe eines Systems doppelt berührender Kreise ist, die sämmtlich den Transformations-Kreis orthogonal durchsetzen und ihre Mittelpunkte auf einer *Parabel* haben. Die Schnittpunkte der Parabel mit dem Kreis K_i^m sind die Berührungspunkte der gemeinsamen Tangenten zwischen diesem und dem Polarkegelschnitt und *Brennpunkte* der Curve dritter Ordnung.

Die Kreise K_i^m sind also die Brennkreise der Curve, welche ihre 16 Brennpunkte zu vieren enthalten.

Da ferner der Kreis K_i^m und die Focalparabel dasselbe Tripel, aus drei Ecken des orthogonalen Quadrupels bestehend, besitzen, so ist die Axenrichtung S_o' der Parabel die eine und S_o die andere Richtung der Winkelhalbirenden der beiden Strahlen, unter welchen die Brennpunkte von M_i aus paarweise gesehen werden. Die Brennpunkte sind daher ohne Kenntniss der Focalparabel leicht zu construiren, und da die Construction bezüglich beider Richtungen S_o und S_o' symmetrisch ist, so sind die Curven C_3 und C_3' confocale Curven des Büschels.

Die Curven von normalem Richtungsunterschied ihrer reellen Asymptoten sind demnach Paare orthogonaler confocaler Curven mit vier gemeinschaftlichen Brennkreisen. Die vier Brennpunkte jedes Brennkreises theilen sich ebenfalls, wie die Punkte der Curve, in drei Paare *conjugirter* Punkte bezüglich jedes der Punkte S_1, S_2, S_3.

8. Von den 16 Brennpunkten sind nur die auf dem Kreis K_2^m der Figur gelegenen reell; aus ihnen erhält man aber sofort die übrigen; denn die Perpendikel aus M_2 auf die Geraden $B_1 B_2$ und $B_3 B_4$ enthalten die auf dem Kreis K_3^m liegenden, die Perpendikel auf $B_1 B_3$ und $B_2 B_4$ die auf K_1^m, endlich die Normalen zu $B_1 B_4$ und $B_2 B_3$ die auf K_4^m liegenden Brennpunkte. *Damit ist das ganze System der Brennpunkte und ihrer Verbindungsgeraden in einfachster Weise zur Anschauung gebracht:* Durch jeden Brennpunkt geht mindestens eine reelle Gerade, die als Träger einer reellen Punktinvolution zwei nicht reelle Brennpunkte enthält.

Die vier Quadrupel der Punkte Q sind die *cyklischen Punkte* der Curve, von denen acht reell sind. Und weiter folgt:

Jedes Mal, wenn der Polarkegelschnitt einer Ecke des

orthogonalen Quadrupels ein umschriebenes und geschlossenes Tangentenpolygon von n Seiten enthält, dessen Ecken Punkte des zugehörigen Brennkreises sind, so ordnen sich im entsprechenden System doppelt berührender Kreise diese unendlich oft in Gruppen zu n, von denen jeder seine beiden Nachbarn derart berührt, dass dieser Kreisring sich jedes Mal schliesst.

Die confocalen Curven C_3 und C_3' sind umgekehrt bestimmt, *sobald auf einem Kreise* K_i^m *vier willkürliche Punkte als Brennpunkte fixirt werden;* man construirt daraus sofort das orthogonale Quadrupel, sowie die Richtungen S_0 und S_0'. Diese Eindeutigkeit bleibt bestehen, wenn drei der Brennpunkte und der Kreis K_2^m weggelassen, dagegen ihre Verbindungslinien und der zugehörige Punkt S gegeben werden, dessen Festsetzung in gewissem Sinne der Angabe von drei homogenen Constanten gleichkommt, welche in die Distanzrelationen zwischen Curvenpunkt und Brennpunkt eingehen.

C. Die besondern Curven C des Büschels und die Steiner'schen Lehrsätze.*

9. Nach Früherem (*A*, 2) haben wir unter den Curven C^* diejenigen zu verstehen, welche die *Kreispunkte* als conjugirtes Punktepaar enthalten, oder für welche einer der drei Punkte S_i Centrum der Curve ist. Für jeden Punkt einer dieser drei besondern Curven hat jedesmal eine der drei erzeugenden Strahleninvolutionen rechtwinklige Doppelstrahlen; mit andern Worten:

Sämmtliche Quadrupel theilen sich bezüglich des zugehörigen Punktes S in Paare conjugirter Punkte $A_1 A_2$ *und* $A_3 A_4$, *so dass von jedem Punkt der Curve aus die Strecke* $A_1 A_3$ *unter demselben (veränderlichen) Winkel*

erscheint wie die Strecke $A_2 A_4$, welche Eigenschaft sich wiederholt bezüglich der Strecken $A_1 A_4$ und $A_2 A_3$. Sie gilt überhaupt für beliebige Strecken, die von entsprechenden Curvenpunkten begrenzt werden, insbesondere werden also auch Oval und Ast von allen Punkten der Curve aus unter dem gleichen Winkel gesehen.

Die Curve ist jetzt unendlich oft das Erzeugniss projectivischer Kreisbüschel, in denen sich Kreise mit gleichem Centriwinkel über entsprechenden Strecken entsprechen.

Speciell aus dem *orthogonalen* Quadrupel entsteht die Curve $C_1{}^*$ durch zwei solche Büschel über $M_1 M_2$ und $M_3 M_4$, sowie über $M_1 M_3$ und $M_2 M_4$; wird dagegen je eines der Büschel durch sein symmetrisches ersetzt, so entsteht im ersten Falle die Curve $C_2{}^*$, im andern die Curve $C_3{}^*$.

Jede der Curven $C_i{}^*$ wird also auf zwei verschiedene Arten und je zwei Mal erhalten; überdiess ist jede derselben noch Erzeugniss zweier projectivischer Kreisbüschel über dem dritten Gegenseitenpaare, wobei entsprechende Kreise sich orthogonal schneiden.

Das eine der beiden Büschel kann jedesmal durch das Büschel der gemeinschaftlichen Sekanten ersetzt werden, dessen Scheitel oder Gegenpunkt der dritte Schnittpunkt derjenigen Sehne ist, welche zu den über den gegebenen Strecken als Durchmesser stehenden Kreisen gehört und der durch Verbindung mit dem Schnittpunkt beider Strecken die Asymptotenrichtung der Curve bestimmt.

Somit haben wir nach *Steiner* den Satz:

„*Sind in einer Ebene irgend zwei Sehnen aa_1 und bb_1 in beliebiger fester Lage gegeben, und beschreibt man über denselben je ein Paar solcher Kreise A^2 und B^2, oder $A_1{}^2$ und $B_1{}^2$, deren Centriwinkel über den respectiven*

Sehnen einander gleich sind, so geht die gemeinschaftliche Sekante jedes dieser Kreispaare stets durch einen und denselben bestimmten Punkt p; und beschreibt man verwechselt je ein Paar solcher Kreise A^2 *und* $B_1{}^2$, *oder* $A_1{}^2$ *und* B^2, *deren Centriwinkel über den Sehnen ebenfalls einander gleich sind, so geht die gemeinschaftliche Sekante jedes dieser Kreispaare durch einen andern bestimmten Punkt q; und diese beiden Punkte p und q liegen in der gemeinschaftlichen Sekante der besondern Kreise, welche* aa_1 *und* bb_1 *zu Durchmessern haben.“* (Lehrsätze II, 4.)

10. Betrachtet man im Weitern das Kreisbüschel durch die Punkte S_2 und S_3, so ist S_1 sein Gegenpunkt, und weil der Punkt S_0 auf der Centrale c dieses Büschels liegt, so geht die Sekante des variablen Schnittpunktepaares drei Mal, also *jedesmal*, durch den Mittelpunkt des entsprechenden Kreises.

Die Curve ist also Ort der Schnittpunkte eines Kreisbüschels mit seinem durch einen festen Punkt gehenden Durchmesserbüschel. Verbindet man auch die Schnittpunkte X, X' jedes Kreises auf der Centralen c mit dem Paar PP' von Curvenpunkten, so formiren diese Geraden ein Rechteck, und weil sie das nach S_2 und S_3 gehende Geradenpaar an P und P' halbiren, so umhüllen alle diese Rechtecke die eine der drei *Cayley*'schen *Curven* dritter Classe, welche die unendlich ferne Gerade berührt. Die Curven dritter Ordnung und Classe entstehen also immer gleichzeitig, und man erkennt hier besonders scharf die weitgehende Analogie der Eigenschaften der Curven C^* mit denjenigen des Kreises.

Die Curve C^* *erscheint also als Ort der Gegenecken eines Rechteckes, dessen eine Diagonale stets auf einer festen Geraden c liegt, indessen die andere stets einen festen*

Punkt enthält, oder als Ort des Scheitels eines rechten Winkels, dessen Schenkel einer Curve dritter Classe entlang gleiten. Zugleich ergiebt sich daraus folgende einfache *Tangentenconstruction:* Man construire mittelst ähnlicher Dreiecke, etwa $P_1 S_1 M_3$ und $P_2 M_2 S_1$, den conjugirten Punkt P_2 zu P_1, so ist die symmetrische Gerade zu $P_1 P_2$ bezüglich der beiden in P_1 zusammenstossenden Rechteckseiten die verlangte Tangente.

11. Enthält im Fernern ein *Kegelschnittgewebe* das Kreispunktepaar als degenerirten Kegelschnitt, so ist der Ort aller in Punktepaare zerfallenden Kegelschnitte identisch mit dem Ort der Brennpunkte aller Kegelschnitte und eine Curve der vorliegenden Art.*)

Das Gewebe sei nun zunächst bestimmt durch eine willkürlich in der Ebene gegebene Schaar und das Kreispunktepaar; der im Endlichen liegende Brennpunkt der Parabel dieser Schaar wird der Punkt S_1, die Axenrichtung der Parabel die Asymptoten-Richtung S_0 unserer Curve C_1^* und diese selbst der Ort aller Brennpunkte der Schaar, welche zugleich ihre conjugirten Punktepaare sind, indessen die Axen aller Kegelschnitte die vorhin genannte *Cayley*'sche Curve umhüllen.

Bezeichnet man mit *Steiner* jetzt irgend ein conjugirtes Punktepaar der C_1^* mit $a\alpha$, den Brennpunkt S_1 der Parabel mit c, so ist nach früherem, wenn xx', yy', zz' zugleich die drei Gegeneckenpaare des gemeinsamen Tangentenvierseits der Schaar bezeichnen:

$$ca \cdot c\alpha = cx \cdot cx' = cy \cdot cy' = cz \cdot cz' = k_1^2.$$

Hält man die Parabel P fest, indessen die Tangente zy'

*) Man vergl. *Schröter:* Math. Annalen Bd. V, pag. 50 ff. und ebenda *Durège:* Bd. V, pag. 83 ff.

mit zx und yz' mit xy' zur Deckung gebracht wird, so gehen die Schnittpunkte zz' über in die Berührungspunkte p, q der Parabel, wobei $cp \,.\, cq = cx^2$.

Sind analog r und s die Berührungspunkte der beiden Tangenten durch x', so ist ebenso $cr \,.\, cs = cx'^2$. Somit ist $c\alpha^2 \,.\, c\alpha^2 = cx^2 \,.\, cx'^2 = cp \,.\, cq \,.\, cr \,.\, cs = k_1^4$, d. h. nach *Steiner:*

„*Das Rechteck unter den Abständen der beiden Brennpunkte a, α jedes einem vollständigen Vierseit eingeschriebenen Kegelschnittes A^2 vom Brennpunkt c der Parabel ist constant (an Inhalt) und zwar gleich der Quadratwurzel aus dem Product der vier Leitstrahlen, welche aus dem Brennpunkt der Parabel nach ihren Berührungspunkten mit den Seiten des Vierseits gehen.*"

Da aber $cx \,.\, cx' = ca \,.\, c\alpha$, so kann man an Stelle des Paares xx' das Paar $a\alpha$ setzen. Man hat also ferner den *Steiner*'schen Satz:

„*Legt man aus den beiden Brennpunkten $a\alpha$ jedes eingeschriebenen Kegelschnittes A^2 an die Parabel P^2 die zwei Paar Tangenten, so ist das Product der vier Leitstrahlen, welche aus dem Brennpunkt c der Parabel nach den Berührungspunkten (p_1, q_1, r_1, s_1) dieser Tangenten gehen, ebenfalls constant, und zwar gleich jenem vorgenannten Producte.* Also ist

$$ca \,.\, c\alpha = \text{const.} = \sqrt{cp \,.\, cq \,.\, cr \,.\, cs}$$

und $cp_1 \,.\, cq_1 \,.\, cr_1 \,.\, cs_1 = \text{const.} = cp \,.\, cq \,.\, cr \,.\, cs$."

Sind jetzt a, α; b, β; c, γ irgend drei conjugirte Punktepaare, so finden zwischen ihren Abständen die Relationen (2) statt. *Steiner* giebt eine derselben an in folgendem Satze:

„*Sind a und α, b und β, c und γ die Brennpunkte irgend dreier demselben Vierseit eingeschriebenen Kegel-*

schnitte, so findet zwischen ihren gegenseitigen Abständen allemal die Relation statt, dass z. B.

$$\frac{ac \cdot \alpha c}{bc \cdot \beta e} = \frac{a\gamma \cdot \alpha\gamma}{b\gamma \cdot \beta\gamma}$$

ist."

12. Das Gewebe möge jetzt gegeben sein durch eine willkürliche confocale Schaar und eine beliebige Parabel, so ist die Curve C^* zu construiren als Ort der Gegeneckenpaare der allen Kegelschnitten und der Parabel gemeinsamen Tangentenvierseite. Jedes Gegeneckenpaar bildet aber ein Paar conjugirter Punkte, und daher ergiebt sich unmittelbar aus dem Vorangegangenen der Satz:

„*Sind in einer Ebene eine Parabel P^2 und irgend ein System confocaler Kegelschnitte C^2 in fester Lage gegeben, so hat die P^2 mit jedem C^2 vier Tangenten gemein, von welchen P^2 in vier Punkten a, b, c und d berührt wird. Das Product der aus dem Brennpunkt f der Parabel nach den je vier Berührungspunkten gezogenen Leitstrahlen ist constant,*

also $fa \cdot fb \cdot fc \cdot fd = constant.$" (Lehrsätze I, 4a.)

Wählt man als Brennpunktepaar der confocalen Schaar eines der vorigen Paare, etwa a, α, so hat diese Constante den Werth k_1^4, weil dann Gewebe und Curve dieselben bleiben. Die Constantenbestimmung giebt *Steiner* durch den Zusatz:

„*Wird die Parabel von den aus den gemeinschaftlichen Brennpunkten der Kegelschnitte C^2 an sie gezogenen zwei Paar Tangenten in den Punkten a_1, b_1, c_1, d_1 berührt, so hat insbesondere auch das Product*

$fa_1 \cdot fb_1 \cdot fc_1 \cdot fd_1$ *denselben constanten Werth.*"

Die Constante k_1 ist aber durch das Paar der gemeinschaftlichen Brennpunkte a, α und den Brennpunkt f der

Parabel allein schon vollkommen bestimmt, und bleibt somit, wenn auch das Gewebe und die Curve selbst sich ändern, dieselbe. Diese Eigenschaft hat *Steiner* in folgender Fassung ausgesprochen:

„*Wird die Parabel in derselben Ebene um ihren fest bleibenden Brennpunkt f beliebig herum bewegt, wobei sich die durch jeden Kegelschnitt C^2 bedingten vier Berührungspunkte a, b, c, d ändern, so behält das Product*

$$fa \,.\, fb \,.\, fc \,.\, fd$$

für alle Kegelschnitte C^2 denselben constanten Werth“ (Lehrsätze I, 4 b). Und ferner:

„*Für jede beliebige andere Parabel, welche nur denselben Brennpunkt f hat, behält das genannte Product den nämlichen constanten Werth*“ (Lehrsätze I, 4 c).

Endlich ist auch die an nämlicher Stelle unter 4 d) angeführte Eigenschaft leicht zu bestätigen. Lässt man nämlich die Punkte a und α zusammenfallen, so hat die Curve C_1^* in a einen *Doppelpunkt;* die Schaar confocaler Kegelschnitte geht über in ein System *concentrischer Kreise* (Abschnitt *E*, 25), so dass ohne Weiteres die Bemerkung *Steiners* erhellt:

„*Die angegebenen Eigenschaften 4a) 4b) 4c) bleiben in analoger Weise bestehen, wenn an die Stelle confocaler Kegelschnitte C^2 ein System concentrischer Kreise tritt.*“

Auch die früheren Formeln (3) lassen sich geometrisch interpretiren: *Aus den Brennpunktspaaren dreier willkürlicher, demselben Vierseit eingeschriebener Kegelschnitte lassen sich stets vier Sechsecke formiren, für welche das Product dreier nicht aufeinanderfolgender Seiten gleich ist dem Product der drei andern.*

13. Kehren wir für den Augenblick zur Curve C^* zurück. Ist $P_1 P_2$ irgend ein Paar bezüglich S_1 con-

jugirter Punkte derselben und errichtet man in diesen auf die Geraden $S_1 P_1$ und $S_1 P_2$ die Normalen p_2 und p_1, so sind p_1 und p_2 die zur Geraden $M_1 S_1$ orthogonalsymmetrischen Polaren der Punkte P_1 und P_2 bezüglich des Inversionskreises vom Radius k_1.

Somit ist C^* die Fusspunktscurve einer Curve dritter Classe C^3, der inversen Curve von C^*, welche die unendlich ferne Gerade in der Richtung S_0' berührt und den Pol S_1 zum Brennpnnkt hat.

C^3 entsteht zugleich mit der genannten *Cayley*'schen Curve dritter Classe dadurch, dass man in den Gegenecken P und P' (welche zu C^* gehören) jedes der *Cayley*'schen Curve umschriebenen Rechteckes die Normalen zu der durch S_1 gehenden Diagonalen errichtet, oder die Tangenten an den durch $S_2 S_3$ gehenden Kreis legt.

Diese Eigenschaft der Curve C^* giebt zu einigen weitern Sätzen Veranlassung, die durch Inversion sozusagen aus den vorigen *Steiner*'schen Sätzen hervorgehen. Da bei der inversen Abbildung der Gesammtfigur die confocalen Parabeln des Gewebes in ein Büschel von Kreisen übergehen, welche sich im Punkte S_1 berühren, so beziehen sich die folgenden Sätze auf Eigenschaften des Kreises. Als Uebergang dient folgender Satz:

Errichtet man in den Gegeneckenpaaren aa_1, bb_1, cc_1 eines beliebigen einer Parabel umschriebenen Tangentenvierseits die Perpendikel auf die zugehörigen Leitstrahlen, so schneiden sie sich zu dreien in vier Punkten eines Kreises, welcher stets den Brennpunkt der Parabel enthält.

Umgekehrt folgt daraus für den Kreis:

Fällt man von einem willkürlichen Punkt f eines Kreises auf die drei Gegenseitenpaare eines beliebigen demselben eingeschriebenen Vierecks die Perpendikel, so

liegen die Fusspunkte zu dreien in vier Tangenten einer Parabel, welche allemal den Punkt f zum Brennpunkt hat.

Und ebenso ist nach *Steiner* evident:

„Beim vollständigen Viereck im Kreis haben die Rechtecke unter den drei Paar Perpendikeln, welche aus irgend einem Punkte des Kreises auf die drei Paar Gegenseiten des Vierecks gefällt werden, jedes Mal gleichen Inhalt“; denn die Fusspunkte bilden drei Paare conjugirter Punkte der C^*. — Ferner kann zugefügt werden:

Schneidet ein durch den festen Punkt f gehender Kreis zwei willkürliche Geraden, in den Abständen p_1 und p_2 von ihm, in vier Punkten a, b, c, d, und sind a_1, b_1, c_1, d_1 die Fusspunkte der Perpendikel aus f auf die Kreistangenten dieser Punkte a, b, c, d, so ist stets

$$\sqrt{fa_1 \cdot fb_1 \cdot fc_1 \cdot fd_1} = \text{constant} = p_1 \cdot p_2$$

was für einen Kreis durch den Punkt f man auch wählen mag.

14. Eine weitere Gruppe von Sätzen der zweiten *Steiner*'schen Mittheilung kann leicht unter Zugrundelegung derjenigen Verwandtschaft bewiesen werden, welche den Punkt M_4 nicht als *Höhenpunkt* sondern als *Schwerpunkt* des Dreieckes $M_1 M_2 M_3$ enthält. Nach *Steiner* seien die Ecken des Dreieckes mit a, b, c, die Mitten seiner Seiten mit a_1, b_1, c_1 bezeichnet.

Denkt man sich zunächst den in der neuen Verwandtschaft den Punkten einer Geraden entsprechenden Kegelschnitt durch $a_1 b_1 c_1$, so ist dieser unter den gemachten Voraussetzungen über die Verwandtschaft Ort der Mittelpunkte aller Kegelschnitte C_1^2 eines Büschels durch abc, welches den h. Pol der genannten Geraden bezüglich des Dreieckes abc zum vierten Grundpunkt hat.

Ist also jetzt p ein bestimmter Punkt jener Geraden, und m sein entsprechender, so ist der Ort der h. Pole aller Geraden durch den Punkt p bezüglich des Dreieckes abc derjenige durch abc gehende Kegelschnitt C_1^2, welcher m zum Mittelpunkt hat. Die Tangenten α_1, β_1, γ_1 von C_1^2 in den Ecken abc sind also die vierten harmonischen Strahlen zu den Verbindungslinien α, β, γ der genannten Ecken mit dem Punkte p und bezüglich der Seitenpaare des Dreieckes, welche in der betrachteten Ecke zusammenstossen.

Legt man andererseits die drei Parallelen durch p zu den Tangentan α_1, β_1, γ_1, so schneiden diese nothwendig die entsprechenden Seiten des Dreiecks abc in zu p äquidistanten Punktepaaren r, r_1; s_1, s_1; t_1, t_1, welche somit einem Kegelschnitt C^2 angehören, welcher p zum Mittelpunkt hat. Wir zeigen, dass C^2 und C_1^2 jedesmal ähnlich und ähnlich liegende Kegelschnitte sind.

Bezeichnet man den Schnittpunkt der Tangenten α_1 und β_1 mit π, so ist, weil rr_1 parallel zu α_1 und ss_1 parallel zu β_1 gezogen wurde, $\Delta a\pi b \sim \Delta rps$. Ist also a_1 die Mitte von ab und γ_1 die Mitte rs, so ist πc_1 parallel zu $p\gamma_1$. Aber diese Richtung ist die zu ab conjugirte Durchmesserrichtung für beide Kegelschnitte C^2 und C_1^2, und da sich diese Eigenschaft für die Seiten bc und ca wiederholt, so haben beide Kegelschnitte congruente und parallele Durchmesserinvolutionen. Wir können also das Ergebniss in den *Steiner*'schen Satz zusammenfassen:

„*Werden durch irgend einen Punkt p in der Ebene eines gegebenen Dreiseits ABC diejenigen drei Geraden* rr_1, ss_1, tt_1 *gezogen, welche beziehlich von A und B, B und C, C und A begrenzt und durch den Punkt p ge-*

hälftet werden, so liegen ihre drei Paar Endpunkte r, r_1; s, s_1; t, t_1 *allemal in irgend einem Kegelschnitt* C^2, *welcher nothwendiger Weise den Punkt* p *zum Mittelpunkt hat. Und zieht man ferner aus demselben Punkt* p *Strahlen* α, β, γ *nach den Ecken* a, b, c *des Dreiseits und construirt in jeder Ecke zu den zwei anliegenden Seiten und dem jedesmaligen Strahle den vierten, dem letzteren zugeordneten, harmonischen Strahl, beziehlich* α_1, β_1 *und* γ_1, *so werden diese drei neuen Strahlen in den respectiven Ecken des Dreieckes allemal von einem solchen Kegelschnitt* C_1^2 *berührt, welcher jenem Kegelschnitt* C^2 *ähnlich ist und mit ihm ähnlich liegt, so dass die sich entsprechenden Axen beider Kegelschnitte parallel sind, „ebenso ihre Asymptoten, falls sie Hyperbeln sind." — „Umgekehrt ist durch jeden dem Dreieck* abc *umschriebenen Kegelschnitt* C_1^2 *der Punkt* p, *sowie der ihm zugehörige Kegelschnitt* C^2 *bestimmt. Somit giebt es nur einen Pol* p, *für welchen der zugehörige Kegelschnitt* C^2 *ein Kreis wird, oder bei welchem die drei Geraden* rr_1, ss_1, tt_1 *einander gleich werden; derselbe wird durch den dem Dreieck* abc *umschriebenen Kreis bestimmt"* — als entsprechender nämlich zum Mittelpunkte m jenes Kreises in der besagten Verwandtschaft.

Alle gleichseitigen Hyperbeln durch abc haben den Höhenpunkt h des Dreieckes abc zum vierten Grundpunkt; ihre Mittelpunkte m liegen auf einem dem Dreieck $a_1 b_1 c_1$ umschriebenen Kreise und die diesem entsprechenden Puukte p sind Punkte der Polaren H des Punktes h bezüglich des Dreieckes abc. Infolge dessen fährt *Steiner* fort:

„Sollen die Kegelschnitte C^2 *und* C_1^2 *insbesondere gleichseitige Hyperbeln sein, so ist der Ort des Poles* p

eine bestimmte Gerade H; nämlich sind a_1', b_1', c_1' die Fusspunkte der aus den Ecken a, b, c auf die Gegenseiten A, B, C gefällten Perpendikel, so liegen die drei Schnitte der Geraden $a_1'b_1'$ und C, $a_1'c_1'$ und B, $b_1'c_1'$ und A in einer Geraden — und diese ist die genannte Gerade H."

Wählt man im Weitern die unendlich ferne Gerade als Ort des Mittelpunktes m, so werden die Kegelschnitte C_1^2 sämmtlich Parabeln. Die Punkte p liegen somit als entsprechende auf dem durch $a_1\, b_1\, c_1$ gehenden Kegelschnitt, welcher die Seiten des Dreieckes $a\,b\,c$ in ihnen berührt. Da die Kegelschnitte C^2 ebenfalls Parabeln sein müssen, aber mit im Endlichen liegendem Mittelpunkt, zerfallen sie in parallele Linienpaare. Also mit *Steiner:*

„*Soll insbesondere C_1^2 eine Parabel sein, so zerfällt C^2 in zwei Gerade, etwa $r\,s\,t$ und $r_1\, s_1\, t_1$, welche jedesmal der Parabelaxe parallel sind und gleich weit vom Pole p abstehen. Für diesen Fall ist der Ort des Poles p diejenige Ellipse, welche die Seiten des gegebenen Dreiecks in ihren Mitten berührt, und somit den Schwerpunkt desselben zum Mittelpunkt hat.*"

15. Fällt der Punkt m in den Schwerpunkt des Dreieckes $a\,b\,c$, so fällt auch p in denselben Punkt, die Kegelschnitte C_1^2 und C^2 werden, ähnlich, ähnlich liegend und concentrisch und sind von *Steiner* zum weitern Gegenstande der Betrachtung gemacht worden. Beide Kegelschnitte stehen in der Beziehung, dass dem einen C_1^2 unendlich viele Dreiecke aufgeschrieben, welche dem andern C^2 zugleich umschrieben sind und von diesem jeweilen in den Seitenmitten p, q, r berührt werden. Sind X und Y die gemeinschaftlichen Hauptaxen beider Curven, $a_1'b_1'c_1'$ das Diametraldreieck zu $a\,b\,c$, und $a_1\, b_1\, c_1$ das zu diesem orthogonal symmetrische bezüglich der Axe X, also kürzer

das zu abc orthogonal symmetrische Dreieck zu abc bezüglich der Axe Y, so beweist man leicht durch Betrachtung der so gebildeten Figur, dass die über $b_1 c_1$, $c_1 a_1$ und $a_1 b_1$ als Durchmesser stehenden Kreise den Kegelschnitt C_1^2 in den Punkten a, b, c resp. berühren. Die Winkel aus a über $b_1 c_1$, aus b über $c_1 a_1$ und aus c über $a_1 b_1$ sind also Rechte und in Folge dessen die Punkte p, q, r die Pole der Rechtwinkelinvolution an den Scheiteln a, b, c. In diesem Sinne entspricht somit jedem Punkt a des Kegelschnittes C_1^2 ein solcher p von C^2, deren Abhängigkeit man also mit *Steiner* in folgender Form beschreiben kann:

„*Der Ort des Punktes p ist ein Kegelschnitt C^2, welcher dem gegebenen C_1^2 ähnlich und mit ihm ähnlichliegend und concentrisch ist, und zwar sind a und p stets symmetrische, homologe Punkte beider Kegelschnitte in Bezug auf deren gemeinsame Hauptaxe X; d. h. der Winkel zwischen den nach a und p gezogenen Halbmessern wird allemal durch die X-Axe gehälftet. — Die in jedem Punkte p an C^2 gelegte Tangente bildet in C^2 eine Sehne $b_1 c_1$, welche durch p gehälftet wird und gerade doppelt so gross wie die Gerade ap ist, so dass der über $b_1 c_1$ beschriebene Kreis den Kegelschnitt C_1^2 im entsprechenden Punkte a berührt; d. h. die gesammten Tangenten der C^2 geben in C_1^2 alle diejenigen Sehnen $b_1 c_1$, welche Durchmesser solcher Kreise sind, die den C_1^2 berühren, und jedes Mal berühren jene Tangente und dieser Kreis die beiden Kegelschnitte C^2 und C_1^2 in einem Paar sich entsprechender Punkte p und a.*“*)

*) Im Original hat *Steiner* für diesen Satz die Bezeichnung der Kegelschnitte C^2 und C_1^2 vertauscht, oder aber den neuen dem Dreieck $a_1 b_1 c_1$ eingeschriebenen Kegelschnitt als C^2 genommen.

Bezeichnet ferner $a_x b_x c_x$ dasjenige dem Kegelschnitt C^2 umschriebene Dreieck, dessen eine Ecke a_x im einen Scheitel der Hauptaxe X des Kegelschnittes $C_1{}^2$ liegt, so geht der über $b_x c_x$ als Durchmesser beschriebene Kreis durch den andern Scheitel von $C_1{}^2$. Bedeuten also α und β die Halbaxen des grösseren Kegelschnittes, α_1 und β_1 diejenigen des innern und kleinern, so hat der Punkt b_x die Coordinaten $X = \alpha_1$, $Y = (\alpha - \alpha_1)$ und da diese der Ellipsengleichung genügen müssen, so ist:

$$\frac{\alpha_1{}^2}{\alpha^2} + \frac{(\alpha-\alpha_1)^2}{\beta^2} = 1,$$

woraus (nebst der nicht zu gebrauchenden Lösung $\alpha = \alpha_1$) folgt:

(a) $$\alpha_1 = \alpha \frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha^2 + \beta^2}.$$

Ebenso ergiebt sich aus der Betrachtung des Dreieckes $a_y b_y c_y$, dessen eine Ecke im Scheitel der Nebenaxe auf $C_1{}^2$ liegt, dass der über $b_y c_y$ als Durchmesser stehende Kreis durch den Scheitel a_y selbst hindurchgeht, so dass beispielsweise als Coordinaten von b_y sich ergeben: $X = \beta + \beta_1$, $Y = \beta_1$. Dann folgt aus der Ellipsengleichung für den Punkt b_y die Bedingung:

$$\frac{(\beta + \beta_1)^2}{\alpha^2} + \frac{\beta_1{}^2}{\beta^2} = 1$$

(b) $$\text{oder } \beta_1 = \beta \frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha^2 + \beta^2}.$$

Beachtet man im Weitern, dass in Folge der Aehnlichkeit $\alpha = \mu \alpha_1$ und $\beta = \mu \beta_1$, so folgt aus (a) oder (b):

$$\mu = \frac{\alpha_1{}^2 + \beta_1{}^2}{\alpha_1{}^2 - \beta_1{}^2} \text{ also}$$

(c) $\alpha = \alpha_1 \frac{\alpha_1^2 + \beta_1^2}{\alpha_1^2 - \beta_1^2}$ und (d) $\beta = \beta_1 \frac{\alpha_1^2 + \beta_1^2}{\alpha_1^2 - \beta_1^2}$.

16. Die eben betrachtete Verwandtschaft des Schwerpunktes hat noch eine andere *metrisch* interessante Eigenschaft. Ist ABC in Verbindung mit dem Schwerpunkt S das gegebene Viereck, abc das Dreieck der Seitenmitten; ist ferner p ein willkürlicher Punkt der Ebene und sind a_1, b_1, c_1 die Schnittpunkte der Strahlen pa, pb, pc mit den Gegenseiten von a, b, c; setzt man sodann abkürzend den Ausdruck

$$\frac{pa \cdot pb \cdot pc}{pa_1 \cdot pb_1 \cdot pc_1} = \Delta(p), \text{ ebenso } \frac{p'a \cdot p'b \cdot p'c}{p'a_1 \cdot p'b_1 \cdot p'c_1} = \Delta(p')$$

für einen andern Punkt p' der Ebene *so gilt jedesmal für p und p' als entsprechende Punkte die Gleichung:*

$$\Delta(p) = \Delta(p').$$

Weil nun für alle Punkte p' der unendlich fernen Geraden $(\Delta p') = 1$ ist, so ergiebt sich der *Steiner*'sche Satz:

„*Zieht man aus den Ecken a, b, c eines gegebenen Dreieckes durch einen in seiner Ebene liegenden unbestimmten Punkt p Strahlen, welche die Gegenseiten beziehlich in den Punkten a_1, b_1, c_1 treffen, und verlangt, es soll das Product:*

$$ap \cdot bp \cdot cp = pa_1 \cdot pb_1 \cdot pc_1$$

sein, so ist der Ort des Punktes p diejenige dem Dreieck abc umschriebene Ellipse, welche den Schwerpunkt desselben zum Mittelpunkt hat.“

Dieser Satz ist nur ein Specialfall des folgenden allgemeinern Satzes:

Der Ort eines Punktes p, für welchen der Ausdruck $\Delta(p) = const. = k$ ist, wird für jedes k eine in der

Verwandtschaft sich selbst entsprechende Curve dritter Ordnung. Diese Curven erfüllen für alle Werthe von k ein Büschel, berühren sich sämmtlich in den Ecken a b c nach den Seiten des umschriebenen Dreieckes A B C, indessen sie die Richtungen dieser Seiten zu gemeinsamen Wendepunkten haben. Die Asymptoten jeder Curve bilden also jedes Mal ein beziehlich S zu A B C perspectivisch liegendes mit ihm ähnliches Dreiseit, aus dessen Kenntniss man sofort den Werth des Quotienten $\Delta(p)$ der zugehörigen Curve entnehmen kann. Schneidet nämlich etwa die zu a b parallele Asymptote die Seiten c a und c b in p_1 und p_2, so ist $\Delta(p) = \frac{p_1 c}{p_1 a} = \frac{p_2 c}{p_2 b}$ *und analog für die andern Asymptoten.*

Wir heben einige zu besondern Werthen von k gehörige Curven hervor: Das Dreiseit ABC bildet die Curve für $\Delta = 0$; der genannte Kegelschnitt *Steiners* in Verbindung mit der unendlich fernen Geraden formirt die Curve für $\Delta = 1$; das Dreiseit abc vertritt die Curve für $\Delta = \infty$; für $\Delta = -1$ bilden die Mitten der Seiten von abc das Asymptotendreieck einer eintheiligen Curve dritter Ordnung; für $\Delta = -2$ schneiden sich die Asymptoten im Schwerpunkt S, für $\Delta = -8$ hat die Curve in S einen isolirten Doppelpunkt. Für alle Werthe von Δ zwischen 0 und -8 ist die Curve eintheilig; für die übrigen zweitheilig, und zwar gehören für alle Werthe von Δ von 0 bis ∞ die Punkte a, b, c zum Oval, für Δ von -8 bis $-\infty$ diese zum Ast der Curve.

Auf jeder Geraden der Ebene und auf jedem Kegelschnitt durch abc bilden somit die Punkte mit gleichem Δ eine cubische Involution, von welcher durch die Dreiecke ABC und abc zwei Gruppen sofort gegeben sind.

17. Der Vollständigkeit halber seien auch noch die *Steiner*'schen Sätze Eingangs der ersten Mittheilung angeführt.

Statt von vier Punkten gehen wir aus von vier Geraden a, b, c, d mit dem Diagonaldreiseit s_1, s_2, s_3. Zu jedem Punkt der einen Geraden gehört dann ein Punkt einer der drei andern, die zusammen ein Punktviereck oder Quadrupel bilden, welches das nämliche Dreieck $S_1\,S_2\,S_3$ zum Diagonaldreieck hat. Jedes Quadrupel ist das Berührungsviereck eines dem Vierseit eingeschriebenen Kegelschnittes und weil zwei beliebige solcher Quadrupel *(A)* und *(B)* stets einem Kegelschnitt angehören, so folgt der Satz:

„*Werden einem vollständigen Vierseit irgend zwei Kegelschnitte eingeschrieben, so liegen die acht Punkte, in welchen sie die Seiten berühren, allemal in irgend einem dritten Kegelschnitt und umgekehrt.*“ (Lehrsätze I, 1a und 1b.)

Die gegenseitigen Schnitte beider Kegelschnitte bilden ein drittes Quadrupel *(Z)* analoger Art; weil je zwei dieser Schnittpunkte durch einen Punkt S und die Gegenseite s harmonisch getrennt werden, was ebenso für die Gegeneckenpaare des Vierseits gilt, so sind sechs solche Punkte stets auf einem Kegelschnitt gelegen. Also:

„*Die gegenseitigen vier Schnittpunkte je zweier demselben Vierseit eingeschriebenen Kegelschnitte liegen mit jedem der drei Paar Gegenecken des Vierseits zusammen in einem Kegelschnitt.*“ (Lehrsätze I, 1c.)

Von den drei Quadrupeln *(A)* *(B)* und *(Z)* liegen ferner allemal sechs solche Punkte zusammen auf einem Kegelschnitt, deren paarweise Verbindung eine Gerade durch denselben Punkt S ergiebt. Solcher Kegelschnitte giebt es im Ganzen 24. Sie theilen sich in zwei Gruppen

zu je 12, je nachdem nämlich die vier den Quadrupeln *(A)* und *(B)* angehörenden Punkte entweder auf nur zwei, oder auf allen vier Seiten des Vierseits $abcd$ liegen. Ueber die Kegelschnitte der ersten Art gilt dabei der *Steiner*'sche Satz:

„*Von den acht Berührungspunkten je zweier demselben Vierseit eingeschriebenen Kegelschnitte liegen 12 Mal vier mit irgend zwei der vier gegenseitigen Schnitte der letzteren zusammen in einem neuen Kegelschnitt. Die dadurch bestimmten neuen zwölf Kegelschnitte ordnen sich in sechs Paare, welche einander doppelt berühren; nämlich durch je zwei derselben gehen zwei neue Kegelschnitte, die sich in denselben berühren.*"

Jedes dieser Paare von Kegelschnitten wird übrigens jedesmal noch von einem dritten Kegelschnitt in denselben Punkten berührt, der zwei Paar Gegenecken des Vierseits enthält.

Betrachtet man jetzt die durch das vollständige Vierseit $abcd$ bestimmte *duale Steiner*'sche *Verwandtschaft*, so entsprechen den Geraden durch einen beliebigen Punkt p die Tangenten T eines dem Diagonaldreiseit ABC eingeschriebenen Kegelschnittes. Vier willkürlichen Punkten p entsprechen also vier eingeschriebene Kegelschnitte. Die vier Punkte lassen sich durch sechs Gerade verbinden, deren Gegenseitenpaare den Seiten des Dreieckes ABC in sechs Punkten einer Involution begegnen. Nun sind die zu diesen in Bezug auf das Gegeneckenpaar des Vierseits genommenen vierten harmonischen Punkte die Schnittpunkte des Dreiseits ABC mit den sechs gemeinschaftlichen Tangenten der vier genannten Kegelschnitte; woraus mit *Steiner* geschlossen werden kann:

„*Werden einem Dreiseit ABC irgend vier Kegel-*

schnitte eingeschrieben, so haben je zwei derselben (ausser den drei Seiten des Dreiseits) noch eine vierte gemeinschaftliche Tangente T, was zusammen sechs T giebt; diese sechs T schneiden jede der drei Seiten A, B und C in sechs solchen Punkten, welche Involution bilden. (Nämlich die Tangente je zweier Kegelschnitte und die Tangente der jedesmaligen beiden andern geben je ein Paar conjugirter Punkte)." Lehrsätze I, 3a.)

Da ein Brennpunkt mit der Angabe von zwei Tangenten identisch ist, so erkennt man die beiden folgenden Sätze 3b) und 3c) als leichte Modificationen des eben angegebenen, nämlich:

3b) „Wenn irgend vier Kegelschnitte einen Brennpunkt und eine Tangente A gemein haben, so haben sie, zu zwei und zwei, noch sechs Tangenten T gemein, welche jene Tangente A in sechs Involutionspunkten schneiden."

3c) „Haben vier Parabeln den Brennpunkt gemein, so haben je zwei derselben nur eine gemeinschaftliche Tangente T (ausser der unendlich entfernten) was zusammen sechs T giebt. Die aus irgend einem Punkte p auf diese sechs T gefällten Perpendikel (sowie auch die durch p den sechs T parallel gezogenen Geraden) bilden jedesmal Involution."

Damit ist der Inhalt der citirten Mittheilungen erschöpft, die aus gemeinsamer Quelle fliessen. Die Sätze, von denen *Steiner* die interessantesten herausgegriffen, lassen sich leicht in drei Gruppen bringen; die einleitenden Sätze bezüglich der gemeinsamen Elemente zweier Polarsysteme, sowie die Specialformen der *Steiner*'schen Verwandtschaft mit Schwerpunkt und Höhenpunkt. Wir sind naturgemäss zur umgekehrten Reihenfolge veranlasst worden durch die Anknüpfung des Gegenstandes an

die Theorie der circularen Curven dritter Ordnung, zu welcher wir jetzt zurückkehren wollen.

D. Die Brennpunktsdistanzrelationen.

Bezeichnen in der Figur $B_1 \ldots B_4$ die vier reellen Brennpunkte des Kreises K_2^m; q, s, p, r ihre Abstände von S_1; q', s', p', r' und q'', s'', p'', r'' diejenigen von S_2 und S_3 resp., so finden zwischen diesen Längen, weil die Punkte $B_1 \ldots B_4$ sich wie ein Quadrupel verhalten, die Relationen statt:

$$q.s = p.r = s_2 s_3; \quad q'.r' = p's' = s_1 s_3; \quad q''p'' = r''.s'' = s_1 s_2.$$

18. Betrachten wir jetzt das Kegelschnittbüschel mit den Grundpunkten $B_1 \ldots B_4$, so liegen die Mittelpunkte aller Kegelschnitte desselben auf derjenigen gleichseitigen Hyperbel H, deren Asymptotenrichtungen S_o und S_o' und zugleich die gemeinsamen Axenrichtungen sämmtlicher Kegelschnitte sind. Weil ferner $M_1 M_3 M_4$ ihr gemeinsames Tripel harmonischer Pole ist, so schneiden die drei Gegenseitenpaare des orthogonalen Quadrupels aus jedem der genannten Axenpaare die Brennpunktsinvolution heraus. Wir können somit folgenden Satz aussprechen:

Enthält ein Kegelschnittbüschel einen Kreis, so besteht der Ort der Brennpunkte seiner Kegelschnitte aus zwei circularen confocalen Curven C_3^1 und C_3^2 der dritten Ordnung, welche die vier Grundpunkte zu gemeinschaftlichen Brennpunkten haben.

Dieser Satz ist die geometrische Grundlage derjenigen metrischen Beziehungen zwischen den Curvenpunkten und den Brennpunkten der Curve, welche wir als ihre Brennpunktsdistanzrelationen bezeichnet haben, und welche im Folgenden ohne Zuhilfenahme eines Coordinatensystems rein geometrisch hergeleitet werden sollen.

Sind nämlich P und P' zwei Punkte des Ovals der $C_3^{\,1}$ auf einen Strahl durch S_o — man kann sich in der Figur darunter das früher mit $P_1\,Q_1$ bezeichnete Paar denken, — so sind sie offenbar Brennpunkte einer Hyperbel des Büschels. Bezeichnen also $\varrho \,..\, \varrho_4$ und $\varrho_1' \,..\, \varrho_4'$ ihre Abstände von den Brennpunkten $B_1 \,..\, B_4$, so ist:

$$\varrho_1 - \varrho_1' = \varrho_2 - \varrho_2' = -(\varrho_3 - \varrho_3') = -(\varrho_4 - \varrho_4').$$

oder man hat:

$$\begin{aligned} &\varrho_1 - \varrho_2 = \varrho_1' - \varrho_2' \text{ sowie } \varrho_3 - \varrho_4 = \varrho_3' - \varrho_4' \\ &\varrho_1 + \varrho_3 = \varrho_1' + \varrho_3' \quad \text{„} \quad \varrho_2 + \varrho_4 = \varrho_2' + \varrho_4' \\ &\varrho_1 + \varrho_4 = \varrho_1' + \varrho_4' \quad \text{„} \quad \varrho_2 + \varrho_3 = \varrho_2' + \varrho_3' \end{aligned} \tag{4}$$

In Worten: *Die Punkte P und P' liegen auf einer Hyperbel, deren Brennpunkte B_1 und B_2, sowie auf einer Hyperbel, deren Brennpunkte B_3 und B_4 sind.* — Sie sind aber auch die Schnittpunkte zweier Ellipsenpaare; das eine hat $B_1\,B_3$ und $B_2\,B_4$, das andere $B_1\,B_4$ und $B_2\,B_3$ zu Brennpunkten. Um zunächst die Asymptoten der beiden Hyperbeln zu bestimmen, ziehen wir durch ihre Mittelpunkte O_1 und O_2 die Geraden nach S_o und den dazu conjugirten Durchmesser nach dem Mittelpunkt R der Strecke PP'. Weil aber O_1, O_2, R drei Punkte einer gleichseitigen Hyperbel H sind, so ist der Winkel $(B_2\,O_1\,R)$ gleich Winkel $(B_4\,O_2\,R)$ und Winkel $(B_2\,O_1\,S_o)$ gleich Winkel $(B_4\,O_2\,S_o)$, d. h. die Durchmesserinvolutionen beider Hyperbeln sind durch Drehung und Verschiebung auseinander hervorgegangen; oder die beiden fraglichen Hyperbeln sind ähnlich. Analoges lässt sich für die entsprechenden Ellipsenpaare nachweisen.

Die beiden confocalen Curven $C_3^{\,1}$ und $C_3^{\,2}$ sind also drei Mal erzeugbar als Ort der Durchschnittspunkte confocaler Kegelschnittsschaaren, deren gemeinsame Brenn-

punkte die reellen Brennpunkte der Curven dritter Ordnung sind und in denen sich ähnliche Kegelschnitte entsprechen.

19. Nach der Figur gehören bezüglich der ersten Erzeugung von den vier Durchschnittspunkten zweier ähnlicher Hyperbeln zwei der Curve $C_3^{\,1}$ und zwei der Curve $C_3^{\,2}$ an; die Verbindungslinie der beiden ersten geht stets durch S_o, die der zweiten durch S_o', indessen sich diese entsprechenden Strahlen stets in Punkten derjenigen durch M_2 gehenden Seite des orthogonalen Quadrupels begegnen, welche den Schnittpunkt der beiden Hauptaxen der Hyperbeln enthält. Analoges gilt für die beiden andern Erzeugungen.

Für jeden der vier Curventheile, aus welchen die beiden Curven $C_3^{\,1}$ und $C_3^{\,2}$ sich zusammensetzen, lassen sich in Ansehung der Figur leicht analoge Relationen aufschreiben, wie sie unter (4) für das Oval der $C_3^{\,1}$ angegeben sind. Wir sehen aber davon ab, dieselben hier aufzustellen; aus den folgenden Formeln ist schon ersichtlich, ob die betreffenden Curventheile aus ähnlichen Ellipsen oder Hyperbeln entstehen, und welches die zugehörigen Brennpunktspaare sind.

Halten wir uns zunächst an die *erste Erzeugung*, wo B_1 dem B_2 und B_3 dem B_4 zugewiesen ist, und bezeichnen wir die linearen Excentricitäten $O_1 B_1 = O_1 B_2$ mit c_{12}, ebenso $O_2 B_3 = O_2 B_4$ mit c_{34}, die Halbaxen entsprechender Kegelschnitte mit a_{12} und a_{34}, so ist: für alle Punkte des Ovals der Curve $C_3^{\,1}$:

$$\frac{\varrho_1 - \varrho_2}{\varrho_3 - \varrho_4} = \frac{a_{12}}{a_{34}} = \frac{c_{12}}{c_{34}} = \frac{q - s}{p - r} = \text{constant.}$$

für alle Punkte des Astes der Curve $C_3^{\,1}$:

$$\frac{\varrho_1 - \varrho_2}{\varrho_3 - \varrho_4} = -\frac{c_{12}}{c_{34}} = -\frac{q - s}{p - r}$$

für alle Punkte des Ovals der Curve $C_3^{\,2}$:

$$\frac{\varrho_1 + \varrho_2}{\varrho_3 + \varrho_4} = \frac{c_{12}}{c_{34}} = \frac{q - s}{p - r}$$

für alle Punkte des Astes der Curve $C_3^{\,2}$:

$$\frac{\varrho_1 - \varrho_2}{\varrho_3 - \varrho_4} = \frac{c_{12}}{c_{34}} = \frac{q - s}{p - r}$$

Ist jetzt $P_1 P_2$ ein bezüglich S_1 conjugirtes Punktepaar der Curve, sind ϱ_i die Abstände des Punktes P_1 von den Brennpunkten B_i; ϱ_i' diejenigen des Punktes P_2 von den B_i, ferner σ_1 und σ_1' die Abstände der Punkte P_1 und P_2 von S_1, so ist nach den früheren Formeln (1):

$$\varrho_1 = \frac{q}{\sigma_1'}\,\varrho_2' = \frac{\sigma_1}{s}\,\varrho_2'; \qquad \varrho_2 = \frac{s}{\sigma_1'}\,\varrho_1' = \frac{\sigma_1}{q}\,\varrho_1'$$

$$\varrho_3 = \frac{p}{\sigma_1'}\,\varrho_4' = \frac{\sigma_1}{r}\,\varrho_4'; \qquad \varrho_4 = \frac{r}{\sigma_1'}\,\varrho_3' = \frac{\sigma_1}{p}\,\varrho_3'$$

Nun entsprechen bezüglich der Inversion an S_1 die Punkte des Ovals der $C_3^{\,1}$ den Punkten des Astes der $C_3^{\,1}$; den Punkten des Ovals der $C_3^{\,2}$ entsprechen dagegen wieder Punkte des Ovals der $C_3^{\,2}$ und Punkten des Astes wieder solche des Astes. Unter Anwendung obenstehender Transformationsformeln erhält man daher:
für das Oval der $C_3^{\,1}$:

$$\frac{\varrho_1 - \varrho_2}{\varrho_3 - \varrho_4} = -\frac{q\varrho_2 - s\varrho_1}{p\varrho_4 - r\varrho_3} = \frac{q - s}{p - r};$$

für den Ast der $C_3^{\,1}$:

$$-\frac{\varrho_1 - \varrho_2}{\varrho_3 - \varrho_4} = \frac{q\varrho_2 - s\varrho_1}{p\varrho_4 - r\varrho_3} = \frac{q - s}{p - r};$$

für das Oval $C_3^{\,2}$:

$$\frac{\varrho_1 + \varrho_2}{\varrho_3 + \varrho_4} = \frac{q\varrho_2 + s\varrho_1}{p\varrho_4 + r\varrho_3} = \frac{q - s}{p - r}; \qquad (5)$$

für den Ast der C_3^2:

$$\frac{\varrho_1 - \varrho_2}{\varrho_3 - \varrho_4} = \frac{q\varrho_2 - s\varrho_1}{p\varrho_4 - r\varrho_3} = \frac{q-s}{p-r}.$$

20. Geht man jetzt von der *zweiten Erzeugung* aus, so entstehen die Curven aus ähnlichen confocalen Kegelschnitten mit B_1B_4 und B_2B_3 als gemeinschaftlichen Brennpunkten und zwar ist:
für Punkte des Ovals der C_3^1:

$$\frac{\varrho_1 + \varrho_4}{\varrho_2 + \varrho_3} = \frac{q'\varrho_4 - r'\varrho_1}{s'\varrho_3 - p'\varrho_2} = \frac{c_{14}}{c_{23}} = \frac{q'+r'}{p'+s'};$$

für den Ast der C_3^1:

$$\frac{\varrho_1 - \varrho_4}{\varrho_2 - \varrho_3} = \frac{q'\varrho_4 + r'\varrho_1}{s'\varrho_3 + p'\varrho_2} = \frac{q'+r'}{p'+s'};$$

für das Oval der C_3^2: (6)

$$\frac{\varrho_1 + \varrho_4}{\varrho_2 + \varrho_3} = -\frac{q'\varrho_4 - r'\varrho_1}{s'\varrho_3 - p'\varrho_2} = \frac{q'+r'}{p'+s'};$$

für den Ast der C_3^2:

$$-\frac{\varrho_1 - \varrho_4}{\varrho_2 - \varrho_3} = \frac{q'\varrho_4 + r'\varrho_1}{s'\varrho_3 + p'\varrho_2} = \frac{q'+r'}{p'+s'}.$$

21. Aus der *dritten Erzeugung* aber, wo B_1B_3 und B_2B_4 als Brennpunkte der erzeugenden Schaaren zusammengehören, ergibt sich:
für das Oval der C_3^1:

$$\frac{\varrho_1 + \varrho_3}{\varrho_2 + \varrho_4} = \frac{q''\varrho_3 + p''\varrho_1}{s''\varrho_4 + r''\varrho_2} = \frac{c_{13}}{c_{24}} = \frac{q''-p''}{s''-r''};$$

für den Ast der C_3^2:

$$\frac{\varrho_1 - \varrho_3}{\varrho_2 - \varrho_4} = \frac{q''\varrho_3 - p''\varrho_1}{s''\varrho_4 - r''\varrho_2} = \frac{q''-p''}{s''-r''}; \qquad (7)$$

für das Oval der C_3^1:

$$\frac{\varrho_1 - \varrho_3}{\varrho_2 - \varrho_4} = -\frac{q''\varrho_2 - q''\varrho_1}{s''\varrho_4 - r''\varrho_2} = \frac{q''-p''}{s''-r''};$$

für den Ast der C_3^2:

$$-\frac{\varrho_1-\varrho_3}{\varrho_2-\varrho_4}=\frac{q''\varrho_3-p''\varrho_1}{s''\varrho_4-r''\varrho_2}=\frac{q''-p''}{s''-r''}.$$

Die Formeln (5), (6), (7) lassen erkennen, dass die Ovale beider Curven allein aus ähnlichen Ellipsen entspringen können, ein Umstand, der in folgender Form ausgesprochen werden kann:

Das Oval der Curve C_3^1 ist der Ort eines Punktes der mit den Strecken B_1B_4 und B_2B_3 sowohl als mit den Strecken B_1B_3 und B_2B_4 Dreiecke erzeugt, deren Umfänge sich stets verhalten wie die genannten Basislinien, über welchen sie stehen.

Für das Oval der C_3^2 ist das Gleiche der Fall bezüglich der Streckenpaare B_1B_2 und B_3B_4, sowie B_1B_4 und B_2B_3.

22. Für jeden der vier Curventheile existiren somit drei Doppelgleichungen, welche jedesmal gestatten, irgend eine der vier Grössen ϱ_i zu eliminiren. Eliminirt man etwa durchweg die Grösse ϱ_4, so bestehen für jeden Curventheil die folgenden drei Relationen zwischen den Abständen jedes seiner Punkte von den reellen Brennpunkten:

für die Curve C_3^1:

$$\begin{aligned}(p+s)\,\varrho_1-(p+q)\,\varrho_2\mp(q-s)\,\varrho_3&=0\\(p'+s')\,\varrho_1-(p'+q')\,\varrho_2\mp(q'-s')\,\varrho_3&=0\\(p''-s'')\,\varrho_1-(p''-q'')\,\varrho_2\mp(s''-q'')\,\varrho_3&=0\end{aligned}$$

für die Curve C_3^2: (8)

$$\begin{aligned}(p-s)\,\varrho_1\mp(q-p)\,\varrho_2-(q-s)\,\varrho_3&=0\\(s'+p')\,\varrho_1\mp(q'-p')\,\varrho_2-(q'+s')\,\varrho_3&=0\\(s''+p'')\,\varrho_1\mp(q''-p'')\,\varrho_2-(q''+s'')\,\varrho_3&=0\ *)\end{aligned}$$

*) Man vgl. damit die analytische Methode von *Dr. Hart:* „Proceedings of the London Math. Soc." Bd. XI.

Die Gleichungen beziehen sich der Reihe nach auf die erste, zweite und dritte Erzeugung, das obere Zeichen gilt für das Oval, das untere für den Ast. Diese drei homogenen linearen Gleichungen müssen für alle Punkte der Curve d. h. für unendlich viele Werthetripel $(\varrho_1, \varrho_2, \varrho_3)$ erfüllt sein. Somit muss die Determinante des Systems verschwinden, oder zwischen den Constanten folgende Gleichung bestehen:

$$\begin{vmatrix} p+s & -(q+p) & -(q-s) \\ p'+s' & -(q'+p') & -(q'-s') \\ p''-s'' & q''-p'' & q''-s'' \end{vmatrix} = 0$$

Diese Gleichung ist in der That erfüllt, da jede Vertikalreihe durch lineare Combination aus den beiden andern zusammengesetzt ist. Weil aber S_2 ein Punkt des Ovals der Curve $C_3{}^1$, so ist nach (8)

$$q'(p+s) - s'(q+p) - p'(q-s) = 0$$

und weil dessgleichen S_1 ein Punkt des Ovals der Curve $C_3{}^1$, so ist auch

$$q(p'+s') - s(p'+q') - p(q'-s') = 0$$

Ferner ist S_2 ein Punkt des Ovals der $C_3{}^2$, somit

$$q'(p+s) - s'(q+p) - p'(q-s) = 0$$

Diese drei Gleichungen lassen sich aber in die Form

$$\begin{aligned} (p+s)(p'+q') - (p'+s')(p+q) &= 0 \\ (p+s)(q'-s') - (p'+s')(q-s) &= 0 \\ (q+p)(q'-s') - (q'+p')(q-s) &= 0 \end{aligned}$$

bringen. Unter Zuhülfenahme der Punkte S_1, S_2, S_3 zeigt man somit, *dass sämmtliche Unterdeterminanten obiger Determinante verschwinden.*

Somit können die drei Gleichungen, welche für jeden Curventheil bestehen, durch Multiplication mit einer Constanten in einander übergeführt werden, oder für jeden

Curventheil existirt in der That nur eine einzige Beziehung zwischen den Abständen irgend drei der reellen Brennpunkte.

E. Die eintheilige Curve C_3 und die Specialfälle.

a) Die eintheilige Curve dritter Ordnung.

23. Wenn zwei Ecken des orthogonalen Quadrupels, etwa M_1, M_4 conjugirt imaginär werden, so sind sämmtliche Curven des Büschels *eintheilig* und lassen sich analog in confocale Paare C_3^1 und C_3^2 zusammenfassen. Wir geben das nicht reelle Punktepaar S_2, S_3 durch den über $M_2 M_3$ als Durchmesser stehenden Kreis und durch eine willkürliche Gerade s_1, die durch den vierten harmonischen Punkt zu S_1 bezüglich des Paares $M_2 M_3$ geht. Um die Curve möglichst einfach zu erhalten, setzen wir sie als Curve C^* voraus, also mit der Richtung S_o normal zu s_1. Der Fusspunkt des Perpendikels aus S_1 auf s_1 ist dann einer der beiden reellen Punkte des Quadrupels *(C)* der Curve. Wir nehmen ihn jetzt als Mittelpunkt eines Kreises K_o, welcher den Halbkreis über $M_2 M_3$ orthogonal schneidet. Seine Schnittpunkte mit der Centralen c sind dann die Nullkreise des Kreisbüschels, das mit seinem Durchmesserbüschel aus S_1 die Curve C^* erzeugt.

Von den vier Brennkreisen sind K_2^m und K_3^m reell, die beiden andern conjugirt imaginär. Construirt man sodann nach bekannter Methode die Strahlen aus M_2 und M_3 nach den Brennpunktspaaren, so wird von den beiden zu einander normalen Strahlenpaaren je der eine Strahl den Brennkreis reell, der andere ihn nicht reell treffen.

Von den 16 Brennpunkten sind also wieder vier reell, sie gehören aber jetzt paarweise verschiedenen Kreisen an, und zwar bilden B_1 und B_2 sowie B_3 und B_4 wieder

conjugirte Punkte bezüglich S_1. Zwischen den reellen Brennpunkten besteht also auch in diesem Falle wieder eine Relation, derart dass jetzt der vierte nicht auf den Kreis K_2^m der drei andern, sondern auf den leicht anzugebenden andern Brennkreis K_3^m gezwungen wird. Ist nämlich $B_1 B_2$ das eine Paar, so kann jeder Kreis des Büschels über $B_1 B_2$ Brennkreis K_2^m sein. Die Gerade $B_3 B_4$ geht dann durch den Mittelpunkt M_2 des Kreises K_2^m und wird diesen in einem Punktepaar treffen, welches $B_3 B_4$ harmonisch trennt. Der Ort des Punktes B_4 ist also der durch B_3 gehende Kreis, welcher den gewählten Kreis K_2^m orthogonal schneidet und seinen Mittelpunkt auf $M_2 M_3$ hat.

Die beiden Curven C_3^1 und C_3^2 sind somit eindeutig und vollständig bestimmt, wenn gegeben ist der Brennkreis K_2^m, auf ihm das Paar $B_1 B_2$, sowie der Punkt B_3, oder wenn gegeben ist das Paar $B_1 B_2$, die Verbindungslinie des Paares $B_3 B_4$ sowie auf dieser der Punkt B_3 oder B_4.

24. Denkt man sich sodann das Kegelschnittbüschel durch die vier auf dem Brennkreis K_2^m gelegenen Brennpunkte, so sind die beiden Curven wieder der Ort der Brennpunkte aller Kegelschnitte des Büschels und es bleiben auch die für die zweitheiligen Curven ausgesprochenen Eigenschaften im Wesentlichen dieselben. Auch hier sind beide Curven wieder der Ort der Durchschnittspunkte ähnlicher Kegelschnitte, wobei jedoch bei der einen Schaar confocaler Kegelschnitte die Verbindungslinie der reellen Brennpunkte $B_1 B_2$, bei der andern die Verbindungsgerade der nicht reellen als entsprechende Hauptaxe, oder die Verbindungslinie der reellen $B_3 B_4$ als Nebenaxe aufzufassen ist. Demnach können sich nur Hyperbeln gegenseitig entsprechen, und zwar ist die

Aehnlichkeit *nicht direct*, sondern entsprechende Kegelschnitte verhalten sich *wie conjugirte Hyperbeln*. Die vier Schnittpunkte entsprechender Kegelschnitte theilen sich wieder in zwei Paare auf Strahlen durch S_o und S_o', von denen das erste der $C_3^{\,1}$, das zweite der $C_3^{\,2}$ angehört, und welche so liegen, dass jedes Mal alle vier auf dem gleichen Ast der einen, aber verschiedenen Aesten der andern Hyperbel liegen. Sind P und P' ein Paar von Punkten der $C_3^{\,1}$ auf einer Geraden durch S_o, so ist, wenn a_{12} und b_{34} die halben reellen Axenlängen bedeuten:

$$\varrho_1 - \varrho_2 = \varrho_1' - \varrho_2' = 2a_{12}$$
$$\varrho_3 - \varrho_4 = -(\varrho_3' - \varrho_4') = 2b_{34}$$

Diess ist aber eben so gut die Beziehung, welche für ein Paar von Punkten P und P' auf einem Strahl durch S_o' und für die $C_3^{\,2}$ besteht. Bezeichnen wieder $2c_{12}$ und $2c_{34}$ die Längen von B_1B_2 resp. B_3B_4, so folgt aus den Beziehungen

$$c_{34}^{\,2} = a_{34}^{\,2} + b_{34}^{\,2} \text{ und } a_{12} : c_{12} = a_{34} : c_{34}$$

als einzige die Grössen a_{12} und b_{34} verbindende Relation:

$$c_{34}^{\,2} a_{12}^{\,2} + c_{12}^{\,2} b_{34}^{\,2} = c_{12}^{\,2} \cdot c_{34}^{\,2}$$

und somit als Relation, welche zwischen den Abständen jedes Punktes *beider Curven* von den vier reellen Brennpunkten existirt:

$$\left(\frac{\varrho_1 - \varrho_2}{2c_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\varrho_3 - \varrho_4}{2c_{34}}\right)^2 = 1.$$

Die Gleichung zeigt zunächst, dass beide Curven durch die Punkte M_1 und M_2 gehen; bezeichnet ferner α den Richtungsunterschied von S_o' gegen B_1B_2, so ist dieser gleich dem Richtungsunterschied von S_o und B_3B_4 und obige Relation, welche in $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ über-

geht, bestätigt somit, dass die beiden Punkte S_o und S_o' ebenfalls zum Gesammtgebilde gehören.

b) Rationale Curven.

25. Fallen die beiden Punkte M_1, M_4, ehe sie imaginär werden, zusammen, so vereinigen sich auch die Punkte S_2 und S_3 mit diesem Punkte D. Ihre Verbindungslinie ist die Kreistangente in D und die eine der confocalen Curven wird eine Curve C^*, wenn S_o normal zu dieser Tangente gewählt wird. Sämmtliche Curven des Büschels besitzen D zum *Doppelpunkt* oder sind rational. Denkt man sich jetzt irgend zwei entsprechende Strahlenpaare aus M_2 und M_3 gezogen, so enthält die durch sie bestimmte Kegelschnittschaar jedesmal den Kreis mit dem Mittelpunkt D, *oder die Curve entsteht umgekehrt als Ort der Schnittpunkte sämmtlicher Tangentenpaare, die man aus den Punkten M_1 und M_2 an alle Kreise der in D concentrischen Kreisschaar legen kann.* Jedes derartige Viereck zerfällt in zwei Paare conjugirter Punkte, welche mit D verbunden als Doppelstrahlen die Tangenten im Doppelpunkt ergeben. Das Paar nach $M_2 M_3$ ist beiden Involutionen gemeinschaftlich, das andere Paar besteht aus den Strahlen nach S_1 und S_o für die eine, aus denjenigen nach S_1 und S_o' für die andere Curve.

Somit besitzt stets die eine der Curven jedes confocalen Paares in D einen Knotenpunkt, die andere einen isolirten Doppelpunkt.

In unserm Falle schneiden sich überdiess die Knotentangenten orthogonal. Betrachtet man speciell die durch M_2 und M_3 gehenden Kreise der concentrischen Schaar, so führt jeder auf zwei cyklische Punkte Q_1, Q_2 und Q_3, Q_4, von denen die beiden ersten reell und auf dem reellen

Brennkreis K_2^m, die beiden andern conjugirt imaginär und auf dem reellen Brennkreis K_3^m gelegen sind. Der Doppelpunkt stellt die beiden andern Brennkreise dar und absorbirt zwölf von den Brennpunkten; so dass nur noch *zwei reelle Brennpunkte* B_1, B_2 *auf* K_2^m *und zwei nicht reelle auf* K_3^m übrig bleiben. Da das im Doppelpunte vereinigte Brennpunktepaar bekannt ist, so findet man die beiden Brennpunkte B_1 und B_2 auf dem symmetrischen Strahl zu $M_3 S_o$ bezüglich $M_3 D$; und das nicht reelle Paar von K_3^m auf dem zu $M_2 S_o$ symmetrischen Strahl bezüglich $M_2 D$. Diese Geraden sind aufeinander normal stehende Durchmesser zweier Orthogonalkreise, *und daher kann nur der eine den Kreis des andern reell schneiden.*

Die Verbindungslinien sämmtlicher conjugirter Punktepaare sind für die Curve C^* Tangenten einer *Parabel,* welche zusammen mit dem Strahlbüschel an D die *Cayley*'sche Curve vertritt; sie hat die Axenrichtung S_o', die Linie DS_o zur Leitlinie und berührt die C_3 in den drei Punkten, deren Tangenten durch die Wendepunkte gehen. Ihre Scheiteltangente ist überdiess die Gerade $S_1 S_o$, und ihr Scheitel der symmetrische Punkt zum dritten Schnittpunkt dieser Geraden bezüglich des Punktes S_1, so dass auch ihre Axe und ihr Brennpunkt angegeben werden können.

Ist nun G_2 der dritte Schnittpunkt auf einer Parabeltangente $F_1 F_2$, so bildet diese Gerade zusammen mit dem Strahl nach dem Doppelpunkt das Paar von Doppelelementen der erzeugenden Involution an G_2; jedes dieser Paare muss aber ein Rechtwinkelpaar sein *und daher ist die Curve* C^* *die Fusspunktscurve der Parabel für den Doppelpunkt* D *als Pol.*

26. Da im Weitern die Strecken $F_1 D$ und $F_2 D$ von

allen Punkten der C^* aus unter demselben (veränderlichen) Winkel gesehen werden, so erhält man die Tangenten in F_1 und F_2 als Symmetrische zur Verbindungslinie bezüglich $F_1 D$ resp. $F_2 D$. Die beiden Tangenten begegnen sich in einem Punkte G_1 der C^*, welcher der conjugirte zum dritten Schnittpunkt G_2 der Geraden $F_1 F_2$ ist, und da von G_1 aus Schleife und Ast unter demselben Winkel erscheinen, so ist die Gerade $G_1 D$ die Winkelhalbirende der Tangenten in F_1 und F_2.

Es giebt somit unendlich viele auf der C^* liegende Dreiecke, deren Ecken aus einem Paar von conjugirten Punkten und dem Schnittpunkt ihrer Tangenten bestehen, für welche der Doppelpunkt D der Mittelpunkt des eingeschriebenen Kreises ist.

Zieht man ferner durch F_1 und F_2 den Strahl von der Richtung S_0, so erhält man dessen dritten Schnittpunkt F_1' resp. F_2' auf den Strahlen $F_1 S_1$ und $F_2 S_1$. Beide Curven zusammen entstehen wieder als Ort der Schnittpunkte confocaler ähnlicher Hyperbelschaaren, von denen aber die eine in eine Strahleninvolution am Doppelpunkt degenerirt und damit die Asymptotenwinkel der Hyperbeln der andern Schaar bestimmt. Jedes Strahlenpaar der Involution am Doppelpunkt begegnet den Curven aber noch in einem Paar $G_1 G_1'$, dessen Verbindungsgerade durch S_0' und den Schnittpunkt von $F_1 F_1'$ mit der Seite $M_2 M_3$ geht.

Aus je zwei Paaren $F_1 F_2$ und $F_1' F_2'$ der C^* sind somit direct zwei Paare $G_1 G_2$ und $G_1' G_2'$ der zweiten Curve erhältlich.

Diese enthält das Paar der Kreispunkte nicht als conjugirtes Punktepaar, besitzt dagegen den Punkt S_1 als *Wendepunkt*, weil die reelle Asymptote ihn enthält.

Mit den Bedingungen:

$$p^2 = qs, \quad p' = r' = p'' = r'' = 0 \text{ und } s' = s'', \quad q' = q''$$

gehen die allgemeinen Brennpunktsdistanzrelationen über in folgende:

Für die Curve $C_3{}^1$:

$$\begin{aligned} p\varrho_1 - q\varrho_2 \mp (q-p)\varrho_3 &= 0 \\ s'\varrho_1 - q'\varrho_2 \mp (q'-s')\varrho_3 &= 0 \end{aligned} \tag{9}$$

für die Curve $C_3{}^2$:

$$\begin{aligned} p\varrho_1 \mp q\varrho_2 - (p+q)\varrho_3 &= 0 \\ s'\varrho_1 \mp q'\varrho_2 - (q'+s')\varrho_3 &= 0 \end{aligned} \tag{10}$$

wobei die obern Zeichen sich auf das Oval, die untern auf den Ast beziehen.

Aus der Gleichung $s'\varrho_1 - q'\varrho_2 = (q' + s')\varrho_3$ für das Oval der $C_3{}^2$ folgt aber für irgend einen Punkt dieses Ovals:

$$\frac{q'}{s'}(\varrho_2 + \varrho_3) + \varrho_3 = \varrho_1 \text{ und da stets } \varrho_2 + \varrho_3 > s',$$

$$\text{so ist zugleich } \frac{q'}{s'}(\varrho_2 + \varrho_3) + \varrho_3 > q' + \varrho_3 > \varrho_1$$

Die Gleichung (10) für das Oval wird somit nur erfüllt für $\varrho_3 = 0$, oder das Oval hat sich in der That auf den *isolirten Doppelpunkt* reducirt.

c) Curven C_3 mit orthogonaler Symmetrie.

27. Der allgemeine Fall sowohl der zweitheiligen als der eintheiligen Curven gestattet zwei Specialisirungen, von denen die eine die Curve $C_3{}^1$, die andere die $C_3{}^2$ betrifft. Wir betrachten hier der Einfachheit halber Curven C^*. Wählen wir nämlich den Punkt S_1 zwischen M_2 und M_3, die Centrale c in der Mitte dieser Strecke

als Perpendikel dazu, so fällt M_4 mit S_1 zusammen, indessen M_1 ins Unendliche rückt und zum Wendepunkt der C_3 wird. S_2 liegt jetzt in M_3 und S_3 in M_2. Wie im allgemeinen Fall existiren drei reelle Brennkreise, von denen der Kreis K_2^m die vier reellen Brennpunkte enthält, indessen der Kreis K_1^m in die reelle Symmetrieaxe M_2M_3 übergegangen ist und vier nicht reelle Brennpunkte trägt. Diese Gerade stellt dann doppelt gedacht in Verbindung mit der unendlich fernen Geraden die Curve $C_3{}^2$ dar. Der Ast der $C_3{}^1$ kehrt dabei dem Oval die concave Seite zu.

Etwas anders gestalten sich jetzt die Verhältnisse, wenn man die $C_3{}^2$ orthogonal symmetrisch macht. In diesem Falle wählen wir den Punkt S_3 wie im allgemeinen Falle ausserhalb der Strecke M_3M_4; die Centrale c wieder als Perpendikel in der Mitte dieser Strecke, ihren unendlich fernen Punkt als M_2. Es fällt dann der Punkt S_1 nach M_3, S_2 nach M_4 und S_3 nach M_1; die Curve entsteht als Ort der Schnittpunkte aller Kreise des Büschels durch M_3M_4 mit ihren durch S_3 gehenden Durchmessern. Die Kreise K_1^m und K_3^m sind reell, tragen aber nicht reelle Brennpunkte; der Brennkreis K_4^m aus M_4 ist wieder rein imaginär *und es liegen die vier reellen Brennpunkte somit jetzt in einer geraden Linie:* der Symmetrieaxe $M_1M_3M_4$. In Verbindung mit der unendlich fernen Geraden stellt diese Linie doppelt gedacht jetzt die $C_3{}^1$ vor.

28. Das Verfahren der Brennpunktsbestimmung kann in leichter Modification auf diesen Fall übertragen werden. Wir suchen zunächst die durch M_2 gehenden Geraden e_1 und e_2, welche die nicht reellen Brennpunkte des Kreises K_1^m enthalten. Die auf ihnen liegenden Involutionen er-

geben dann mit der Involution der Kreispunkte je zwei Perspectivcentren, welche die verlangten Brennpunktspaare sind.

Die auf dem Kreis K_1^m liegenden Brennpunkte sind die Berührungspunkte der gemeinsamen Tangenten dieses Kreises mit dem Polar-Kegelschnitt P_1, welcher aber im vorliegenden Falle ein Kreis ist, der den über $M_3 M_4$ als Durchmesser stehenden Kreis orthogonal durchsetzt. Die Geraden e_1 und e_2 sind somit die Polaren der Aehnlichkeitspunkte A_1 und A_2 der Kreise K_1^m und P_1 bezüglich des Kreises K_1^m. Ihre Schnittpunkte E_1 und E_2 mit der Symmetrieaxe sind also die Mittelpunkte der gesuchten Brennpunktspaare $B_1 B_2$ und $B_3 B_4$, diese selbst somit die Schnittpunkte der Geraden $M_1 M_3 M_4$ mit den zwei Kreisen aus E_1 und E_2, welche den Brennkreis K_1^m orthogonal schneiden. Nach der frühern Bezeichnung haben wir diejenigen innerhalb des Ovals mit $B_3 B_4$, die beiden ausserhalb desselben oder innerhalb des unendlich grossen Ovals liegenden mit $B_1 B_2$ zu bezeichnen. Die Curve C_3^1 besteht jetzt aus dem unendlich schmalen Oval d. h. der Strecke $B_2 B_4$ und den von B_1 resp. B_3 nach dem Unendlichen gehenden Strecken.

Bezeichnen wieder q'', s'', p'', r'' die Abstände der vier Brennpunkte $B_1 \ldots B_4$ vom Punkt S_3 oder M_1, so sind durch Umsetzen der Construction in algebraische Ausdrücke diese Zahlen leicht anzugeben. Bezeichnet a den Abstand des Punktes S_3, c denjenigen der Punkte S_1 und S_2 von der Centrale c, sowie r den Radius des Brennkreises K_1^m, so ist zunächst:

$$p'' \cdot q'' = r'' \cdot s'' = r^2 = a^2 - c^2.$$

Ist r_1 der Radius des Polarkreises P_1, welcher $S_1 S_2$ harmonisch trennt, so ist $r_1 = \frac{r^2}{2a}$. Daraus ergeben sich für die Abstände der Aehnlichkeitspunkte A_1 und A_2

von S_3 die Werthe

$$a_1 = \frac{r r_1}{r + r_1} \text{ und } a_2 = \frac{r r_1}{r - r_1} \text{ und somit für die}$$

Abstände der Mittelpunkte E_1 und E_2 von S_3:

$$a_1 \cdot e_1 = r^2 \text{ und } a_2 e_2 = r^2, \text{ also}$$

$$q'' + p'' = 2e_1 = 2\frac{r}{r_1}(r + r_1) \text{ und } r'' + s'' = 2e_2 = \frac{2r}{r_1}(r - r_1)$$

oder indem man Alles durch a und r ausdrückt:

$$q'' + p'' = 2(2a + r); \quad r'' + s'' = 2(2a - r).$$

Somit sind q'' und p'' Wurzeln der quadratischen Gleichung

$$\lambda^2 - 2(2a + r)\lambda + r^2 = 0$$

und zwar q'' die grössere. Ebenso r'' und s'' Wurzeln der Gleichung

$$\mu^2 - 2(2a - r)\mu + r^2 = 0$$

und s'' die grössere. Man findet somit für die vier Zahlen q'', p'', s'', r'' die folgenden Werthe:

$$\begin{aligned} q'' &= 2a + r + 2\sqrt{a(a + r)} \\ p'' &= 2a + r - 2\sqrt{a(a + r)} \\ s'' &= 2a - r + 2\sqrt{a(a - r)} \\ r'' &= 2a - r - 2\sqrt{a(a - r)} \end{aligned}$$

Vereinigt man die Gleichungen von Oval und Ast der C_3^1, so findet man

$$[(p'' - s'')\varrho_1 - (q'' - p'')\varrho_2]^2 - [(s'' - q'')\varrho_3]^2 = 0.$$

Ist also P ein beliebiger Punkt der Symmetrieaxe im Abstande x von S_3, so ist $x + q'' = \varrho_1$, $x + s'' = \varrho_2$, $x + p'' = \varrho_3$, wodurch die obige Gleichung in eine Identität übergeht, die für jeden Werth von x erfüllt ist. Es bestätigt sich also auch durch die Formeln, dass die C_3^1 zur Symmetrieaxe geworden ist.

d) Die Glockenlinie.

29. Unter diesem Namen versteht man die eintheilige orthogonalsymmetrische Curve C^*. Wir nehmen $M_1 M_4$ als imaginäres Punktepaar, welches wir durch seinen Mittelpunkt C_0 auf c und das symmetrische Paar seiner Involution auf der Symmetrieaxe geben. Den einen dieser letzten Punkte machen wir zugleich zum Punkt M_3 oder S_1. Die Curve wird dann Ort der Schnittpunkte eines Büschels mit zwei reellen Nullkreisen auf der Centrale c mit seinem Durchmesserbüschel an S_1. Die beiden Nullkreise sind somit die Berührungspunkte der Tangenten der Curve aus M_3, also zwei Punkte des Brennkreises K_3^m; der andere reelle Brennkreis ist die Symmetrieaxe der Curve.

Die oben getroffene Wahl des Punktes S_1 hat zur Folge, dass der Symmetriekreis gerade der Polarkegelschnitt P_3 von M_3 wird, welcher mit K_3^m zwei reelle und zwei nicht reelle Tangenten gemein hat. Sind A_1 und A_2 wieder die Aehnlichkeitspunkte von K_3^m und P_3, so schneiden ihre Perpendikel zur Axe aus K_3^m die zwei reellen Brennpunkte $B_3 B_4$ und zwei nicht reelle Brennpunkte aus; indessen die Kreise aus ihnen, welche K_3^m orthogonal treffen, aus der Symmetrieaxe die reellen Brennpunkte $B_1 B_2$, sowie das nicht reelle Paar ausschneiden. Der reelle Kreis dieses letzten Paares von Orthogonalkreisen enthält aber auch das Paar $B_3 B_4$ und man erkennt somit die Möglichkeit auch im Falle der eintheiligen Curve, die vier reellen Brennpunkte auf einen Kreis bringen zu können.

Jedes zur Axe symmetrische Strahlenpaar durch M_3 begegnet der Curve in zwei Paaren conjugirter Punkte,

welche sich zu zwei Paaren von Strecken verbinden lassen, welche von allen Punkten der Curve aus unter dem nämlichen Winkel gesehen werden. Daraus ergiebt sich wieder eine einfache Tangentenconstruction, die aber auch mit Hülfe desjenigen Systems doppelt berührender Kreise ausgeführt werden kann, dessen Mittelpunktsparabel die Asymptote der Curve zur Leitlinie, die Centrale c zur Scheiteltangente und den Punkt M_2 zum Brennpunkt hat.

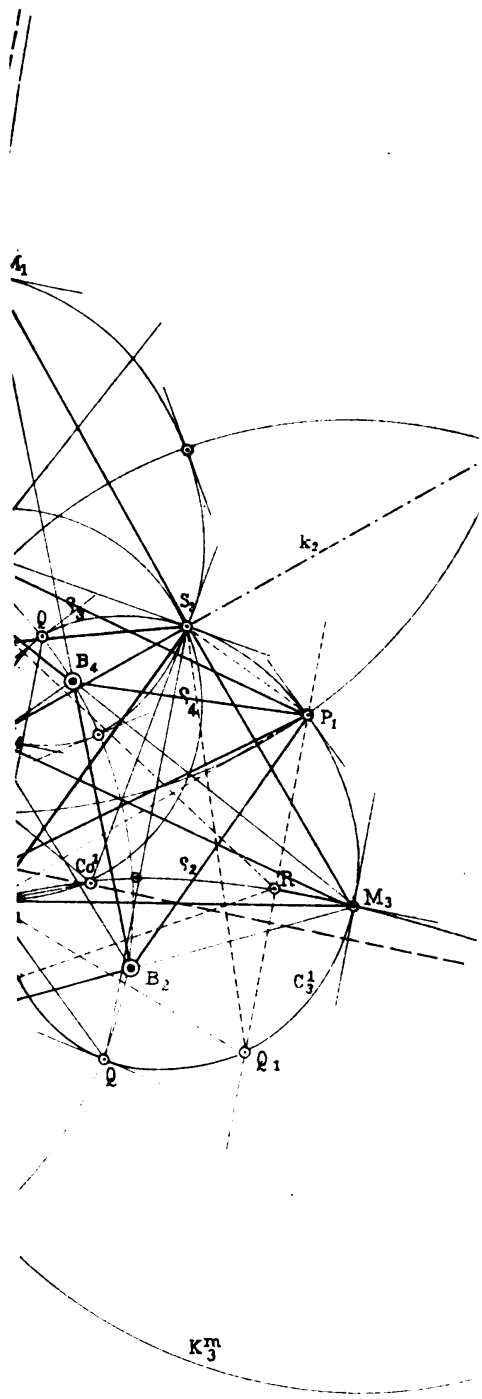
Da für Punkte der Symmetrieaxe, mit Ausnahme der Strecke $B_1 B_2$ stets $\varrho_1 - \varrho_2 = c_{12}$ und $\varrho_3 - \varrho_4 = 0$ ist, so ist auch aus den Distanzrelationen zu erkennen, dass die Axe, sowie die unendlich ferne Gerade sich als Curve $C_3^{\,2}$ aussondern.

e) Die Strophoide.

30. Die unter diesem Namen bekannte Curve entsteht als Ort der Durchschnittspunkte eines Büschels sich berührender Kreise mit dem Durchmesserbüschel durch einen Punkt M_2 der gemeinsamen Tangente. Der Punkt M_1 (vergl. Abschnitt E, b) wird ein Knotenpunkt mit Tangenten von 45° Neigung zur Axe, indessen die zu M_3 bezüglich der Centrale c symmetrische Gerade Asymptote ist. Der eine Brennkreis K_3^m ist reell und trägt zwei nicht reelle Brennpunkte; der zweite reelle Brennkreis wird durch die Axe vertreten und sein reelles Brennpunktepaar $B_1 B_2$ nach dem allgemeinen Fall construirt. Bedeutet r den Radius des Brennkreises K_3^m, so findet man die Abstände der Brennpunkte $B_1 B_2$ von seinem Mittelpunkt M_3 (nach Abschnitt E, c) mit $c = 0$, also $r = a$ als die Werthe von q'' und s'', nämlich,

$$q'' = a(3 + 2\sqrt{2}) \text{ und } s'' = a(3 - 2\sqrt{2})$$

Für p'' und r'' werden diese Abstände selbstverständlich



M. Disteli, g

zu a, weil der Knotenpunkt für die allgemeine orthogonal symmetrische Curve das Paar B_3B_4 vorstellt. Nach der frühern Formel (9) lautet ferner die Gleichung der Curve:

$$[s'\varrho_1 - q'\varrho_2 - (q'-s')\varrho_3][s'\varrho_1 - q'\varrho_2 + (q'-s')\varrho_3] = 0 \text{ oder}$$
$$(s'\varrho_1 - q'\varrho_2)^2 - (q'-s')^2\varrho_3^2 = 0 \qquad (11)$$

von welcher Beziehung aus man jetzt leicht unter Einführung eines Coordinatensystems zum analytischen Ausdruck der Curve gelangt. Bezeichnet man den Knoten als Anfangspunkt O, die Symmetrieaxe als Anfangsstrahl für Polarcoordinaten, so ist zu setzen für die Abstände der Brennpunkte B_1 und B_2 von O:

$$q' = q'' - a = 2a(1+\sqrt{2}), \quad s' = s'' - a = 2a(1-\sqrt{2})$$

Es ist aber

$$\varrho_1^2 = \varrho^2 + q'^2 - 2q'\varrho\cos\alpha$$
$$\varrho_2^2 = \varrho^2 + s'^2 - 2s'\varrho\cos\alpha$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichung (11) ein, so findet man nach Division mit dem Factor $2q's'\varrho^2$ und leichter Reduction die Beziehung:

$$4\cos\alpha(q'+s')\varrho + (q'-s')^2\cos^2\alpha - (q'+s')^2 = 0$$

Weil aber

$$(q'+s')^2 = 16a^2, \quad (q'-s')^2 = 32a^2,$$

so lautet die Gleichung der Curve in Polarcoordinaten:

$$\varrho = a\,\frac{1-2\cos^2\alpha}{\cos\alpha}.$$

Aus dieser einfachen und bekannten Gleichungsform bestätigt man leicht die übrigen für rationale Curven geltenden Eigenschaften, die im Vorigen geometrisch entwickelt worden sind.

Zürich, im Herbst 1891.

Zur Kenntniss afrikanischer Gentianaceen.

Von

Hans Schinz (Zürich).

I.

Bei der Bestimmung einer kleinen, aus verschiedenen südafrikanischen Sammlungen stammenden Anzahl Sebaea-Species war ich gezwungen zwecks Sicherstellung der Arten eine grössere Reihe von Vertretern der genannten Gattung in den Kreis einer einlässlichen Untersuchung zu ziehen, und da das Resultat derselben in verschiedenen Punkten von der von Grisebach in dessen Monographie der Gentianaceen (Genera et Species Gentianarum 1839) gegebenen Aufstellung wesentlich abwich, rief, wie dies bei ähnlichen Studien ja so häufig der Fall zu sein pflegt, gewissermassen eine Analyse der andern. So entstand dann eine anfangs unbeabsichtigte kritische Sichtung des ganzen Genus und dessen nächsten Verwandten, deren Hauptpunkte den Gegenstand der nachfolgenden Erörterungen bilden.

Eine durchaus einwurfsfreie Identificirung einer Pflanze mit einer bereits beschriebenen ist natürlich nur dann möglich, wenn jene mit dem Exemplar verglichen werden kann, das dem Autor bei der Beschreibung als Vorlage gedient hat, und ich bin daher Herrn Professor Peter in Göttingen, der mir Einsicht in das Grisebach'sche Material gestattete, zu ganz besonderm Danke verpflichtet. In gleicher Weise bin ich von den Herbarien in Genf

(Herb. de Candolle), Valleyres (Herb. Reuter und Barbey), Chambésy (Herb. Boissier), Berlin, Petersburg und Zürich durch leihweise Ueberlassung der mich interessirenden Arten unterstützt worden und ich nehme daher die Gelegenheit wahr, auch den Herren Alph. de Candolle und Buser, Barbey, Vetter und Autran, Engler und Schumann, Regel, sowie Herrn Jäggi meinen Dank auszusprechen.

Ich beginne mit der monotypischen Gattung

Lagenias E. Mey. (Comm. de plant. Afric. austral. pag. 186.)

Lagenias pusillus, die einzige Art dieses Genus, ist zuerst von Chamisso 1831 in der Linnaea p. 346 unter dem Namen Sebaea pusilla Eckl. mspt. diagnosticirt und 1833 in derselben Zeitschrift p. 52 ausführlich beschrieben worden. Nachdem die Pflanze von Grisebach in dessen Monographie (p. 169) noch in der Gattung Sebaea belassen worden, brachte sie sodann E. Meyer 1839 in der auf Grund der von Drège gesammelten Exemplare neu aufgestellten Gattung Lagenias unter (Comm. de plant. Afric. austral. p. 186), welchem Beispiele Grisebach bei der Bearbeitung der Gentianaceen für de Candolle's Prodromus 1849 folgte (l. c. IX, p. 54). Von Hooker endlich ist dann die Gattung Lagenias in den Genera plantarum (II., p. 804) neuerdings mit Sebaea vereinigt worden.

Eine vergleichende Untersuchung der Sebaea-Blüthen und solcher von Lagenias pusillus zeigt indessen, dass an der Meyer'schen Auffassung festgehalten werden muss. Während nämlich bei sämmtlichen Sebaea-Arten die Filamente unmittelbar in den Buchten zwischen den Korollalappen inserirt sind, entspringen sie bei

L. pusillus dem Grunde der Kronröhre und erreichen beinahe den Saum derselben. Der Krontubus ist des weitern bei Lagenias graciler und mehrfach länger als die Kronlappen.

Die mir zur Verfügung stehenden Exemplare dieser seltenen Pflanze stammen aus Berlin[1]) und zwar aus der Sammlung von Drège; der Vollständigkeit halber mag eine kurze Beschreibung folgen.

Lagenias pusillus (Cham.) E. Mey.

Ein einjähriges, schmächtiges Kräutchen mit kahlen, fast fleischigen, sitzenden, mehr oder weniger oblongen, ±4 mm langen Blättchen. Der Kelch der meist in kleiner Zahl vorhandenen, gestielten Blüthen ist fünfzipflig, die ungeflügelten, schmal-lanzettlichen, spitzen Zipfel sind ±5 mm lang und am Grunde ±1 ½ mm breit. Die Kronröhre ist cylindrisch und ±6 mm lang, die fünf Lappen sind oblong und stumpf bis elliptisch und spitz, ±2½ mm lang. Die im Grunde der Kronröhre inserirten fünf Staubblätter erreichen eine Länge von ±4 mm und sind daher in der Röhre verborgen. Die dorsifixen Staubbeutel sind am Grunde gespalten und durch drei Drüsen ausgezeichnet, von denen zwei der Basis je einer Beutelhälfte aufsitzen, während die dritte das Connectiv krönt. Der fadenförmige, ±4 mm lange Griffel sitzt einem länglich-kegelförmigen Ovarium auf und trägt eine knopfförmige Narbe. Die sehr kleinen, in grosser Zahl vorhandenen Samen sind mehrkantig, bräunlich und fein sculptirt.

Nach den Angaben von Drège (E. Mey. l. c. und E. Mey. in der Flora, Band II) zu schliessen, scheint die Pflanze auf die westliche Seite der Kap-Kolonie be-

[1]) Nachträglich habe ich auch noch einige im Herb. Boissier vorgefunden.

schränkt zu sein. Seit Drège ist sie meines Wissens nicht wieder gefunden worden.

Sebaea R. Br. (prodr. 852.)

Die Hauptpunkte, die mich veranlassen, die Gattung Sebaea von Lagenias getrennt zu halten, habe ich bereits oben angeführt; im übrigen zeichnen sich die zahlreichen Sebaea-Arten innerhalb eines gewissen Rahmens durch starke Variation aus. Stets sind aber die Staubblätter in den Buchten der Kronlappen inserirt, ragen daher verhältnissmässig weit aus den Blüthen heraus.

Wie aus den nachfolgenden Diagnosen hervorgehen wird, schliesse ich mich der Grisebach'schen Umgrenzung der Arten nicht durchwegs an. Grisebach war der Ansicht, dass die Zahl der Kelch- und Kronzipfel innerhalb einer und derselben Art schwanke, dass sie, wie z. B. bei S. aurea R. Br. (im Grisebach'schen Sinne), bald vier, bald fünf betrage. Ich vermag aber diese Auffassung nicht zu der meinigen zu machen, da die Abweichungen zwischen «aurea-ähnlichen» 4- und 5-zähligen Exemplaren denn doch bedeutender sind, als dies bei nicht ganz sorgfältiger, namentlich nicht durch Blüthenanalysen unterstützten Untersuchungen wohl den Anschein haben mag. Als erstes, von Grisebach, wie mir scheint, zu wenig berücksichtigtes Unterscheidungsmoment nenne ich die Staubblattdrüsen. Es sind dies eigenthümliche, runde, kugelförmige oder eiförmige Körper von bald wachsartiger, bald mehr saftiger Konsistenz, die bald als hyaline, bald als braungelbe Anhängsel der Staubblätter in 1- oder 3-Zahl vorkommen. Das Volumen einer solchen Sebaea-Drüse ist bedeutend kleiner als das eines kleinen Stecknadelkopfes, wogegen diese Gebilde bei der Gattung Belmontia eine beträchtliche Grösse zu erreichen pflegen. Sie werden

von zahlreichen dünnwandigen Zellen gebildet, die gleich Wabenzellen dicht aneinander schliessen, auf der freien Aussenfläche aber abgerundet sind. Bei S. aurea z. B. finden wir diese Drüsen in Einzahl, dem Connectiv aufsitzend und daher das Staubblatt etwas überragend, bei einigen andern Arten, wie bei S. pentandra kommen zu dieser apikalen Drüse noch zwei weitere, der Basis jeder Staubblatthälfte aufsitzende hinzu. Den Gegensatz zu diesen beiden Gruppen bilden jene Arten, deren Antheren an Stelle der erwähnten Drüsen hyaline, mehr oder weniger schwanzartige Anhängsel besitzen, die aber meist so unansehnlich sind, dass es schon einer Musterung unter dem zusammengesetzten Mikroskope bedarf, um nur deren Vorhandensein mit Sicherheit konstatiren zu können.

Ueber die Rolle, welche diese Staubblattdrüsen und Anhängsel wahrscheinlich bei der doch vermuthlich durch Vermittlung von Insekten vor sich gehenden Befruchtung der Blüthen spielen, finde ich keine Andeutung in der Litteratur und ich möchte dieses Problem ganz besonders am Kap botanisirenden Pflanzenfreunden zum Studium empfehlen.

Was die Länge der Filamente anbetrifft, so schwankt dieselbe selbst innerhalb derselben Art je nach dem Entwicklungsstadium viel zu sehr, als dass bei der Diagnosticirung darauf Bedacht genommen werden könnte. Die wechselnde Länge steht auch, wie ich hervorheben will, in keinem bestimmten Verhältniss zur Länge des Griffels.

Der Griffel ist mit seltenen Ausnahmen stets durch das Vorhandensein eines ihn in der Regel unterhalb der Mitte zu dreiviertel umfassenden Haarwulstes ausgezeichnet, der bei den Arten mit langen Griffeln sehr

leicht, bei jenen mit kurzem Griffel mitunter recht schwer aufzufinden ist.

Die Narbe ist kopfförmig oder zungenförmig, seltener ausgesprochen keulenförmig; ob sie immer zweilappig ist, habe ich an dem trockenen Material nicht immer mit der wünschenswerthen Sicherheit festzustellen vermocht.

Die Kelchzipfel, um schliesslich auch noch kurz der beiden Umhüllungskreise der Geschlechtsorgane zu gedenken, sind entweder auf der Rückenmediane verschieden stark gekielt oder dann deutlich geflügelt. Oft findet das Auswachsen der Flügel so spät statt, dass man die verschiedensten Entwicklungstadien auf diesen Punkt hin untersuchen muss, bevor man genügende Klarheit hat. Wenig diagnostischen Werth messe ich den Korollalappen bei, da dieselben an einem und demselben Exemplar hinsichtlich ihres Umrisses bedeutenden Schwankungen unterworfen sein können.

Nach diesen allgemeinen Erörterungen lasse ich nun einen Schlüssel der mir bis anhin bekannt gewordenen sudanesischen und kapländischen Sebaea-Arten folgen und schliesse diesem sodann eine Charakteristik derselben, soweit eine solche nothwendig erscheint, an. Von der Mitberücksichtigung der ausschliesslich madagassischen, indischen und der beiden australischen Arten habe ich hier absehen müssen, da es mir an sicherm Vergleichsmaterial gebricht. Hinsichtlich der indischen S. khasiana Clarke und der australischen S. ovata (Lab.) R. Br. und S. albidiflora F. v. Müll., die ja anderweitig bereits zwecks der Erkennung genügend charakterisirt sind, ist dies von wenig Belang.

Schlüssel zur Bestimmung der afrikanischen Sebaea-Arten.

A. Blüthen 4-zählig.

1. Staubblätter ohne Drüsen *S. capitata* Cham. et Schlecht.
— Staubblätter mit Drüsen 2.
2. Kelchzipfel weder gekielt noch geflügelt *S. albens* (L.) R. Br.
— Kelchzipfel gekielt oder geflügelt 3.
3. Kelchzipfel höckerartig geflügelt *S. ambigua* Cham.
— Kelchzipfel gekielt oder halbherzförmig geflügelt *S. aurea* (L.) R. Br.

B. Blüthen 5-zählig.

1. Staubblätter mit drei Drüsen 2.
— Staubblätter mit weniger als drei Drüsen 3.
2. Narbe keulenförmig *S. sulphurea* Cham. et Schlecht.
— Narbe zungenförmig *S. pentandra* E. Mey.
3. Blätter linear-lanzettlich 4.
— Blätter eiförmig oder spatelförmig 5.
4. Griffel ohne Haarwulst *S. Welwitschii* Schinz
— Griffel mit Haarwulst *S. linearifolia* Schinz
5. Griffel lang 6.
— Griffel kurz 9.
6. Narbe keulenförmig *S. Grisebachiana* Schinz
— Narbe kopfförmig 7.
7. Kelchzipfel stark geflügelt *S. Rehmannii* Schinz
— Kelchzipfel schmal oder nicht geflügelt 8.
8. Staubbeutel mit einer kleinen apikalen Drüse *S. crassulaefolia* Cham. et Schlecht.
— Staubbeutel ohne Drüse *S. elongata* E. Mey.
9. Kelchflügel breit *S. Zeyherii* Schinz
— Kelchflügel schmal 10.
10. Blätter mehr oder weniger ledrig, Pflanze selten verzweigt *S. brachyphylla* Griseb.
— Blätter papierdünn, Pflanze vom Grunde an verzweigt *S. Barbeyiana* Schinz

S. capitata Cham. et Schlecht. in Linnaea I. p. 193.

Exacum grandiflorum. Gaertn.? fruct. 2. p. 158. T. 114, f. 5. (Nach Griseb. Genera etc. p. 166.)

Aufrechte Pflanze mit zerstreuten, sitzenden Blättern von eiförmigem bis lanzettlichem Umriss. Die am Rande umgerollte, ±13 mm lange und ±9 mm breite, unterseits netzaderig-reticulate Spreite der untersten Blätter ist am Grunde entweder stielförmig zusammengezogen oder herzförmig ausgerandet, am obern Ende spitz, die der übrigen, mehr eiförmig-lanzettlichen Blätter dagegen halbstengelumfassend. Die von einem Spitzchen gekrönten vier Zipfel des als Ganzes urnenförmigen, ±9 mm langen Kelches besitzen auf der Rückenlinie 1 bis 1½ mm breite Flügelleisten. Die Lappen der bis 18 mm langen Krone sind länglich-eiförmig oder elliptisch, spitz oder stumpf, durchschnittlich 4 mm breit. Die den ±3 mm langen Staubfäden aufsitzenden Staubbeutel ermangeln der Drüsen. Der Griffel hat eine Länge von ±5 mm; einen Haarwulst habe ich an demselben nicht beobachtet.

Kap-Kolonie, Mundt et Maire (Herb. Berlin); Montagupass nördlich von Georgetown, Rehmann Num. 193 (Herb. Schinz). Habituell sehen sich die Mundt'schen und Rehmann'schen Pflanzen allerdings nicht sehr ähnlich, denn die letztern besitzen eher lockere als gedrängte Inflorescenzen, da indessen hinsichtlich der übrigen Merkmale Uebereinstimmung herrscht, so halte ich die Identificirung für berechtigt. Ueber die Fundstelle der Exemplare von Mundt und Maire wissen wir leider nichts Näheres.

S. albens (L.) R. Br. prodr. p. 452.

Exacum albens L. suppl. p. 123 excl. syn.

Gentiana albens Thunb. prodr. p. 48.

Spannenhohes, aufrechtes Pflänzchen mit eiförmigen bis lanzettlich-eiförmigen, sitzenden, am Grunde häufig ausgerandeten, spitzen oder stumpfen, meist fleischig-ledrigen Blättchen von ±10 mm Länge und ±7 mm Breite. Die Blüthenstände sind meist dicht gedrängt, die Einzelblüthen nicht oder nur wenig lang gestielt. Die vier Kelchzipfel, von denen gewöhnlich die beiden äussern grösser und breiter als die innern sind (mitunter findet sich aber auch das umgekehrte Verhältniss), besitzen ovalen oder elliptisch-ovalen, seltener verkehrteiförmigen Umriss und sind entweder spitz oder stumpf, rigid, weder geflügelt noch gekielt, ±6 mm lang. Die Krone erreicht eine Länge von ±9 mm; die Lappen sind mehr oder weniger oval und ungefähr 5 mm lang. Den Staubblättern sitzt je eine breit-kegelförmige, grosse Drüse auf. Eine kurze, zweilappige Narbe krönt den ±5 mm langen Griffel.

Aus ältern Sammlungen nenne ich von mir zu Gesicht gekommenen Vergleichsexemplaren:

Bergius (Herb. DC.), Burchell (Herb. DC.), Ecklon (Herb. Götting.), Drège nach E. Meyer (in Flora 1843) aus der südwestlichen Region und zwar westlich vom Berg-rivier (Herb. DC. und Boissier). Ferner Rehmann Num. 1977 Cape flats, Bachmann Num. 68 und 1951 von Hopefield, Bolus Num. 430 von Groene Kloof (sämmtliche im Herb. Schinz).

Die Blätter dieser Art sind, wie bereits hervorgehoben, gewöhnlich fleischig, was wohl im Zusammenhang damit steht, dass dieses Pflänzchen vorzugsweise salzhaltigen Grund aufsucht. Einen Analogiefall hierzu finde ich in der australischen S. albidiflora Ferd. v. Müll., die, ein Bewohner salzreichen Substrates, gleicherweise sukkulent ist (Ferd. v. Müll., Key to the system of Victorian plants p. 356).

S. ambigua Cham. Linnea IV, p. 346 und VIII, p. 52.

Habituell der S. albens sehr ähnlich und von dieser mit Sicherheit makroskopisch nur durch die Gestalt der allerdings höchst charakteristischen Kelchzipfel zu unterscheiden. Bei S. ambigua besitzen diese nämlich je unterhalb deren oberm Ende einen ansehnlichen Flügel, der dem Kelchzipfel gleich einem Höcker aufsitzt und nach der Basis des Zipfels zu spitz ausläuft. Die zarten Ränder der Kelchzipfel sind, zum Mindesten oberwärts, meist unregelmässig gezähnt. Auch bei dieser Art constatire ich an allen vier Staubblättern je eine grosse, dem Connectiv aufsitzende Drüse.

Ecklon (Herb. Petersb. und Gött.), Zeyher Num. 3420 (Herb. Boissier), Drège östlich vom Olifant-rivier (Herb. DC.), Rehmann Num. 1946 Cape flats (Herb. Schinz).

S. aurea (L.) R. Br. l. c.

Exacum aureum L. suppl. p. 123.

Gentiana aurea Thunb. p. 242.

Plukenet Phytogr. t. 275 f. 3.

Lam. illustr. t. 80 f. 2.

Ein bis 20 cm hohes, krautiges, häufig schon vom Grunde an verzweigtes, sehr reichblüthiges Pflänzchen. Die untern Blätter sind sitzend, eiförmig, spitz und am Grunde mehr oder weniger herzförmig ausgerandet, 7 bis 10 mm lang und ±5 mm breit, die obern schmäler und entsprechend auch kürzer. Die Kelchzipfel der bis zu 5 mm lang gestielten Blüthen sind länglich-oval und mucronat, ±3 mm lang und ± 1½ mm breit, auf der Rückenmediane entweder gekielt oder mit einem schmalen Flügel versehen. Die oblongen Kronlappen sind um ein Geringes länger als die 3 bis 4 mm lange Röhre; die vier

Staubbeutel werden je von einer kleinen, hyalinen Drüse überragt. Griffel und Narbe sind wie bei den bereits beschriebenen Arten.

Ecklon Num. 732 (Herb. DC., Boissier und Schinz), Drège (Herb. DC.), Bergius (Herb. Boissier), Krauss (Herb. Boissier), Rehmann Num. 1056 vom Tafelberg, und Num. 263 vom Montagupass (Herb. Schinz).

Forma **pallida** E. Mey. p. sp. l. c. p. 185.

(Wohl nicht verschieden von Grisebach's S. aurea var. pallens. Kelchzipfel deutlich geflügelt, die Flügel am Grunde halbherzförmig ausgerandet, auf der Kante meist rauh.

Drège, nach E. Meyer l. c. am Löwenkopf bei Kapstadt, bei Paarl und am Tigerberg (Herb. DC., Boissier und Petersb.), Zeyher Num. 1187 und 1188 (Herb. Boissier), Krauss (Herb. Boissier), Bolus Num. 356 von Kapstadt, Bachmann Num. 1592 und 737 von Hopefield (Herb. Schinz).

S. aurea zeichnet sich vorzugsweise durch den von Individuum zu Individuum wechselnden Grad der Ausbildung der Kelchflügel aus. Im einfachsten Falle, bei der typischen S. aurea, sind die Kelchzipfel gekielt; das andere Extrem, das ich als forma pallida bezeichne, bilden die Exemplare mit verhältnissmässig breiten, am Grunde halbherzförmig ausgerandeten Flügeln; zwischen beiden aber lassen sich alle denkbaren Uebergänge auffinden. Da indessen die Endglieder dieser Formenreihe unschwer auseinander zu halten sind, so widerstrebt es mir, sie zusammen mit ein und demselben Namen zu bezeichnen.

Diese Art ist seltsamerweise von Linnée an bis auf heute noch nicht zur richtigen Beurtheilung gelangt.

Linnée brachte sein Exacum aureum in der IV. Familie seines Pflanzensystems unter (vergl. suppl. 2. edit. p. 123), bemerkt aber in der Diagnose: calyx pentaphyllus, corolla quadrifida, stamina quatuor. In derselben Familie begegnen wir auch noch der stets vierzähligen S. albens und der fünfzähligen Belmontia cordata! Linnée's Beschreibung von E. aureum kann unmöglich auf genauer Blüthenanalyse beruhen, entweder ist die Zahl der Kelchzipfel oder dann die der Staubblätter unrichtig angegeben. Was soll nun dem Linnée'schen Exacum aureum für eine Pflanze zu Grunde gelegt werden, ein vier- oder ein fünfzähliger Typus? Plukenet's von Linnée citirte Abbildung entscheidet die Frage keineswegs, denn die recht schön den Habitus einer kleinen Sebaea wiedergebende Figur weist durchwegs Blüthen mit fünftheiliger Krone auf, was wiederum Linnée's Angabe widerspricht. Kaum weniger rathlos lässt uns Thunberg's Flora capensis. Thunberg transportirt sämmtliche Linnée'sche Exacum-Arten, von ihm in Gentiana umgetauft, in die V. Klasse, wodurch zwar G. exacoides (E. cordatum L.), nicht aber G. albens (E. albens L.) zum Rechte gelangt. Exacum aureum L. wird von Thunberg in Gentiana aurea umgetauft und als ihr synonym Exacum sessile angeführt, eine Art, die in Ceylon zu Hause ist und von E. aureum wohl unterschieden ist. Noch vergrössert wird dann schliesslich die Confusion von Grisebach in dessen Monographie. Grisebach nimmt hier an, dass S. aurea bald vier-, bald fünfzählige Blüthen haben könne und zwar sollte nach seiner Darstellung der Art der fünfzählige Typus, den beiden Varietäten tetrandra und pallens aber der vierzählige Typus entsprechen; zum Ueberfluss vereinigt er

dann auch noch mit S. aurea (nach seiner Auffassung) in seiner Wiederbearbeitung der Gentianaceen im Prodromus von de Candolle (Band IX, p. 52) die von E. Meyer aufgestellte und schon habituell von jeder S. aurea leicht zu unterscheidende S. pentandra und citirt ausser Plukenet von weitern Abbildungen Burm. afr. t. 74 f. 4 und Lam. ill. t. 80 f. 2. Bei blosser Vergleichung der Abbildungen schon muss sich jedem die Ueberzeugung aufdrängen, dass hier von Grisebach ganz verschiedene Pflanzen unter Einen Hut gebracht worden sind. Für uns handelt es sich nun wesentlich darum, festzustellen, welche von diesen, überhaupt welche Sebaea der S. (Exacum) aurea Linnée's entspricht. Nach sorgfältiger vergleichender Prüfung der verschiedenen Diagnosen glaube ich mit Sicherheit annehmen zu können, dass Linnée's E. aureum ein vierzähliger Typus zu Grunde liegt und zwar des speciellen die von Lamarck abgebildete Art. Hierfür sprechen verschiedene Gründe. In erster Linie die von Linnée gegebenen Zahlenangaben; wenn der Kelch als fünftheilig bezeichnet wird, so scheint mir diess gegenüber der «fünflappigen Krone und dem fünfzähligen Androcoeum» von geringerer Wichtigkeit zu sein. Da Plukenet seiner Abbildung von Centaurium minus aureum etc. l. c. keine Analyse beigegeben hat, so widerspricht dieselbe unserer Auffassung eigentlich nur dadurch, dass die Kronen als fünflappig gezeichnet sind, stützt dieselbe aber anderseits wieder durch den Umstand, dass die Skizze in geradezu trefflicher Weise den Habitus der Pflanze wiedergibt, die meiner Ansicht nach die ächte S. aurea Linnée's ist. Derselben Ueberzeugung sind offenbar auch E. Meyer l. c. p. 185 und Chamisso (Plantae Ecklonianae, Linnaea 1831, p. 343), denn die

ihren Bestimmungen entsprechenden Nummern entsprechen, soweit ich die Herbarexemplare kenne, stets der von Lamarck so schön skizzirten Pflanze.

Grisebach hat, wie bereits hervorgehoben, verschiedene Pflanzen, die eben so vielen Arten entsprechen, mit einander vermengt. Seine var. tetrandra (prodr. p. 52) ist wohl nichts anderes als die ächte S. aurea (L.) R. Br.; was aber unter seiner S. aurea zu verstehen ist, ist unsicher, vermuthlich die Pflanze, die ich als S. Grisebachiana bezeichne und die so ziemlich dasselbe Verbreitungsgebiet wie S. aurea zu haben scheint. Mit Burmann's Abbildung weiss ich nichts anzufangen, mit S. aurea deckt sie sich keinenfalls.

Was schliesslich noch die zwei weitern Varietäten Grisebach's, sulphurea und cymosa (Jarosz diss. p. 10) betrifft, so steht mir darüber, da ich keine Belegexemplare gesehen habe, kein Urtheil zu.

S. sulphurea Cham. et Schlecht. Linnaea I, p. 192. Chamisso in Linnaea VI, p. 346.

S. tabularis Eckl. mss.

Ein krautartiges, spannenhohes Pflänzchen mit mehr oder minder fleischigen, eiförmigen, sitzenden, spitzen oder in eine Spitze ausgezogenen Blättchen von ±7 mm Länge und ±5 mm Breite. Die Blüthen sind bald länger, bald kürzer gestielt. Die fünf Kelchzipfel sind lanzettförmig, bis zu 6 mm lang, spitz und geflügelt. Die Kelchflügel verschmälern sich in der Regel gegen die Basis der Zipfel hin und sind daher am Grunde nur höchst selten annähernd halbherzförmig ausgerandet.

Die Krone, keine besondere Merkmale bietend, wird bis zu 13 mm lang; die Lappen sind durchschnittlich oblong-eiförmig und spitz. Die fünf Staubblätter tragen

je eine grosse apikale und zwei basale Drüsen; die Narbe ist keulenförmig.

Diese Art ist leicht an der schwefelgelben Farbe zu erkennen, die der Kelch und auch die Hochblätter beim Trocknen anzunehmen pflegen.

Bergius (Herb. Berlin), Ecklon (Herb. Petersb.), Mundt und Maire (Herb. Berlin), Rehmann Num. 758 Tafelberg (Herb. Schinz).

S. sulphurea scheint auf die Südwestecke der Kapcolonie beschränkt zu sein.

S. pentandra E. Mey. l. c. p. 184.

Mit der eben diagnosticirten S. sulphurea übereinstimmend durch die an jedem Staubblatt zu drei vorkommenden Drüsen, von dieser aber leicht zu unterscheiden durch die nicht keulenförmige sondern mehr oder weniger zungenförmige Narbe. Die untern, rosettig angeordneten Blätter sind spatelförmig oder elliptisch, am Grunde zusammengezogen, bis 3 cm lang und bis 1 cm breit, die obern, stengelständigen eiförmig, halbstengelumfassend und mehr oder weniger spitz. Die fünf Kelchzipfel sind von lanzettförmigem Umriss, spitz, ± 5 mm lang und schmal geflügelt, die Kronlappen ± 5 mm lang, oblong und abgerundet.

Drège (Herb. DC.), Missionar Fenchel vom Löwenfluss in Gross Namaland (Herb. Schinz). Ueber das Vorkommen der Exemplare von Drège vergl. E. Meyer l. c.

Var. (?) **belmontioides** Schinz.

Habituell der Belmontia cordata E. Mey. zum Verwechseln ähnlich, unterscheidet sich aber von dieser von vornherein durch den Genuscharakter — die Staubbeutel sind in den Buchten inserirt — und durch die kopfförmige Narbe. Die Staubbeutel stimmen durchaus

mit denen der S. pentandra; der Abtrennung von dieser Art wird nur durch die ±2 mm breiten Kelchflügel gerufen.

Zeyher Num. 1189a (Herb. Boissier).

S. Welwitschii Schinz

Schmächtige, aufrechte, spannenhohe Pflanze ohne grundständige Blattrosette. Die stengelständigen Blätter sind lanzettlich bis linear-lanzettlich, gekielt, halbstengelumfassend, emporstrebend, ±2 mm lang, selten etwas länger. Die fünf rigiden Kelchzipfel sind lanzettlich, gekielt, grannenartig zugespitzt, ±4 mm lang, die Kronlappen oblong, stumpf oder spitz, ±6 mm lang. Die auf durchschnittlich 3 mm langen Filamenten inserirten Staubbeutel sind von einem unscheinbaren Anhängsel gekrönt. Der von einer kopfförmigen Narbe überragte, ±5 mm lange Griffel entbehrt eines Haarwulstes.

Welwitsch Num. 1522 (Herb. DC.).

S. linearifolia Schinz

Diese Art unterscheidet sich von der vorigen im Wesentlichen nur durch den Griffel, der durch das Vorkommen eines Haarwulstes ausgezeichnet ist. Die Blätter sind an den wenigen mir vorliegenden Exemplaren länger als bei S. Welwitschii, nämlich bis zu 8 mm lang. Einigermassen auffallend ist des Weitern, dass die bis 8 mm langen Kelchzipfel bis zu einer Höhe von ±3 mm miteinander zu einer Kelchröhre verwachsen sind, was bei S. Welwitschii nicht der Fall zu sein pflegt.

Ob dies wirklich eine distincte Art ist, vermag ich nicht mit Sicherheit zu entscheiden, dazu bedarf es vorerst noch grösserer Vergleichsreihen.

Rehmann Num. 5062 Transvaal und Num. 3799 Oranjefreistaat (Herb. Schinz).

S. Grisebachiana Schinz

Aufrechtes Pflänzchen mit sitzenden, mehr oder weniger eiförmigen, stumpfen oder spitzen, bis 5 mm langen Blättchen und verhältnissmässig armblüthigem, wenig verzweigtem Blüthenstand. Die fünf Kelchzipfel sind zugespitzt, mehr oder weniger schmal geflügelt und ±5 mm lang; die Flügel verschmälern sich nach der Basis zu und können daher kaum halbherzförmig genannt werden. Die oblongen Kronlappen sind spitz oder stumpf, im letztern Falle von einem kleinen Spitzchen überragt, ±5 mm lang. Die Kronröhre erreicht eine Länge von ±4 mm. Die fünf, von $1^1/_2$ bis 2 mm langen Filamenten getragenen Staubbeutel sind an der Spitze und an der Basis kurz geschwänzt. Eine keulenförmige Narbe krönt den 6 bis 7 mm langen, mit deutlichem Haarwulst versehenen Griffel.

Krebs Num. 233 (Herb. Berl.), Ecklon Num. 732 (Herb. Schinz), Rehmann Num. 264 Montagupass (Herb. Schinz). Die Exemplare von Krebs und von Ecklon stammen aus der Umgebung der Kapstadt und zwar vermuthlich beide von den Höhen des Tafelberges, wo diese Art mit S. aurea gemischt vorkommt; ich schliesse diess aus dem Umstand, dass sich unter den Ecklon'schen Belegstücken auch zwei ächte S. aurea fanden.

(S. Grisebachiana ist wohl die Pflanze, die Grisebach als S. aurea diagnosticirt; sie dürfte auch am ehesten der Abbildung von Burmann entsprechen. Von der ihr hinsichtlich der Tracht sehr ähnlichen S. Zeyherii unterscheidet sie sich durch den langen Griffel und die schwächer ausgebildeten Kelchflügel.)

S. Rehmannii Schinz

Eine nach den vorliegenden Exemplaren zu urtheilen, unverzweigte, aufrechte, der grundständigen Blattrosetten

entbehrende, einjährige stattliche Pflanze mit eiförmigen bis fast halbrunden, der Basis zu verschmälerten oder fast herzförmig ausgerandeten, am entgegengesetzten Ende stumpfen Blättern von ±8 mm Länge und ±8 mm Breite. Die Kelchzipfel sind ±6 mm lang und breit geflügelt, die Flügel am Grunde halbherzförmig. Die Kronlappen sind auffallend länger als die Kronröhre, ±11 mm lang, oblong und abgerundet oder von einem Spitzchen überragt. Die Staubblätter erreichen die ansehnliche Länge von ±3 mm und werden von einem kleinen Anhängsel gekrönt. An dem schlanken, ±6 mm langen Griffel konstatiren wir einen deutlichen Haarwulst und eine kopfartige Narbe.

Rehmann Transvaal Num. 5925 (Herb. Schinz).

S. crassulaefolia Cham. et Schlecht. Linnaea I, p. 193.

Eine krautartige, vielverzweigte Pflanze mit mitunter bogig nach aufwärts strebenden Seitenzweigen. Die meist recht dicht stehenden Blätter sind stengelumfassend, mehr oder minder halbrund und am Grunde herzförmig ausgerandet, im Uebrigen ledrig, stumpf oder von einem Spitzchen überragt, seltener spitz zulaufend, ±10 mm lang und ±13 mm breit. Die ±6 mm langen Kelchzipfel sind lanzettlich, spitz und mukronat, schmal geflügelt, die Kronlappen länglich eiförmig, 6 bis 7 mm lang und mukronat. Auf jedem der fünf Staubbeutel findet sich eine endständige Drüse. Der Griffel erreicht eine durchschnittliche Länge von 6 mm.

Drège (Herb. DC. und Petersb.), Ecklon (Herb. Petersb. und Götting.), Rehmann Num. 6755 und 6527 Transvaal, Missionar Junod Delagoa Bay (Herb. Schinz und Boissier).

var. lanceolata Schinz

Unter dieser Bezeichnung trenne ich eine Spielart

mit dreieckig-lanzettlichen Blättern ab, die mir nur von einem Standorte vorliegt und möglicherweise doch nur eine Standortsvarietät ist.

Rehmann Num. 7348 Westtown in Natal (Herb. Schinz).

S. elongata E. Mey. l. c. 184.

Eine bis über 30 cm hohe, ansehnliche Pflanze mit grundständiger Blattrosette. Die Rosettenblätter sind von mehr oder weniger breit-elliptischem Umriss, am Grunde zusammengezogen, stumpf oder spitz, bis $4^1/_2$ cm lang und bis $2^1/_2$ cm breit, die stengelständigen entweder dreieckig-lanzettförmig oder schmal lanzettlich, an der Basis in stärkerm oder geringerm Masse herzförmig. Die schmal lanzettförmigen, sehr spitz zulaufenden Kelchzipfel sind auf dem Rücken gekielt, ± 6 mm lang und überragen den Korollatubus. Die im Umriss länglich-eiförmigen bis lanzettlichen Kronlappen sind spitz oder stumpf, im letztern Falle mukronat, 5 bis 8 mm lang und bis 3 mm breit. Die Staubbeutel scheinen der Anhängsel zu entbehren; sie sind durchschnittlich $2^1/_2$ mm lang. Der Griffel hat eine Länge von ± 6 mm und trägt eine unscheinbare, kopfförmige Narbe. Haarwulst?

Drège, nach E. Meyer im Gebiete von Roodemuur, also unweit des Montagupasses gesammelt (Herb. DC.).

Ebenfalls vom Montagupass stammt ein Exemplar der von Rehmann gesammelten Suite (Num. 265), das ich eingehender zu untersuchen Gelegenheit hatte und sich dadurch auszeichnet, dass der Griffel eines Haarwulstes entbehrt. Das im Herb. DC. aufbewahrte Belegstück von S. elongata ist in mehrfacher Beziehung unvollständig, und da ich es nicht wagen durfte mehr als eine Blüthe zu analysiren, bei der zudem der Griffel durch Insecten bereits zerstört war, so muss ich die endgültige

Entscheidung, ob die Exemplare von Drège und Rehmann wirklich identisch seien, vorderhand noch offen lassen.

S. Zeyherii Schinz

Eine Art, die habituell auffallend an S. Grisebachiana erinnert, sich aber von dieser durch den kurzen, durchschnittlich 1 mm langen Griffel unterscheidet. Die Narbe ist keulenförmig und der Ringwulst daher oft nur schwer nachzuweisen. Die auf kurzen Filamenten inserirten Staubbeutel sind von kleinen Anhängseln gekrönt.

Die Kelchzipfel besitzen, dadurch unterscheidet sich S. Zeyherii sofort von S. aurea, starke, bis 2 mm breite Flügel.

Zeyher Num. 1188 (Herb. DC.)

Zeyher 1188a (Herb. Boissier), als Belmontia cordata E. Mey. var. micrantha Cham. et Schlecht. bestimmt, ist mit S. Zeyherii in jeder Beziehung identisch.

S. brachyphylla Griseb. Genera et spec. p. 170.

Aufrechte, unterwärts verzweigte Pflanze mit zum Theil kräftigen Seitenzweigen. Die untern, ±15 mm langen und ± 10 mm breiten, am Grunde zusammengezogenen Blätter sind mehr oder weniger länglich-eiförmig, die höher oben inserirten bei herzförmigem Grunde eiförmig bis fast nierenförmig und die obersten endlich sind lanzettlich-eiförmig und dabei bedeutend kleiner. Die Kelchzipfel sind lanzettförmig, spitz, gekielt und 4 bis 5 mm lang. Die 2 bis 3 mm langen Lappen der unterwärts kugelig verbreiterten, ±6 mm langen Krone sind oblong, eiförmig oder spatelförmig. Die Filamente sind sehr kurz, die Staubbeutel von einem kleinen Anhängsel überragt. Charakteristisch für diese Art ist der kurze Griffel mit der kopfförmigen Narbe. Wie bei S. Zeyherii, so ist auch hier der Haarwulst am Griffel oft kaum nachzuweisen.

S. brachyphylla scheint von allen afrikanischen Sebaea-Arten die weiteste Verbreitung zu haben. Sie ist von Grisebach ursprünglich auf Grund der von Lyall und Bojer auf Madagascar gesammelten Exemplare aufgestellt worden, konnte nun aber auch auf der Insel Fernando Po in einer Höhe von 7000 bis 10000 Fuss (Mann Num. 598 im Herb. DC.), in Abyssinien auf dem Berge Gunna, 9000 bis 11500 Fuss hoch (Hildebrandt Num. 1459; vergl. Schweinfurth's Beitrag p. 127 und Vatke plantae abyssinicae etc. Linnaea XL p. 219) und in Angola (Welwitsch Num. 1520 im Herb. DC.) nachgewiesen werden. Ich muss übrigens hinzufügen, dass die madagassischen Exemplare durchwegs einen kleinern Griffel als die vom Festlande stammenden besitzen, immerhin ist er auch bei den letztern noch ansehnlich kürzer als bei den übrigen durch «grosse» Griffel ausgezeichneten Arten. Warum sollte auch nicht eine vom ursprünglichen Verbreitungscentrum versprengte Art zum Zweck der Erhaltung ihrer Art auf dem Wege der Anpassung eines ihrer wichtigsten Organe, den Griffel den neuen Verhältnissen anpassen können, ohne gleichzeitig die Uebereinstimmung in den übrigen Theilen mit der zum Ausgang gedienten Stammart zu verlieren. Dass im Uebrigen die oben angegebene Verbreitung der S. brachyphylla nicht einen Einzelfall darstellt, setze ich als bekannt voraus.

S. Barbeyiana Schinz

Spannenhohes, am Grunde verzweigtes hinfälliges Pflänzchen mit grundständiger Blattrosette. Die untern, papierdünnen, von mehreren bogig nach oben verlaufenden Nerven durchzogenen Blätter sind spatelförmig oder verkehrteiförmig, stumpf oder spitz, am Grunde stielartig zusammengezogen, $\pm 2^1/_2$ cm lang und bis 13 mm breit; die

obern sind kleiner und von mehr eiförmigem Umriss. Die lanzettförmigen, gekielten, spitzen Kelchzipfel sind 3 bis 4 mm lang, die Kronlappen etwas kürzer, mehr oder weniger eiförmig und meist von einem Spitzchen überragt. Die fast sitzenden Staubblätter sind am Grunde und an der Spitze kurz geschwänzt. Der kurze, 1 bis 1½ mm lange Griffel besitzt einen Haarwulst und endigt in eine kopfförmige Narbe.

Schinz Num. 485, im Weissen Nosob in der westlichen Kalachari (Herb. Schinz).

Hierher gehört wahrscheinlich auch eine kleine von Sir John Kirk auf einem der zahlreichen, von Livingstone, Baines und Andern geschilderten Inselchen oberhalb des Sambesi-Viktoria-Falles gesammelte Pflanze, die in Kew ich mich erinnere gesehen zu haben und von der ich damals einige Notizen gemacht hatte.

Exacum L. gen. n. 141.

Die Gattung Exacum unterscheidet sich von Sebaea namentlich dadurch, dass die stets drüsenlosen Staubblätter unterhalb der von den Kronlappen gebildeten Buchten inserirt sind und die Staubbeutel mittelst eines kurzen, selten von der Spitze bis zur Basis sich erstreckenden Risses (einen Porus, wie dies Bentham und Hooker thun, möchte ich diese Spalte kaum nennen) aufspringen. Der Griffel der afrikanischen Exacum-Arten, und nur diese habe ich vorläufig untersucht, entbehrt eines Haarwulstes und trägt eine kopfförmige, kurz zweilappige Narbe.

E. Hoffmannii Schinz «Vatke».

Eine einjährige, wenig oder nicht verzweigte, krautartige Pflanze mit kurz gestielten oder blattstielartig am Grunde zusammengezogenen, lanzettlich-eiförmigen bis

elliptischen, spitzen, dünnen, von fünf bogig zur Spitze verlaufenden Nerven durchzogenen, bis 8 cm langen und bis 3 cm breiten Blättern. Die Blüthen bilden wenigblüthige, aber ansehnliche, beblätterte Dichasien und sind 5 bis 20 mm lang gestielt. Die 5 bis 10 mm langen Kelchzipfel sind breit geflügelt und laufen in der Regel in eine kurze aber feine Spitze aus. Die ±3 mm breiten Kelchflügel sind zierlich geädert und am Grunde halbherzförmig ausgerandet, am Rande häufig fein gezähnt.

Die Lappen der am Grunde kugelig erweiterten, ±3 mm langen Kronröhre sind länglich-eiförmig und bis 6 mm lang. Die ±2 mm langen, unterhalb der Buchten inserirten Staubfäden sind am Grunde etwas verbreitert und tragen ±3 mm lange, stumpfe Staubbeutel. Der kugelige Fruchtknoten wird von einem 4 bis 5 mm langen, von einer kurz-zweilappigen Narbe gekrönten Griffel überragt.

Central-Madagascar, im Uferwaldschatten des Marokoloi bei Tananarivo (Hildebrandt Num. 3467).

Die Zahl der aus Madagascar bekannten Exacum-Arten steigt mit der oben diagnosticirten auf fünf. Eine einzige davon, E. quinquenervium Griseb. (DC. prodr. IX, p. 46) ist bis anhin ausserhalb genannter Insel, nämlich auf Sansibar gefunden (Hildebrandt Num. 1131) und die betreffenden Exemplare von Moore ursprünglich als Sebaea oldenlandioides nov. spec. (im Journal of Botany 1877, p. 68) beschrieben worden; der Irrthum ist indessen dann 1880 von Moore selbst in derselben Zeitschrift (p. 4) berichtigt worden. Die übrigen drei centralmadagassischen Arten sind von Baron entdeckt und von J. G. Baker publicirt worden (Journal of the Linnean soc. XX, p. 210), es sind dies:

E. bulbilliferum, E. rosulatum und E. spathulatum.

Zur raschen Erkennung der genannten afrikanischen Arten mag der nachfolgende Schlüssel dienen, den ich allerdings, da ich zwei der von Baker diagnosticirten Arten nur aus dessen Beschreibung kenne, unter Vorbehalt aufstelle.

Exacum L.

1. Kelchzipfel stark geflügelt	2.
— Kelchzipfel ungeflügelt, höchstens gekielt	3.
2. Mehrjähriger Halbstrauch	*E. bulbilliferum* Baker
— Einjährige Pflanze	*E. Hoffmannii* Schinz
3. Filamente verlängert	4.
— Filamente sehr kurz	*E. spathulatum* Baker
4. Blätter eiförmig bis lanzettlich, Kelchsegmente spitz	*E. quinquenervium* Griseb.
— Blätter verkehrtförmig, Kelchsegmente stumpf	*E. rosulatum* Baker

Belmontia E. Mey.

Eine durch Pleomorphie ausgezeichnete, von E. Meyer (Comm. de plant. africae australioris, p. 183) von Sebaea abgetrennte Gattung, die sich von dieser in charakteristischer Weise durch die ausnahmslos in der Kronröhre inserirten, mit drei oder zwei Drüsen versehenen Staubblätter unterscheidet. Die Staubbeutel springen mittelst Längsrissen auf. Bezüglich der Einzelheiten verweise ich auf die Besprechung der Arten.

Belmontia cordata (L.) E. Mey.[1])

Exacum cordatum L. suppl. 124.

---

[1]) Bezüglich der von Cham. et Schlecht. aufgestellten Varietät mirantha (Linnaea I, 191) verweise ich auf das pag. 325 Gesagte; var. intermedia derselben Autoren kenne ich nicht.

Gentiana exacoides L. spec. 332.
Sebaea cordata (L.) R. Br.
Burm. afr. t. 74, f. 5.
Plukn. Almag. p. 94, t. 275, f. 4 (nach Grisebach citirt!).

Die Blüthen dieser längst bekannten und gut beschriebenen Art sind ausgezeichnet durch Heterodistylie. Die Staubblätter sind in der schlanken Kronröhre durchschnittlich in einer Höhe von 10 mm inserirt und werden entweder vom Griffel überragt oder nicht erreicht. Die Filamente sind sehr kurz, die Staubbeutel sind durch je eine grosse apikale und zwei kleinere basale Drüsen ausgezeichnet. Der Griffel besitzt einen in die Länge gestreckten Haarwulst und eine kurz zweilappige Narbe.

Belmontia grandis E. Mey.

Exochaenium grande Griseb. Prodr. IX, p. 55.
Sebaea grandis Steud. n. inappl. (vergl. Grisebach l. c.).

Gleicherweise mit zwei ausgeprägten Blüthenformen. Bei der einen Form sind die durchschnittlich 3 mm langen Filamente der Kronröhre in einer Höhe von 7 bis 8 mm eingefügt; der zu solchen Blüthen gehörende Griffel ist so kurz, dass die lange, in die Breite gedrückte Narbe fast unmittelbar dem Fruchtknoten aufsitzt. Ovarium sammt Griffel und Narbe erreichen eine Totallänge von höchstens 10 mm.

Die Staubfäden der zweiten Blüthenform sind verschwindend kurz und in einer Höhe von 5 bis 6 mm inserirt, dagegen erreichen nun Fruchtknoten, Griffel (±4 mm lang) und Narbe eine Gesammtlänge von bis 14 mm. Die

Narbe ist auch in diesem Falle langgestreckt; dem Griffel scheint bei beiden Formen der Haarwulst zu fehlen.

Was die Staubbeutel anbetrifft, so sind diese sowohl bei der kurz- als bei der langgriffeligen Form mit je drei Drüsen versehen; anstatt der sitzenden breiten Enddrüse von B. cordata konstatiren wir aber bei dieser Art einen gestielten, oblongen Drüsenkörper. Bei der langgriffeligen Form können die Staubbeutel bald ganz frei sein, oder sie sind zu einer den Griffel umschliessenden Röhre verwachsen. Auf diese Abweichung hin wurde von Grisebach das Genus Exochaenium gegründet; untersucht man indessen eine grössere Reihe, so überzeugt man sich, dass sich in diesem Punkte selbst Exemplare eines und desselben Standortes verschieden verhalten und das verschiedene Verhalten wohl eher als eine Zufälligkeit aufzufassen ist, jedenfalls aber nicht einmal zur Creirung zweier Arten berechtigt.

Was die Verbreitung der beiden Arten betrifft, so scheint B. cordata vorzugsweise in der Südwestecke der Kap-Kolonie, in der Umgebung der Kapstadt und dann jenseits des Oranjeflusses im südlichen Theile Gross-Namalandes, von wo ich ein Exemplar aus dem Gebiete von Keetmanshoop besitze, vorzukommen; B. grandis dagegen dürfte ein mehr subtropischer Typus sein, wenigstens kenne ich diese Art nur aus Natal, der mittlern Transvaal, von wo sie Rehmann gebracht hat, aus Amboland, wo ich sie selbst in mehrfachen Exemplaren sammelte, und endlich aus dem Distrikt Uuilla in der portugiesischen Provinz Mossamedes, wo sie der ausgezeichnete Reisende und Sammler Welwitsch nachgewiesen hat (vergl. Welwitsch, sertum angolense p. 49).

Im Anschluss hieran sei auch noch zweier weiterer

von Welwitsch entdeckten und von ihm beschriebenen (l. c., von Welwitsch zu Exochaenium gestellten) Arten Erwähnung gethan, nämlich der

Belmontia primulaeflora (Welw.) Benth. et Hook., und der

Belmontia debilis (Welw.) Benth. et Hook.

Von der erstern, einer niedern einjährigen Pflanze mit Primula-ähnlichen Blüthen und lanzettlichen oder linear-lanzettlichen Blättern, stehen mir Exemplare von Welwitsch (Num. 1513) und von Newton (Num. 240) zur Verfügung. Bei der von Newton gesammelten Pflanze überragt die Narbe die Staubblätter, der Griffel ist bis 2 mm lang. Die $\pm$ $1^1/_2$ mm langen Filamente sind in einer Höhe von $2^1/_2$ mm inserirt, die Staubbeutel frei und mit je einer endständigen und zwei basalen Drüsen versehen. Die das Connectiv krönende Drüse ist durchschnittlich 1 mm lang, von keulenförmiger Gestalt, spitz; die epidermalen Zellen dieses Körpers sind fein gestrichelt und kegelförmig ausgezogen mit in der Regel nach aufwärts gerichteten Spitzen. Aehnliche, wenn auch etwas schlankere Kegelzellen überziehen als Epidermis das Endothecium der Staubbeutel. Die zwei basalen Drüsen sind höchstens stecknadelknopfgross, traubenförmig und werden von wenigen, nach aussen vorgezogenen, gestrichelten Zellen gebildet. Mitunter kommt zu diesen drei Drüsen noch eine vierte, die etwa um $^2/_3$ kleiner als die endständige ist und ebenfalls dem obern Ende der Beutel, aber der Vorderseite derselben aufsitzt.

Höchst wahrscheinlich kommen auch dieser Art lang- und kurzgrifflige Formen zu, wenigstens schliesse ich dies aus Welwitsch's Diagnose (l. c. 48).

Belmontia debilis (Exochaenium debile Welw.) liegt mir in einigen Exemplaren vor, die von Major von Mechow am Quango auf dessen bekannter Reise im Quango-Gebiet gesammelt wurde.

Diese Art steht der B. primulaeflora offenbar sehr nahe, wenn auch eine Verwechslung schon durch den ganz verschiedenen, von Welwitsch in gewohnter meisterhafter Weise beschriebenen Habitus durchaus ausgeschlossen ist. Ich möchte die Mechow'sche Pflanze als kurzgrifflige Form ansprechen; die ±2 mm langen Filamente sind in einer Höhe von ±2 mm inserirt und der ±2 mm lange Griffel (einschliesslich die keulenförmige Narbe) erreicht daher nicht einmal die Basis der Staubbeutel.

Die nahe Verwandtschaft der beiden Welwitsch'schen Arten dokumentirt sich auch in der Gestalt der drei, unter Umständen auch vier Drüsen. Die endständigen sind gleicherweise keulenförmig, spitz, unterscheiden sich aber von denen der B. primulaeflora dadurch, dass die epidermalen Zellen weniger stark vorgezogen und weniger spitz sind. Die den untern Enden der beiden Staubbeutelhälften mit kurzem Stiel inserirten Drüsen sind traubenförmig und wenigzellig.

Belmontia gracilis ist eine dritte von Welwitsch entdeckte und diagnosticirte Art, die ich indessen nicht kenne und über deren Stellung ich bei späterer Gelegenheit berichten zu können hoffe.

Belmontia Mechowiana Schinz «Vatke».

Eine aufrechte, wenig verzweigte, einjährige Pflanze mit lanzettförmigen oder elliptischen, sitzenden Blättern, deren Spreiten ±13 mm lang und ±3 mm breit sind. Die Stengelabschnitte zwischen den einzelnen Blattpaaren sind ±6 cm lang. Die Blüthen sind endständig, die

Kelchzipfel ± 12 mm lang, lanzettlich, spitz und schmal geflügelt, die Zipfel der Krone ± 2 cm lang und ± 12 mm breit, eiförmig bis elliptisch, der Basis zu spitz verlaufend. Die sehr kurzen Filamente sind der ± 26 mm langen Kronröhre in einer Höhe von ± 14 mm inserirt, die Insertionsstelle giebt sich an der schlanken Kronröhre schon äusserlich durch eine geringe Erweiterung zu bemerken. Die Staubbeutel sind mehr oder minder stark miteinander verwachsen (verklebt?), die Hälften ober- oder unterwärts spreizend. Staubbeutelepidermis und das oben zwischen den beiden Hälften frei herausragende Connectivende werden von kegelförmigen, spitzen Zellen gebildet; an der Basis ist jede Antherenhälfte in einen kurzen, morgensternartigen Schwanz ausgezogen. Das eiförmige, am Grunde etwas zusammengezogene Ovarium wird von einem kahlen, schlanken, ± 18 mm langen Griffel mit kopfförmiger Narbe überragt.

Die Exemplare, die mir zu obiger Beschreibung gedient haben, stammen aus der Sammlung des Majors von Mechow (Num. 503), der sie am Ufer des Hamba, eines linksseitigen Nebenflusses des Camboflusses (vergl. Capello and Ivens, from Benguella etc. vol. II, p. 61 und 65), entdeckte.

Belmontia stricta Schinz

Die vorliegende Pflanze ist durch ihren aufrechten, steifen Wuchs und ihre rasch in Wickel ausgehenden Blüthenstände ausgezeichnet. Die lanzettförmigen oder linear-lanzettlichen Blätter sind ungestielt, spitz, bis 25 mm lang und bis 3 mm breit. Die fünf Kelchzipfel der stets sehr kurz gestielten Blüthen sind von elliptischem bis lanzettlich-eiförmigem Umriss, grannenartig zugespitzt, ± 5 mm lang und ± 2 mm breit, auf der Rückseite ge-

kielt. Die Blumenkrone ist fünflappig, unterwärts schlankröhrig, von ±10 mm Länge, wovon ±1½ mm auf die unansehnlichen Lappen kommen. Die fast sitzenden Staubblätter sind der Kronröhre in einer Höhe von ±5 mm eingefügt, entbehren der beiden basalen Drüsen, werden aber überragt von einer wenigzelligen, kugeligen, kleinen Drüse, deren äussere Zellen stumpf-flaschenförmig ausgezogen sind. In entwickelten Blüthen überragt die schwach verdickte, fast zungenförmige Narbe die Staubblätter, und zwar gerade um die Länge der Narbe.

West-Madagascar, Station bei Moroway (Hildebrandt Num. 3428).

Diese Art dürfte vorläufig in die Nähe der B. debilis zu stellen sein, mit der sie das Unansehnliche der Blüthen gemein hat. Die Zahl der aus Madagascar bekannten Belmontia-Arten steigt damit auf drei: zwei kleinblüthige und eine grossblüthige, B. emirnensis Baker (Journal of Linn. soc. XXII, p. 507). Wenn dieses grosse und botanisch so hoch interessante Gebiet indessen erst einmal in allen Theilen besser erforscht sein wird, so werden sicherlich noch andere Arten dazu kommen, die uns dann wohl ein besseres Bild über die Entwicklung dieses Geschlechts gewähren.

Belmontia Teuszii Schinz «Vatke»

Eine einjährige, meist ganz unverzweigte, aufrechte, durchschnittlich 40 cm hohe Pflanze mit sitzenden, länglich-eiförmigen bis lanzettlich-eiförmigen oder elliptischen, spitzen oder stumpflichen, dem Grunde zu etwas verschmälerten Blättern. Die am Rande rauhe und im getrockneten Zustande schwach rückwärts gerollte Blattspreite ist bis 2 cm lang und ±8 mm breit. Die lanzett-

lichen Kelchzipfel laufen in eine pfriemliche Spitze aus; sie sind ±17 mm lang und auf dem Rücken schmal geflügelt. Die Blumenkrone scheint von rein weisser Farbe zu sein; sie besitzt eine schlanke, bis 3 cm lange, über der Mitte unbedeutend erweiterte äusserst fein behaarte Röhre. Die ±24 mm langen und ±14 mm breiten Kronlappen sind von breit-elliptischem Umriss, spitz und der Basis zu verschmälert. Die fünf der Blumenkronröhre ±13 mm über deren Grund eingefügten Staubfäden sind 2 bis 3 mm lang, unterwärts schmal, oberwärts dagegen kugelig verdickt und dann der Insertionsstelle der Staubbeutel zu nochmals zusammengezogen. Abwechselnd mit den Filamenten und in der Höhe deren Einfügung bemerkt man fünf taschenartige Verdickungen der Kronröhre. Die ±3 mm langen Staubblätter sind mit je drei Drüsen versehen, einer endständigen, spitz-keulenförmigen und zwei basalen, kugeligen. Fruchtknoten sammt Griffel und Narbe erreichen eine Länge von ±11 mm, wovon etwa $2^1/_2$ auf den kahlen Griffel und ±3 auf die behaarte Narbe fallen. Die eiförmige Kapsel wird mindestens 10 mm lang und ist zweifächerig; von der Scheidewand entspringt beiderseits je eine fleischige Placenta.

West-Afrika, Station Malange (Teusz Num. 387).

Diese von Teusz, dem ehemaligen Begleiter von Mechow's und jetzigem Plantagen-Director im Kriegsschiffhafen Victoria (Kamerun) gesammelte, prächtige Pflanze stimmt in allen Merkmalen mit der Gattung Belmontia, bis auf die eigenartigen, mit den Staubfäden alternirenden Kronröhrentaschen überein. Eine generelle Abtrennung scheint mir daher vorderhand noch nicht geboten zu sein.

Bevor ich zu einer weitern, dem Tribus der Chironieae angehörenden Gattung, Canscora, übergehe, mag hier noch eine Zusammenstellung der wichtigsten Unterscheidungsmerkmale der besprochenen vier Genera (§ Exaceae) folgen; es scheint mir dies um so nothwendiger, als uns die verschiedenen Bestimmungswerke wie Bentham und Hooker, Harvey, Wood etc. hinsichtlich der Gattungszugehörigkeit der afrikanischen Vertreter der Section Exaceae sehr oft im Zweifel lassen.

Uebersicht.

Lagenias: Kronröhre cylindrisch, lang. Staubblätter im Grunde der Röhre inserirt. Staubbeutel mittelst Längsrisse sich öffnend, mit Drüsen.

Sebaea: Kronröhre kurz cylindrisch oder trichterförmig. Staubblätter in den Buchten der Kronlappen inserirt. Staubbeutel mit Längsrissen und mit oder ohne Drüsen.

Exacum: Kronröhre kurz kugelig. Staubblätter unterhalb der von den Kronlappen gebildeten Buchten inserirt, Staubbeutel sich mittelst kurzer Risse öffnend, ohne Drüsen,

Belmontia: Kronröhre lang. Staubblätter unterhalb der Buchten inserirt. Staubbeutel mit Längsrissen und mit Drüsen.

Canscora Lam. Dict. I. 601.

Aus dieser Gattung besitze ich von Major v. Mechow auf der Station Malange gesammelte Exemplare. Die Pflanze ist unter der Bezeichnung Sebaea tetragona Vatke zur Vertheilung gelangt, unrichtigerweise, denn die Blüthenanalyse zeigt, dass dieselbe der Gattung Canscora zu unterstellen ist, und ich nenne sie daher:

Canscora tetragona Schinz „Vatke"

Die mir vorliegenden Exemplare sind von aufrechtem, circa 40 cm hohem Wuchs. Der Stengel ist vierkantig und infolge der von jeder Blattinsertion zum nächst untern Blattpaar herablaufenden Blattränder geflügelt. Die Blätter sind länglich-eiförmig, stumpf oder von einem kleinen Spitzchen überragt, sitzend, bis 7 mm lang und ± 4 mm breit, von fast ledriger Consistenz. Die zu sehr reichblütigen, fast schirmförmig ausgebreiteten Inflorescenzen vereinigten Blüten sind sitzend oder kurz gestielt. Die vier ± 6 mm langen Kelchzipfel sind bis zu einer Höhe von ± 4 mm miteinander verwachsen, in ihren freien Theilen breit-dreieckig, häutig berandet und von einer ansehnlichen Spitze gekrönt. Jeder Kelchzipfel wird von drei grünen, sehr auffallenden Nerven der Länge nach durchzogen: zwei randständigen, von denen sich jeder im untern Theil der Kelchröhre mit dem ihm zustrebenden Randnerven des benachbarten Kelchzipfels vereinigt und einem Mediannerven. Nach oben zu vereinigen sich die drei Nerven und verlaufen dann in der Kelchzipfelspitze.

Die länglichen, nach Spitze und Basis zu etwas verschmälerten Lappen der ± 8 mm langen, gelben Krone haben eine Länge von ± 6 mm und sind durchschnittlich 2 mm breit. Von den 4 in den Buchten der Kronlappen inserirten Staubblättern besitzen drei kurze, bandartige Filamente und tragen sterile Beutel, während die vierte, fertile Anthere durch einen längern, unterwärts verbreiterten Staubfaden ausgezeichnet ist. Das längliche Ovarium wird von einem ± 3½ mm langen Griffel mit kurz zweilappiger Narbe überragt.

West-Afrika, Malange (Mechow Num. 418).

C. diffusa (Vahl) R. Br. und C. decussata (Roxb.) R. & Sch. (DC. prodr. IX, p. 64), die beide auch aus Afrika bekannt sind, unterscheiden sich von der obigen Art sofort durch die nur die halbe Länge der Kronröhre erreichenden Kronlappen.

Ich schliesse damit diesen I. Beitrag zur Kenntniss afrikanischer Gentianaceen, um dann in einem spätern zweiten auch noch die übrigen afrikanischen Vertreter dieser interessanten Familie einer Untersuchung zu unterziehen.

Zürich, im November 1891.

Versuch einer Erklärung der Asymmetrie der Gasteropoden.

Von

Arnold Lang

mit 22 Figuren im Text.

1.

Bütschli[1]) hat die Chiastoneurie, d. h. die Kreuzung der beiden Pleurovisceralconnective der Prosobranchier unter folgenden drei Voraussetzungen erklärt:

1. Die Vorfahren der Prosobranchier waren symmetrische Thiere; ihre Mantelhöhle lag hinten am Eingeweidesack, somit natürlich auch der palleale Organ-

[1]) Bemerkungen über die wahrscheinliche Herleitung der Asymmetrie der Gasteropoden, spec. der Asymmetrie im Nervensystem der Prosobranchiaten. Morph. Jahrb. Bd. XII 1886.

complex, d. h. der Complex der in der Mantelhöhle liegenden Organe: Ctenidien (Kiemen), Osphradien (Geruchsorgane), Nephridialöffnungen, Genitalöffnungen und — im Centrum des Complexes in der Medianlinie — der After.

2. Die Visceralcommissur oder das Visceralganglion lag unter dem Darm.

3. Der Pallealcomplex wanderte allmählich von hinten nach vorn und zwar der rechten Körperseite entlang.

Unter diesen Voraussetzungen muss der Bütschli'sche Erklärungsversuch der Chiastoneurie als vollständig geglückt gelten. Die Figuren 9—12 pag 349 und ihre Erklärung erläutern ihn hinreichend.

Als erklärt kann auch gelten die rechtseitige Lage des Pallealcomplexes bei den Tectibranchiaten unter den Opisthobranchiaten. Bei diesen hat der Pallealcomplex bei seiner Verschiebung nach vorn die vorderständige Lage noch nicht erreicht. Die Visceralconnective sind in Folge dessen nicht gekreuzt.

Bütschli hat durch seine Hypothese nicht erklärt

1. diejenige Asymmetrie der Gasteropoden, die durch das Verschwinden des einen Ctenidiums, des einen Osphradiums, der einen Nierenöffnung bedingt wird.

2. Die Aufrollung des Eingeweidesackes und der Schale, speciell die Aufrollung in einer rechts- oder linksgewundenen Spirale.

3. Die Beziehungen zwischen der Art der Aufrollung des Eingeweidesackes und der Schale einerseits und der speciellen Asymmetrie der asymmetrischen Organe (Ctenidien, Osphradien, Nephridien, After, Genitalorgane) anderseits.

4. Hat Bütschli den Grund der Wanderung des Pallealcomplexes nach vorn nicht ermittelt.

2.

Wir wollen zunächst die 3 Voraussetzungen, unter denen der Bütschli'sche Erklärungsversuch zutrifft, von alten und neuen Gesichtspunkten aus beleuchten.

Erste Voraussetzung. Dass die Vorfahren der Gasteropoden symmetrische Thiere waren, darüber wird wohl eine Discussion unnöthig sein. Alle Mollusken mit Ausnahme eben der Gasteropoden sind symmetrische Thiere: die Amphineuren, die Lamellibrauchier, die Scaphopoden und die Cephalopoden.

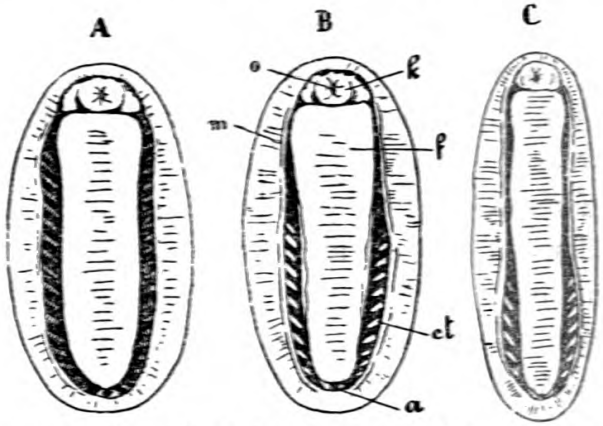
Die Annahme, dass der Pallealcomplex hinten lag, ist ebenfalls wohl begründet. Bei allen symmetrischen Mollusken liegt der After als Centrum des Pallealcomplexes hinten in der Mittellinie. Bei allen symmetrischen Mollusken liegen die Nephridial- und Genitalöffnungen hinten, symmetrisch zu beiden Seiten des Afters. Wo bei den symmetrischen Mollusken die Ctenidien und Osphradien sich erhalten haben, liegen sie symmetrisch auf der Hinterseite des Eingeweidesackes. So bei den Cephalopoden, so bei denjenigen Lamellibranchien, die als die ursprünglichsten gelten müssen, nämlich bei den Protobranchiata Pelseneer's (Nucula, Leda, Solenomya), so selbst bei einigen Chitoniden und denjenigen Solenogastres, die noch Kiemenrudimente besitzen.

Bei zahlreichen Chitoniden findet sich jederseits in der Mantelfurche eine von vorn nach hinten reichende Reihe von Kiemen (Fig. 1 a). Ob die Vielzahl der Chitonidenkiemen eine ursprüngliche ist oder ob sie durch Hinzutreten neuer Kiemen zu zwei oder wenigen ursprünglich hinten gelegenen zu Stande gekommen ist, ist auch nach der neuesten Arbeit von Blumrich [1]) noch eine

[1]) Das Integument der Chitonen. Zeitschr. für wissensch. Zoologie. 52. Bd. 1891.

offene Frage. Für uns ist hier von Bedeutung, dass, wenn die Kiemenreihe sich nicht in der ganzen Länge der Mantelfurche erstreckt, sie sich, wie dies bei einigen Chitonarten und Chitonellus der Fall ist, im hintern Theile dieser Furche vorfindet. Fig. 1, B und C.

Fig. 1.



Schematische Darstellung der Kiemenverhältnisse bei den Chitoniden. m Mantel, o Mund, k Schnauze, f Fuss, ct Ctenidien, a Anus.

Entsprechend der hinterständigen Lage des Pallealcomplexes ist bei den symmetrischen Mollusken die Mantelfalte, welche die Basis des Eingeweidesackes rings umsäumt, hinten, wo sie den Pallealcomplex bedecken muss, am breitesten, d. h. hier vertieft sich die Mantelfurche zur eigentlichen Mantelhöhle.

Bezüglich der zweiten oben angeführten Voraussetzung besteht nach wie vor die unbeseitigte Schwierigkeit, dass bei den Amphineuren die Commissur zwischen den Pleurovisceralsträngen über dem Enddarm hinwegzieht. Dagegen ist hervorzuheben, dass bei allen andern symmetrischen Mollusken das Visceralganglion, wie bei den Gasteropoden, unter dem Darm liegt.

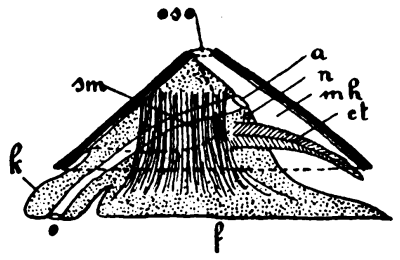
Die dritte Voraussetzung wollen wir in einem besondern Paragraphen erörtern.

3.

Ursache der Verschiebung des Pallealcomplexes von hinten nach vorn: Wenn sich der Pallealcomplex in der rechtseitigen Mantelfurche von hinten nach vorn verschoben hat, so hat die Chiastoneurie zu Stande kommen müssen; die ursprünglich linke Hälfte des Complexes hat zur jetzigen rechten — und umgekehrt — werden müssen. Das rechte Pleurovisceralconnectiv hat zum Supraintestinalconnectiv, das linke zum Subintestinalconnectiv, das ursprünglich rechte Parietalganglion zum Supraintestinalganglion, das ursprünglich linke zum Subintestinalganglion werden müssen. Warum aber hat die Verschiebung des Pallealcomplexes stattgefunden? Wir wollen versuchen die Frage in befriedigender Weise zu lösen.

Wir haben uns die symmetrische Stammform der Gasteropoden (mit hinterständiger Mantelhöhle und in dieser liegendem symmetrischen Pallealcomplex) als ein dorsoventral abgeplattetes Thier mit breiter Kriechsohle des Fusses, schnauzenförmigem Kopf mit Tentakeln und Augen und ziemlich flacher, napfförmiger die Rückenseite des Körpers bedeckender Schale vorzustellen. Das äussere Aussehen glich also einer Fissurella oder einer Patella oder einem Chiton, wenn man sich bei letzterem die gegliederte Schale durch eine einheitliche ersetzt denkt. Der Körper dieser Stammform war also nur vom Rücken her durch die Schale geschützt. Den Schutz der Unterseite besorgte die harte Unterlage, auf der die Thiere langsam kriechend sich bewegten und welcher sie ihre

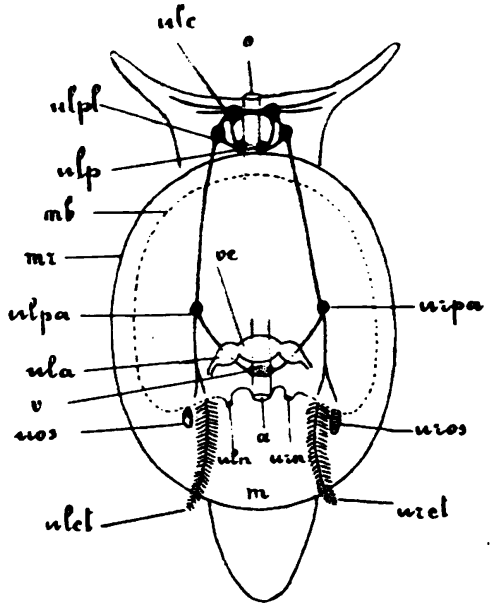
Fig. 2.



Hypothetischer Urgasteropod von der Seite. o Mund, k Kopf, sm Schalenmuskel, oso obere Schalenöffnung, a Anus, n Nierenöffnung, mh Mantelhöhle, ct Ctenidium, f Fuss.

Rückenschale durch die Contraction eines kräftigen auf dem horizontalen Querschnitt hufeisenförmigen Schalenmuskels fest andrücken konnten. Bei fest angedrückter Schale vermittelte ein vom hintern Mantel- und Schalenrand ausgehender Mantel- und Schalenschlitz die Communikation der Mantelhöhle mit der Aussenwelt (Aus- und Einströmen des Athemwassers, Entleerung der Excrete, Excremente, Geschlechtsprodukte).

Fig. 3.



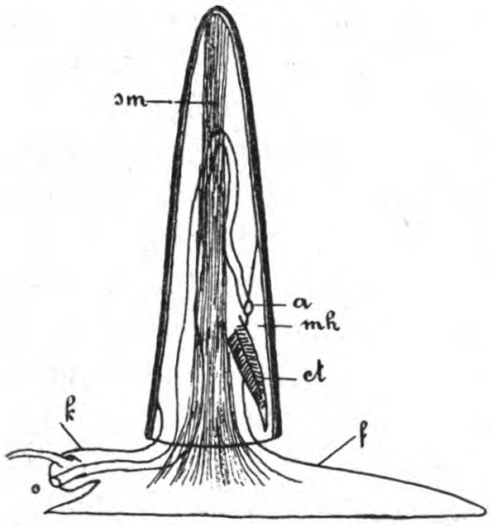
Hypothetischer Urgasteropod von oben. o Mund, ulc, ulpl, ulp = ursprünglich linkes Cerebral-, Pleural- und Pedalganglion, ulpa, urpa ursprünglich linkes und ursprünglich rechtes Parietalganglion. ula ursprünglich linker Vorhof des Herzens, uos, uros ursprünglich linkes und ursprünglich rechtes Osphradium (Spengel's Organ), ulct, urct ursprünglich linkes uud rechtes Ctenidium (Kieme), mb Mantelbasis, mr Mantelrand, m Mantelhöhle, v Visceralganglion, ve Herzkammer, a Anus.

In Gegensatz zu dieser Stammform zeichnen sich alle bekannten Gasteropoden (wenn man von solchen absieht, deren Körpergestalt, wohl meistens in Zusammenhang mit der Rudimentation der Schale, sich nachweislich sekundär abgeändert hat) dadurch aus, dass das die Eingeweide bedeckende Rückenintegument hoch bruchsackartig als Eingeweidesack ausgestülpt und dementsprechend die in ihrer Gestalt mit dem Eingeweidesack übereinstimmende Schale hoch thurmförmig ist. Jede abgewickelte Schneckenschale ist in der That hoch thurmförmig.

Man wird gewiss nicht fehl gehen, wenn man als

Grund der Entwicklung einer solchen Schale und des von ihr beherbergten Eingeweidesackes den vermehrten Schutz des Körpers bei entwickelterem Kriechvermögen ansieht. Der ganze Weichkörper kann jetzt in der Schale geborgen, in sie zurückgezogen werden und zur Vermehrung des Schutzes bildet sich häufig noch zum Verschluss der Schalenöffnung bei zurückgezogenem Thier der Deckel am Fusse aus. Der Schalenmuskel der Stammform dient jetzt nicht mehr dazu, die Schale an die Unterlage anzupressen, sondern dazu, Kopf und Fuss in die Schale zurückzuziehen. Er wird zum Spindelmuskel (Fig. 4 sm).

Fig. 4.



Zum Zwecke vermehrter Schärfe bei der nun folgenden Beweisführung wollen wir die für die Gasteropodenschale in Betracht kommenden Momente gesondert behandeln.

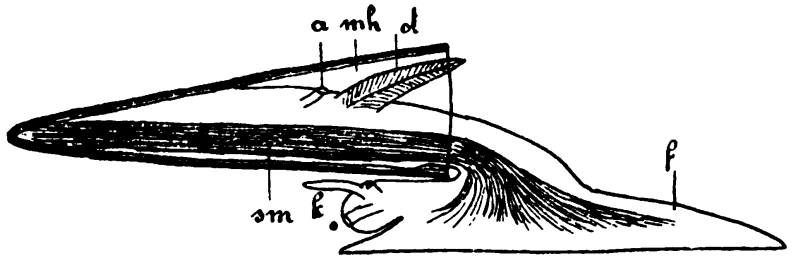
Das erste und wichtigste ist die dorsalwärts gerichtete hoch thurmförmige Verlängerung der Schale. Dadurch wird aus der Napfschale der Stammform eine hoch kegelförmige, ähnlich derjenigen von Dentalium.

Würde nun eine solche Schale von der Schnecke senkrecht getragen (Fig. 4), so würde sie sich beim ruhenden Thiere im labilen Gleichgewicht befinden, das bei der Bewegung und bei den geringsten äussern Druckeinwirkungen gestört würde. Ausserdem wäre die Lage

einer senkrecht getragenen, hoch thurmförmigen Schale bei der Fortbewegung aus unmittelbar einleuchtenden Gründen so ungeschickt und unbehülflich wie möglich.

Nehmen wir nun an, die Schale wird geneigt getragen und discutiren wir die verschiedenen Möglichkeiten.

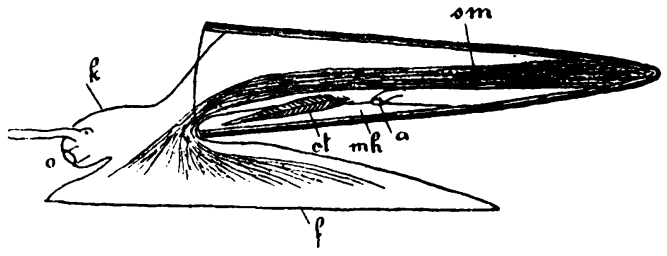
Fig. 5.



1. Die Schale wird nach vorne geneigt getragen (Fig. 5). Diese Lage ist die denkbar ungünstigste für die Locomotion, für die Funktion des Mundes und für die der Sinnesorgane am Kopfe.

Diese Lage ist die denkbar günstigste für die Funktion der Organe des hinten, jetzt oben liegenden Pallealcomplexes. Denn diese Stelle ist diejenige des geringsten Druckes der Eingeweide und speziell des Spindelmuskels auf die Mantelhöhle. Der jetzt nach unten erfolgende Druck der Eingeweidemasse wäre im Gegentheil der Erweiterung der Mantelhöhle günstig.

Fig. 6.

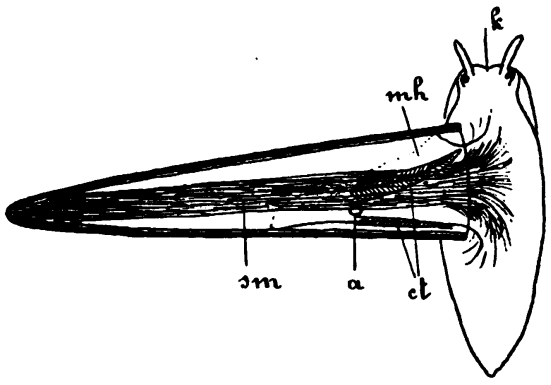


2. Die Schale wird nach hinten geneigt getragen (Fig. 6). Diese Lage ist die denkbar gün-

stigste für die Locomotion und die Funktion der Organe des allseitig frei gewordenen Kopfes.

Sie ist die denkbar ungünstigste für die Funktion der Organe des hinten, jetzt aber unter dem Eingeweidesack liegenden Pallealcomplexes. Die Mantelhöhle hat den ganzen Druck der Eingeweidemasse und besonders des Spindelmuskels auszuhalten; sie wird zusammengedrückt, die Circulation des Athemwassers in der Mantelhöhle wird gehindert oder doch erschwert, ebenso die Entleerung der Excrete, Excremente und Geschlechtsprodukte.

Fig. 7.



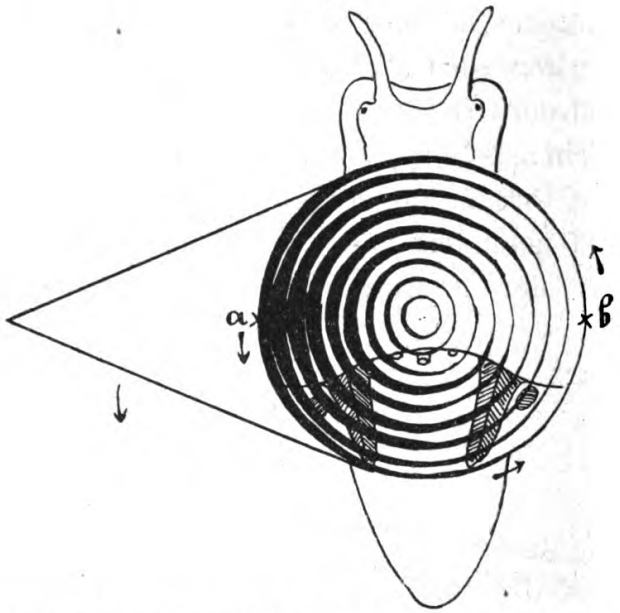
3. Es bleibt die Möglichkeit, dass die Schale nach der rechten oder linken Seite geneigt getragen wird (Fig. 7). Dies ist sowohl für den Kopf und die Locomotion, wie für den Pallealcomplex weder die günstigste noch die ungünstigste Lage. Es ist eine denkbare Mittellage.

Bei Einnahme dieser Lage der Schale und des Eingeweidesackes ist zugleich ein todter Punkt überwunden. Es werden jetzt Verschiebungen möglich, durch welche die Schale die beste Lage für die Bewegung und für die Funktionen der Kopforgane einnehmen und die Mantelhöhle die beste Lage für die Ausübung der Funktionen des in ihr liegenden Pallealcomplexes gewinnen kann.

Nehmen wir an, die Schale wird nach der linken

Seite geneigt getragen (Fig. 8), so ist der Druck, der auf der hinten liegenden Mantelhöhle lastet, in den ver-

Fig. 8.



Schematische Darstellung der Druckverhältnisse des Eingeweidesackes für den Fall, dass derselbe mit der Schale nach links geneigt getragen würde. Die Dicke der concentrisch verlaufenden Kreislinien solle die Stärke des Druckes andeuten. a Stelle des grössten Druckes, b Stelle des geringsten Druckes. Die Pfeile geben die Richtung der eintretenden Verschiebungen an. Man sieht, dass die linke Seite des Pallealcomplexes einem stärkeren Druck ausgesetzt wäre, als die rechte.

schiedenen Bezirken der Mantelhöhle ein ungleicher. Er ist am grössten an der linken Seite der Mantelhöhle und wird fortschreitend kleiner bis zur rechten Seite. Es wird auf die Mantelhöhle von links vorne ein Druck ausgeübt, welcher den Pallealcomplex nach rechts — sit venia verbo — herausquetscht. Dabei ist noch besonders zu betonen, dass jetzt die Stelle des geringsten Druckes, ja die Stelle des grössten Zuges nach unten, auf der rechten, jetzt obern Seite des Eingeweidesackes liegt. Hier wird es der Mantelfurche am leichtesten sich zu vertiefen, geräumiger zu werden. Tritt dies ein, so be-

Fig. 9.

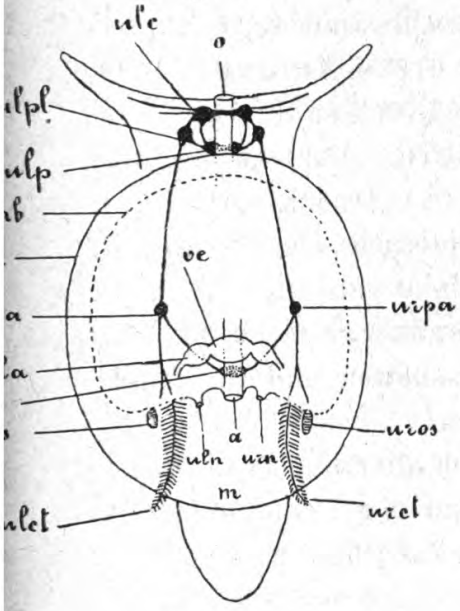


Fig. 10.

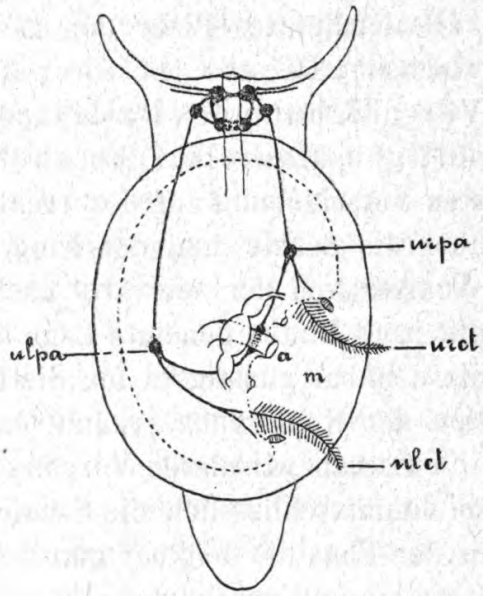


Fig. 11.

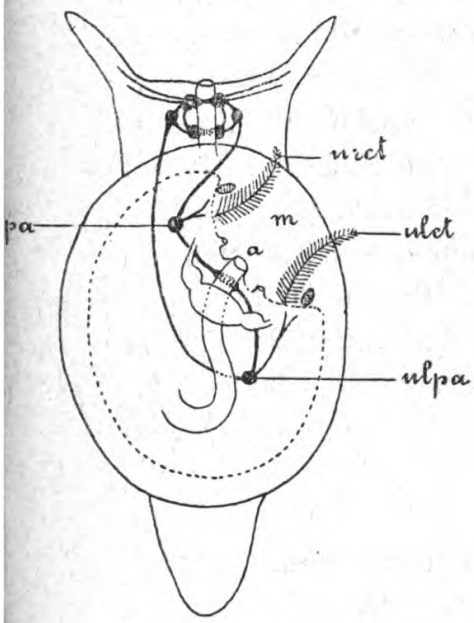


Fig. 12.

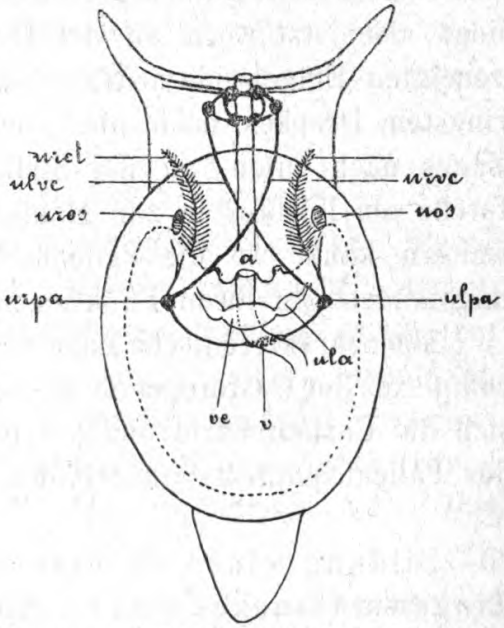


Fig. 9, 10, 11, 12. Schematische Figuren zur Veranschaulichung der Verlagerung des Pallealcomplexes von hinten nach vorn, der rechten Körperseite entlang. Ausbildung der Chiastoneurie. Bedeutung der Buchstabenbezeichnungen wie in Fig. 3, pag. 344.

kommen jetzt die von links her verdrängten Organe des Pallealcomplexes Platz um nach rechts und vorn auszuweichen. Dieses ist aber der erste Anfang einer Verschiebung des Pallealcomplexes in der rechtsseitigen Mantelfurche nach vorn. Bei der geringsten Verschiebung auf der rechten Seite nach vorn kann aber die Schale und der Eingeweidesack wieder um ein Weniges von der seitwärts nach links geneigten Lage in die nach hinten geneigte Lage übergehen, welche wir als die denkbar günstigste für die Locomotion und die Funktion der Kopforgane erkannt haben.

Lassen wir diesen Vorgang sich allmählich vollenden, so nimmt schliesslich die Schale und der Eingeweidesack in der That die denkbar günstigste nach hinten gerichtete Lage ein und ebenso der allmählich in der rechten Mantelfurche nach vorn gerückte Pallealcomplex, Dieser letztere liegt also jetzt vorn an der Oberseite des nach hinten geneigten Eingeweidesackes, also an der Stelle des geringsten Druckes nach oben oder besser des grössten Zuges nach unten, an der Stelle, wo sich die Mantelfurche am leichtesten zur Mantelhöhle vertiefen und erweitern kann, wo die Pallealorgane am leichtesten und ungehindertsten ihren Funktionen obliegen können.

Die charakteristische Lage der Schale und des Pallealcomplexes der Gasteropoden ist jetzt erreicht. Zugleich hat sich die Chiastoneurie und die inverse Lage der Organe des Pallealcomplexes ausgebildet.

4.

Bildung eines in einer Ebene gekrümmten Eingeweidesackes und einer entsprechenden Schale. Dieses ist das zweite, zum Zwecke der Schärfe der Beweisführung gesondert zu betrachtende Moment.

Nimmt der Gasteropodeneingeweidesack die allein geeignete geneigte Lage ein, so wird sich, sollen nicht Knickungen und Zerrungen eintreten, seine Kegelgestalt verändern. Die nunmehrige Oberseite wird gewölbt werden, die Unterseite eingekrümmt. Diese Gestalt kommt durch stärkeres Wachsthum des Integumentes des Eingeweidesackes und des Mantels an der Seite zu Stande, welche bei der schief geneigten Lage des Eingeweidesackes der stärksten Streckung oder Zerrung ausgesetzt ist. Der Eingeweidesack wird in einer Ebene gekrümmt. Dieser Krümmung folgt natürlich auch die Schale, die den Conturen des wachsenden Eingeweidesackes folgt. Sie könnte auch aus dem Grunde nicht kegelförmig bleiben, weil ein grosser Theil des Rückenintegumentes (Basis des Eingeweidesackes) entblösst würde und bei der Grössenzunahme der von der Schale unbedeckten Körpertheile der Fall eintreten würde, dass diese Körpertheile nicht mehr vollständig in die Schale zurückgezogen werden könnten.

5.

Wachsthum der Gasteropodenschale. Bevor wir zur Discussion des dritten Momentes übergehen, müssen wir das Wachsthum der Gasteropodenschale betrachten. Dieses Wachsthum ist von geometrischen Gesichtspunkten aus betrachtet ein dreifaches, nämlich ein Höhenwachsthum, ein peripheres Wachsthum und ein radiäres oder Dickenwachsthum der Schalenwand. Das letztere fällt für uns ausser Betracht.

Das Höhenwachsthum der der Einfachheit halber kegelförmig gedachten Schale geschieht in der Richtung von der Basis (Mündung der Schale) nach der Spitze.

Dieses Wachsthum erfolgt durch fortschreitende Ablagerung neuer Zuwachsstreifen an der Basis (am Mündungsrand) von Seiten des fortwachsenden Mantelrandes.

Das periphere Wachsthum bedingt die Vergrösserung der Peripherie der Basis, mit andern Worten, die Vergrösserung der Mündung der Schale.

Ist die Intensität des Höhenwachsthums an allen Stellen der Peripherie der Basis des Hohlkegels gleich gross und gilt dasselbe für das periphere Wachsthum, so vergrössert sich der Hohlkegel ohne seine Gestalt zu verändern.

Ist aber die Intensität des Höhenwachsthums an der Peripherie der Kegelbasis eine ungleiche; nimmt sie von einem Punkte der Peripherie der kreisrund gedachten Basis, als dem Minimalpunkte, bis zu dem diametral gegenüberliegenden Punkte der kreisrunden Peripherie der Kegelbasis als dem Maximalpunkte jederseits symmetrisch zu — wobei aber die Intensität des peripheren Wachsthums an der ganzen Peripherie dieselbe bleibt, d. h. wobei die Kegelbasis ihre kreisrunde Gestalt beibehält — so entsteht ein spiralig aufgerollter Hohlkegel.

Liegen bei dieser Art des Wachsthums die Maximal- und Minimalpunkte bei fortschreitendem Wachsthum immer in einer und derselben Ebene, so entsteht eine in dieser Ebene, als der Symmetrieebene, aufgerollte symmetrische Schale.

Verschiebt sich aber bei fortschreitendem Wachsthum der Maximalpunkt des Höhenwachsthums aus der unmittelbar vorher bestehenden Symmetrieebene heraus z. B. nach links (wobei der Minimalpunkt sich nach der entgegengesetzten Richtung nach rechts verschiebt), so bilden die Maximalpunkte (und natürlich auch die Minimalpunkte) an der spiralig aufgerollten Schale nicht eine gerade, sondern

eine spiralig gebogene Linie und die Kegelschale wird dann nicht in einer Ebene symmetrisch, sondern in einer Schraubenfläche asymmetrisch aufgerollt. In dem supponirten Falle würde nach der Terminologie der Conchyliologen eine rechts gewundene Schale entstehen.

Thatsächlich erfolgt das Wachsthum der Gasteropodenschale in dieser letzteren Weise.

6.

Das dritte Moment, das wir gesondert betrachten wollen, ist eben die Aufrollung der Gasteropodenschale in einer rechts- oder linksgewundenen Schraubenfläche. Nimmt der in einer Ebene gedrehte Eingeweidesack und die Schale bei fortschreitendem Wachsthum von der nach links geneigten Lage fortschreitend eine nach hinten geneigte Lage ein, so ist das identisch mit einer fortschreitenden Verrückung des Maximalpunktes des Höhenwachsthums nach links, und des Minimalpunktes nach rechts. Die nothwendige Folge davon ist die in einer rechtsgewundenen Schraubenfläche aufgerollte Gasteropodenschale.

Dabei ist in Erinnerung zu bringen:

1) dass das periphere Wachsthum constant gleich bleibt, d. h. dass bei gleichbleibender Contur des wachsenden Mantelrandes auch die sich vergrössernde Schalenmündung die gleiche Form beibehält;

2) dass die Vergrösserung der Schale vom Mantelrande aus geschieht durch Bildung von Zuwachsstreifen, wobei die schon gebildete Schale als starres Gebilde ihre Form nicht mehr verändert;

3) dass sich der fortwachsende (Schalensubstanz absondernde) Mantelrand beim Wachsthum und beim allmählichen Uebergang von der nach links zu der nach

hinten geneigten Lage der Schale selbst nicht dreht, sondern seine Lage mit Bezug auf den übrigen Körper beibehält, dass also nur die Maxima und Minima der Intensität des Höhenwachsthums sich am Mantelrand beim Wachsthum des Eingeweidesackes fortschreitend verschieben.

4) Nota bene, der strikte Beweis für die Entstehung einer rechtsgewundenen Schale ist bis jetzt nur für diejenige Zeit des ontogenetischen oder phylogenetischen Wachsthums der Schale geliefert, während welcher die Verlagerung der Schale nach hinten und die des Pallealcomplexes nach vorn erfolgt. Sind die für die Oekonomie des Thieres denkbar günstigsten Endstadien dieser Verlagerung, die vorderständige Lage der Mantelhöhle und die nach hinten gerichtete der Schale, erreicht, so tritt eine weitere Verlagerung, welche einer fortschreitenden Verschlechterung der Verhältnisse gleichkäme, nicht mehr ein. Es ist dann aber nicht ohne Weiteres ersichtlich, wesshalb bei aufhörender Ursache die Wirkung noch fortdauert, d. h. wesshalb von dem gegebenen Zeitpunkte an der Eingeweidesack und die Schale fortfahren, in einer rechtsgewundenen Spirale und nicht symmetrisch zu wachsen. Die Erklärung dieser Punkte weiter unten.

7.

Wir haben bis jetzt im Interesse einer schärferen Beweisführung drei wichtige, bei der Bildung des Eingeweidesackes und der Schale der Gasteropoden in Betracht kommende Momente gesondert betrachtet: 1) die Bildung einer hoch thurmförmigen Schale von kegelförmiger Gestalt; 2) die spiralige Aufrollung des Eingeweidesackes und der Schale und 3) die specielle Art der Aufrollung in einer rechts gewundenen Schraubenfläche. In Wirklich-

keit kamen alle drei Momente gleichzeitig zur Geltung, d. h. mit der fortschreitenden Hervorwölbung des Eingeweidebruchsackes ging Hand in Hand die Aufrollung in einer rechtsgewundenen Schraubenfläche als Folge der Drehung des sich nach links neigenden Eingeweidesackes in die nach hinten geneigte günstigste Lage, wobei der Pallealcomplex rechts nach vorn verschoben wurde.

8.

Die ontogenetischen Forschungsresultate lassen sich zur Zeit für die hier vorgetragene Theorie nur in geringem Maasse verwerthen. Aber sie widersprechen ihr nicht. Vor allem ist die Thatsache hervorzuheben, dass der After (das Centrum des Pallealcomplexes) anfänglich hinten liegt. Er kommt ontogenetisch, worauf schon Bütschli mit Recht Gewicht gelegt hat, nach vorn zu liegen nicht durch eine active Wanderung, sondern dadurch, dass die rechtsseitige Strecke zwischen Mund und After im Wachsthum zurückbleibt, während die linksseitige allein weiterwächst. Es liegt aber nicht die geringste Schwierigkeit vor, diese Art der ontogenetischen Erreichung des Endzieles mit der Art der phylogenetischen in Einklang zu bringen.

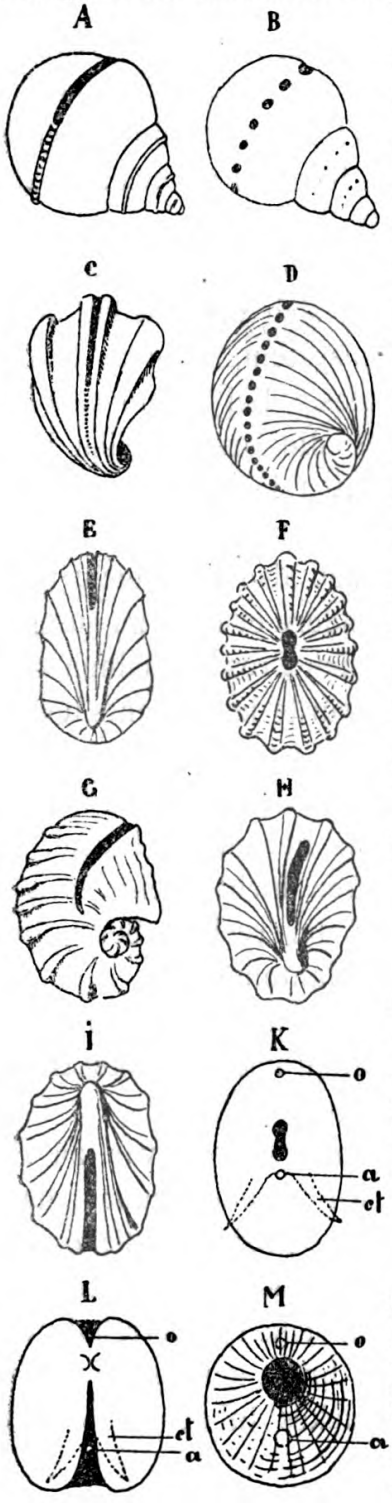
9.

Wir haben in unsern bisherigen Ausführungen die mechanisch geometrische Betrachtungsweise in den Vordergrund gestellt. Sie deckt sich und muss sich decken mit der utilitarischen Betrachtungsweise. Jede Veränderung in der skizzirten Richtung bedeutete eine Verbesserung in der Organisation, einen Vortheil, und hatte Chancen sich im Kampf ums Dasein zu erhalten. Die Ausbildung einer hoch thurmförmigen Schale, die wir als den Ausgangspunkt der Entwickelung der Asymmetrie der kriechen-

den Gasteropoden erkannt haben, ermöglicht allein einen ergiebigen Schutz des gesammten Körpers und muss unter den bestimmten Verhältnissen als nützlich anerkannt werden, ganz abgesehen davon, dass die Gasteropoden sich thatsächlich hierin von ursprünglichen Mollusken, als welche mit vielem Recht die Chitoniden gelten, unterscheiden.

10.

Es könnte ein scheinbar gewichtiger Einwand gegen unsere Ansicht vorgebracht werden. Wenn die Asymmetrie des Gasteropodenkörpers in letzter Instanz von der Ausbildung einer hoch thurmförmigen Schale herrührt und wenn die specielle Asymmetrie im Nervensystem mit einer nach einer ganz bestimmten Richtung erfolgenden Aufrollung der Schale nothwendig zusammenhängt, wie verhält es sich dann mit Formen, wie z. B. Fissurella? Die Diotocardiergattung Fissurella gehört in der That zu den ursprünglichsten Gasteropoden, weil sich die Symmetrie im Pallealcomplex noch vollständig erhalten hat. Aber Fissurella besitzt ein asymmetrisches Nervensystem, hat die typische Chiastoneurie der Prosobranchier und trotzdem — eine flache, napfförmige, symmetrische Schale. Es gesellen sich also hier ursprüngliche Charaktere der innern Organisation zu scheinbar ursprünglichen Schalencharakteren. Letztere sind aber in der That nur scheinbar ursprüngliche, was sich systematisch und ontogenetisch nachweisen lässt. Nächste Verwandte von Fissurella, wie z. B. die uralte Gattung Pleurotomaria (Fig. 13 A), dann Polytremaria (Fig. 13 B) und Scissurella besitzen eine geräumige, spiralig aufgerollte, rechtsgewundene Schale. Die Schale wird flacher und die Aufrollung undeutlicher bei Haliotis (Fig. 13 D) und z. Th. auch bei Emarginula (Fig. 13 C), bis sie



schliesslich bei Fissurella (Fig. 13 F) secundär wieder flach napfförmig und symmetrisch wird. Ja es durchläuft Fissurella ontogenetisch noch ein deutlich spiralig gewundenes Emarginulastadium (Fig. 13 G, H). Daraus schliessen wir mit aller in morphologischen Fragen erreichbaren Sicherheit, dass die äusserlich symmetrische Fissurella von Formen mit spiralig gewundener, hoher Schale abstammt. Ihre Rückkehr zu einer flachen, symmetrischen mag in ähnlicher Weise auf der Anpassung an bestimmte biologische Verhältnisse beruhen, wie bei den Patelliden, Capuliden etc.

11.

Unser Erklärungsversuch scheint uns noch auf manche weitere bis jetzt nicht berührte Probleme der Molluskenmorphologie neues Licht zu werfen, so namentlich auf die Asym-

Fig. 13.

Schalen von A Pleurotomaria, B Polytremaria, C und E Emarginula, D Haliotis, F Fissurella, G und H Entwickelungsstadien der Fissurellaschale, I Schale der umgedrehten Gasteropodenstammform mit marginalem Schalenschlitz, K idem mit apicalem Schalenloch, L Muschelschale, M Dentaliumschale vom apicalen Schalenschlitz aus gesehen. Die Löcher und Schlitze der Schale schwarz gezeichnet. o Mund, a After. ct Ctenidium.

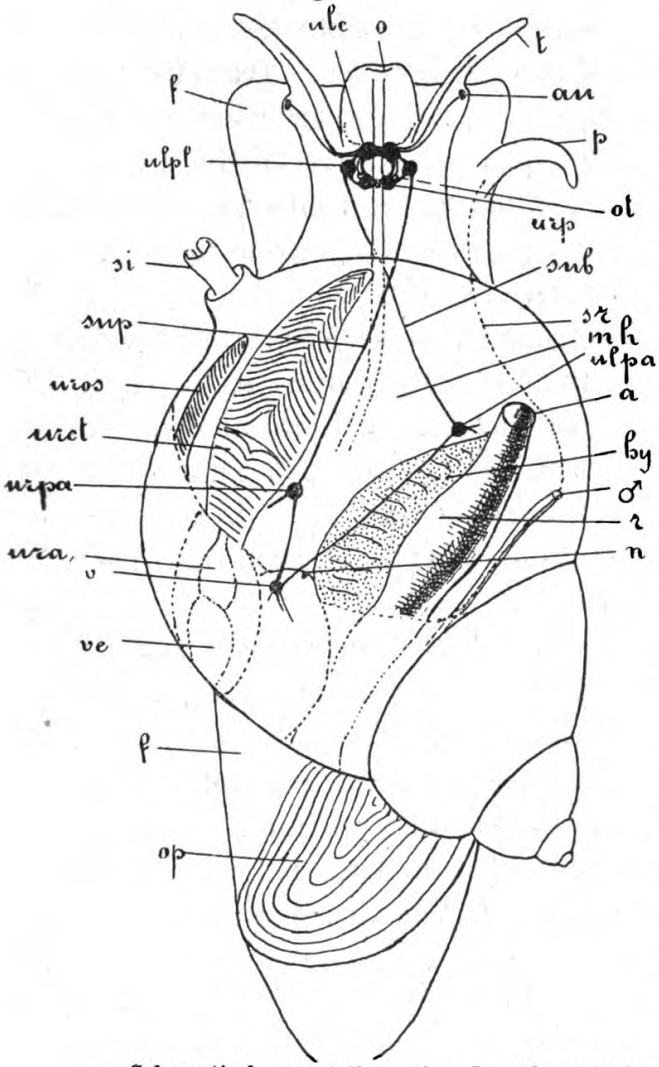
metrie des Pallealcomplexes der meisten Gasteropoden. Viele Diotocardier, alle Monotocardier, alle Opisthobranchiata und alle Pulmonata zeigen eine auffällige Asymmetrie ihres Pallealcomplexes. Diese Asymmetrie besteht zumeist darin, dass eine Kieme, ein Osphradium und eine Nephridialöffnung fehlt. Auch in der innern Organisation zeigen sich die Wiederklänge dieser Asymmetrie, so im Nervensystem, in dem Fehlen einer Niere und eines Herzvorhofes. Bei genauerem Zusehen stellt es sich heraus, dass die ursprünglich linke Hälfte des Pallealcomplexes fehlt (sie würde jetzt bei einem Prosobranchier in der Mantelhöhle rechts neben dem After liegen). Der After bildet also jetzt nicht mehr das Centrum der Pallealgruppe, sondern er liegt zu äusserst auf der einen Seite. Indem bei den Prosobranchien z. B. die ursprünglich linke Hälfte (sie würde jetzt rechts liegen) des Pallealcomplexes verschwunden ist, rücken jetzt diejenigen Organe des Complexes (die ursprünglich rechten), die sich erhalten haben, von links her in die Lücke. In Folge dessen finden wir den After nicht mehr vorn in der Mittellinie, sondern vorn auf der rechten Seite, hart auf der äussersten Rechten der Mantelhöhle.

Warum aber ist bei den Monotocardiern, Opisthobranchien und Pulmonaten die ursprünglich linke Hälfte des Pallealcomplexes verschwunden?

Zur Beantwortung dieser Frage kehren wir zu Paragraph 3 zurück, in welchem wir gesehen haben, dass, wenn die thurmförmige Schale die einzig mögliche seitwärts geneigte Lage einnimmt, dabei die Mantelhöhle mit ihrem Pallealcomplex unter ungleiche Druckverhältnisse kommt. Wird die Schale nach links geneigt getragen, so ist die Stelle des grössten Druckes in der hinterstän-

digen Mantelhöhle links, und der Druck nimmt von dieser Stelle nach rechts fortschreitend ab. Diese verschiedenen Druckverhältnisse erhalten sich auch während der ganzen Zeit, während welcher die Schale sich nach hinten, der Mantelcomplex nach vorn verlagert. Anders ausgedrückt, d. h. für unsere Theorie verwerthet, heisst das: Schon beim ersten Anfang der Ausbildung der Gasteropodenorganisation geriethen die ursprünglich linksseitigen Organe des Pallealcomplexes in ungünstige Verhältnisse. In der linksseitig eingeengten Mantelhöhle musste vornehmlich das Ctenidium kleiner, rudimentär werden und es konnte ganz verschwinden.

Fig. 14.



Schematische Darstellung eines Prosobranchiaten aus der Abtheilung der Monotocardier. Berücksichtigt sind die äussere Form, die Schale, der Mantel, der Pallealcomplex, das Herz und Pericard, das Nervensystem und das Operculum. Die meisten Bezeichnungen wie in Fig. 3. Ausserdem: f Fuss, si Sipho, sup, sub Supra- und Subintestinalconnectiv, op Operculum, ot Gehörorgan, p Penis, sr Samenrinne, mh Mantelhöhle, hy Hypobranchialdrüse, ♂ männliche Geschlechtsöffnung, r Rectum, au Auge, t Tentakel.

Bei manchen Diotocardiern (den sogenannten Azygobranchien), bei allen Monotocardiern (Fig. 14) und bei den Opisthobranchiaten ist in der That die ursprünglich linke (sie würde jetzt rechts liegen) Hälfte des Pallealcomplexes völlig verschwunden. Dass bei den Pulmonaten auch noch die einzige ursprünglich rechte Kieme verschwunden ist, hat seinen Grund im Uebergang zur Lungenathmung. Um so interessanter ist es, dass sich bei den Basommatophoren wenigstens noch das ursprünglich rechte Osphradium erhalten hat.

Wenn aber die ursprünglich linke Kieme nicht ganz verschwunden, sondern nur kleiner geworden ist, so müssen wir erwarten, dass bei denjenigen Diotocardiern, die noch zwei Kiemen besitzen, die ursprünglich linke (d. h. die nunmehrige rechte) die kleinere sei. Diess muss wenigstens für die ursprünglicheren Formen mit noch gewundener Schale gelten.

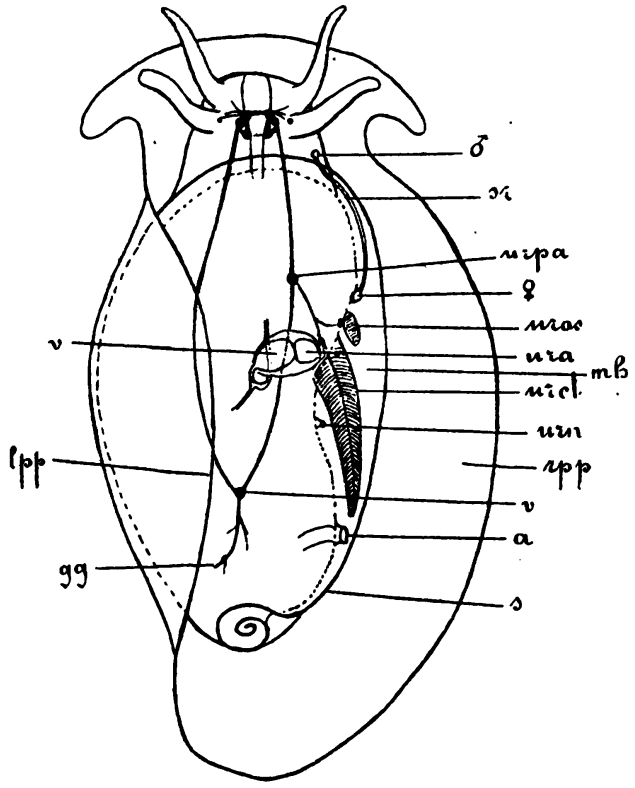
Uns sind nun die betreffenden Verhältnisse nur bei Haliotis und Fissurella bekannt. Bei Haliotis, dessen Schale noch gewunden ist, ist in der That die rechte (ursprünglich linke) Kieme kleiner als die linke. Bei Fissurella, Subemarginula aber, wo die Asymmetrie im Mantelraum sich ausgeglichen hat, hat sich auch wieder der Grössenunterschied in den Kiemen ausgeglichen. (Fig. 12.)

12.

Wir kommen jetzt zu einem andern unerledigten Punkte. Weshalb fährt die Schale auch dann noch fort asymmetrisch zu wachsen, sich in einer rechtsgewundenen Spirale aufzurollen, wenn die primäre causa efficiens, der Uebergang von der nach links geneigten Lage der Schale in die nach hinten geneigte bei gleichzeitiger Wanderung

des Pallealcomplexes und Verschiebung der Mantelhöhle nach vorn, aufgehört hat, zu wirken, d. h. wenn die Schale ihre definitive nach hinten geneigte Lage, der Pallealcomplex die vorderständige Lage eingenommen hat? Die Erklärung liegt eben in den so frühzeitig auftretenden asymmetrischen Raumverhältnissen der Mantelhöhle, die von Anfang an rechts (jetzt links) geräumiger wurde als links, so dass die ursprünglich linksseitige Hälfte des Pallealcomplexes verkümmerte. Die Asymmetrie des Pallealcomplexes und der Mantelhöhle blieb auch nach der definitiven Ordnung der Lageverhältnisse der Schale

Fig. 15.



Schema eines Opisthobranchiaten aus der Abtheilung der Tectibranchiata. Bezeichnungen wie früher. Ausserdem: gg Ganglion genitale, s Schale, ♀ weibliche Genitalöffnung, lpp, rpp linker und rechter Parapodiallappen, der rechte auf die Seite gelegt.

und des Pallealcomplexes der Prosobranchien bestehen, d. h. das asymmetrische Wachsthum und damit die fortdauernde Aufrollung des Eingeweidesackes und der Schale in einer rechtsgewundenen Spirale blieb bestehen.

Nur in Folge ganz besonderer Verhältnisse, die eine flache, napfförmige Schale nützlich erscheinen lassen, konnte die Ausgleichung der Asymmetrie des Pallealcomplexes und der Mantelhöhle resp. Mantelfalte sich als nützlich erweisen, indem dann ein symmetrisches Wachsthum der Schale und bei geringem Unterschied zwischen dem Maximum und Minimum der Intensität des Höhenwachsthums eine wenig aufgerollte Schale, bei starkem peripherem Wachsthum, bei geringem Höhenwachsthum eine flach napfförmige Schale entstehen konnte (Haliotis, Emarginula, Fissurella, Patella etc).

13.

Die Chiastoneurie kommt nur dann zu Stande, wenn die ursprünglich rechte Hälfte des Pallealcomplexes vorn die Mediane nach links hinüber überschreitet.

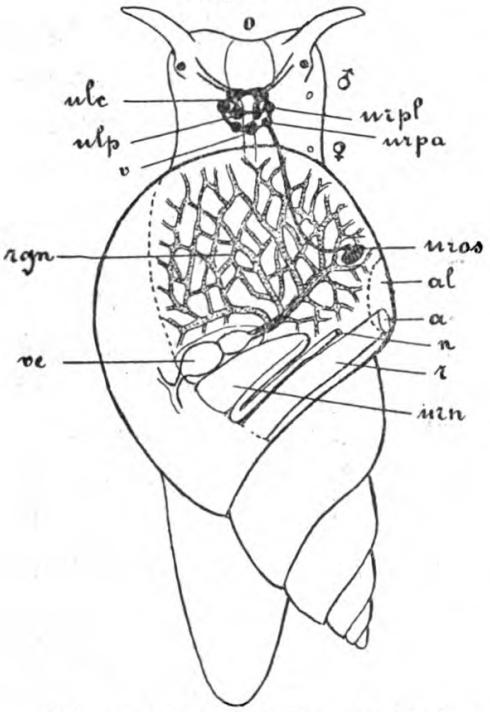
Diese Ueberschreitung der Symmetrieschwelle hat bei den Prosobranchien wirklich stattgefunden. Bei ihnen liegt die ursprünglich rechte Kieme weit links in der Mantelhöhle. Dabei hat sich bei den Azygobranchien und Monotocardien der Enddarm mit dem After aus der Mediane heraus in die engere, kiemenlose, aber für die Aufnahme des Enddarmes genügend weite nunmehrige rechte (ursprünglich linke) Hälfte der Mantelhöhle verlagert. (Fig. 14.) Die Prosobranchier sind Chiastoneuren.

Bei den in Betracht kommenden Opisthobranchien (den Tectibranchiata) finden wir den Pallealcomplex auf der rechten Körperseite. Nirgends hat er vorn die Mediane überschritten. Die Optisthobranchien sind

dementsprechend keine Chiastoneuren, ihre Visceralconnective kreuzen sich nicht. (Fig. 15.)

Bei den Pulmonaten ist zwar der Pallealcomplex weit nach vorn gerückt, aber er hat die Mediane mit keinem Organ überschritten, welches das Parietalganglion und das rechte Visceralconnectiv mit sich ziehend eine Chiastoneurie hätte hervorbringen können. Denn auch diejenige Kieme, die sich sonst allein erhält, die linke (ursprünglich rechte), ist bei den Pulmonaten (offenbar frühzeitig) verschwunden. Das Osphradium, welches sich bei Wasser-Pulmonaten erhält, ist das ursprünglich rechte und liegt thatsächlich noch rechts. Dabei ist es für die Auffassung der Verhältnisse des Nervensystems ziemlich gleichgültig, ob man annimmt, dass der Enddarm secundär wieder aus der Mediane nach rechts zurückgeschoben und das Osphradium in die Nähe des Athemloches gerückt sei, oder ob man annimmt, dass der Enddarm die Mediane überhaupt nie erreicht, das Osphradium die Mediane überhaupt nie überschritten habe. (Fig. 16.)

Fig. 16.



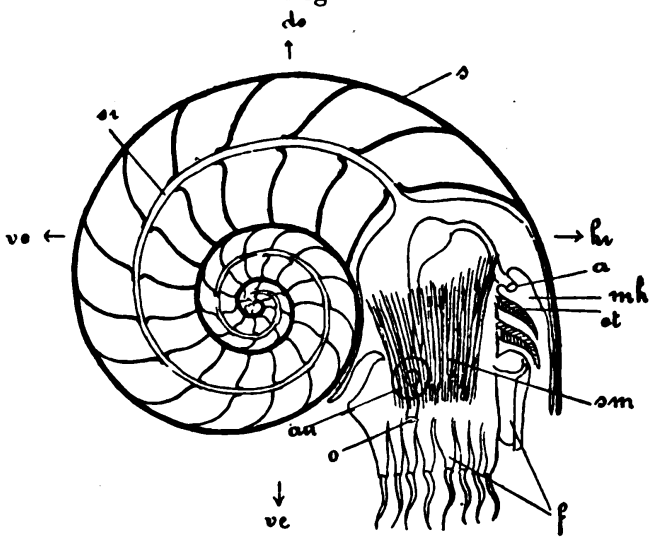
Schema eines Pulmonaten aus der Abtheilung der Basommatophoren. al Athemloch, rgn Gefässnetz an der Innenfläche des Mantels. Die Niere ist unrichtig dargestellt.

Die Pulmonaten sind keine Chiastoneuren.

14.

Wir haben oben in § 3 gesehen, dass bei der starken Entwickelung eines Eingeweidesackes und ursprünglich hinterständigem Pallealcomplex die nach vorn geneigte oder nach vorn eingerollte Schale unmöglich ist bei einem kriechenden Thiere, einem Gasteropoden. Diese Unmöglichkeit besteht aber nicht bei einer andern als der kriechenden Lebensweise. Wenn z. B. bei schwimmender Lebensweise die theilweise mit Gas erfüllte Schale zugleich als hydrostatischer Apparat dient, so ist nicht einzusehen, wesshalb bei stark entwickeltem Eingeweidesack derselbe mit sammt der Schale nicht nach vorn eingerollt sein könnte, wobei zugleich die ursprüngliche Lage des Pallealcomplexes, die hinterständige, als die für diesen Fall günstigste, beibehalten werden konnte. Beispiel: Nautilus und alle Nautiliden und Ammonitiden mit ihrer »exogastrisch« d. h. nach vorn eingerollten Schale und ihrem hinterständigen Pallealcomplex. (Fig. 17.)

Fig. 17.

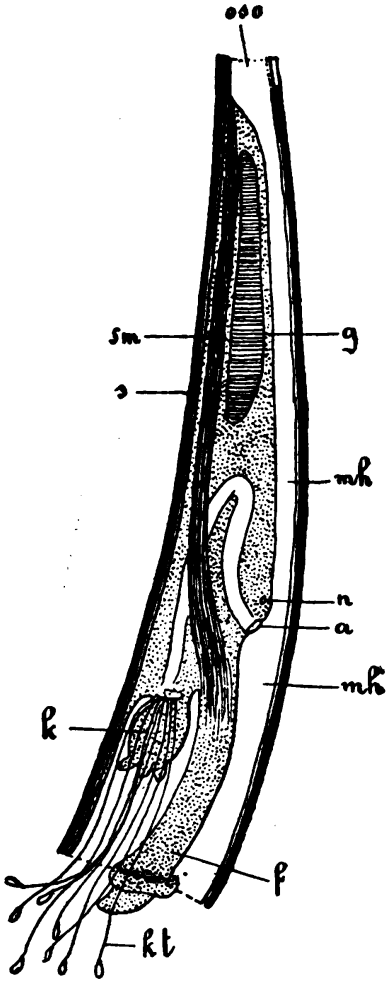


Nautilus, schematisch. do dorsal, ve ventral, vo vorn, hi hinten.

Eine Ausnahmestellung scheint unter allen Mollusken einzig und allein Spirula einzunehmen, aber es ist zu bedenken, erstens, dass die Schale von Spirula eine

innere rudimentäre ist, und dass ihre nach rückwärts gerichtete Aufrollung die hinterständige Mantelhöhle durchaus nicht beeinträchtigt;

Fig. 18.



Dentalium. Schematisch von der linken Seite. g Geschlechtsdrüse, kt Kopftentakel.

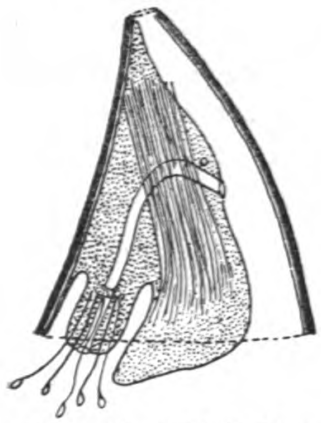
zweitens, dass nur die moderne Gattung Spirula eine endogastrisch gewundene Schale besitzt. Die miocäne Gattung Spirulirostra hat einen in endogastrischer Richtung gekrümmten aber nicht aufgerollten Phragmokon und die älteren Belemmiten besitzen überhaupt keine gekrümmte oder eingerollte Schale. Ausserdem kommt die Schale der ganzen Abtheilung als eine innere und mit Bezug auf den ursprünglichen Zweck, das Thier zu schützen und zu bergen, rudimentäre, überhaupt für uns gar nicht in Betracht.

15.

Wenn eine Schnecke eine Lebensweise führt wie eine im Schlamme lebende Muschel, so ist nicht einzusehen, wesshalb sich die Schale nicht einfach thurmförmig verlängern, und wesshalb der Mantelcomplex und die Mantelhöhle nicht hinten verbleiben sollte. Dentalium (Fig. 18) ist deutlich in dieser Lage, ist das an die Lebensweise im Schlamme angepasste symmetrische Urgasteropod mit thurmförmiger

Schale und hinterständigem Pallealcomplex. Die am obern aus dem Schlamme hervorragenden Schalenende liegende, morphologisch äusserst wichtige Schalenöffnung entspricht physiologisch den Siphonen der Schlammmuscheln.

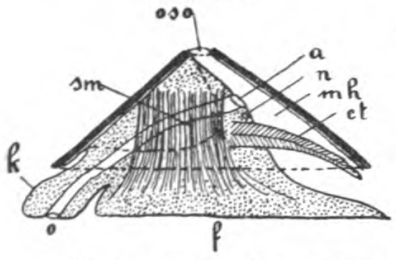
Fig. 19.



Supponirte Zwischenform zwischen Dentalium (Fig. 18) und Gasteropodenstammform (Fig. 20) von der linken Seite.

Auch von unserm Gesichtspunkte aus erscheint Grobben's[1]) Vergleich von Dentalium mit einer Fissurella, deren Pallealcomplex zurückgedreht und deren Schale hoch thurmförmig verlängert wäre, in jeder Beziehung durchaus zutreffend. Eine solche zurückgedrehte Fissurella würde aber fast genau der supponirten symmetrischen Gasteropodenstammform entsprechen, bei der wir aber mit Grobben annehmen müssen, dass ein Mantel- und Schalenschlitz bis zum Mantel- und Schalenrande reichte.

Fig. 20.



Supponirte Stammform der Gasteropoden, von der linken Seite.

Die durch Pelseneer genauer bekannt gewordene Anatomie der Protobranchien, vornehmlich die hinterständige Lage der zwei Kiemen, die Kriechsohle am Fuss, das Vorhandensein der Pleuralganglien, erlaubt auch eine Zurückführung der Lamellibranchien auf die Gasteropodenstammform, wobei der Schlitzrand des Mantels dem hinteren oder Siphonalrand des Mantels der Lamellibranchien entspricht.

[1]) Zur Kenntniss der Morphologie und der Verwandtschaftsverhältnisse der Cephalopoden. Wien 1886. p. 13 u. ff.

Die betreffenden, in ähnlichen physiologischen Verhältnissen befindlichen Mantelränder der Fissurelliden, Halioliden, Lamellibranchien weisen häufig in übereinstimmender Weise Tentakel, Papillen etc. auf.

Dentalium, als ein nicht frei kriechendes, sondern limicoles Thier, passt auch insofern in unsere Theorie, als die freilich nur schwach gekrümmte Schale nach vorn gekrümmt ist und der Spindelmuskel an der Vorderseite des Eingeweidesackes liegt.

16.

Rechts- und linksgewundene Schnecken. Die meisten Gasteropoden besitzen einen rechtsgewundenen Eingeweidesack und entsprechende Schale. Diese Windungsrichtung wurde bestimmt dadurch, dass der Eingeweidesack und die Schale sich ursprünglich auf die linke Seite und dann immer mehr nach hinten neigte, wobei der Pallealcomplex sich auf der rechten Seite in der Mantelfurche nach vorne verschob. Wesshalb die linke Seite die bevorzugte war, lässt sich natürlich nicht sagen. Ebensogut konnte sich die Schale zuerst auf die rechte Seite und von da aus successive nach hinten neigen, wobei dann der Pallealcomplex sich auf der linken Seite des Eingeweidesackes in der Mantelfurche nach vorne verschob. Die Asymmetrie hätte dann gerade die entgegengesetzte werden müssen. Um einen concreten Fall herauszugreifen hätte bei einem Monotocardier mit linksgewundenem Eingeweidesack und entsprechend gewundener Schale das ursprünglich linke Parietalganglion zum nunmehr auf der rechten Seite gelegenen Supraintestinalganglion werden müssen. Es wäre die ursprünglich rechte Hälfte des Pallealcomplexes verschwunden und die sich

erhaltende linke würden wir jetzt auf der rechten Seite des links gelegenen Afters oder Enddarmes antreffen.

Es giebt nun bekanntlich in der That linksgewundene Gasteropoden. Viele derselben haben die dieser Windungsrichtung entsprechende inverse Lage der asymmetrischen Organe, so unter den Prosobranchien Neptunea contraria, Triforis und gelegentlich auftretende linksgewundene Exemplare von Buccinum; unter den Pulmonaten Physa, Clausilia, Helicter, Amphidromus und gelegentlich auftretende linksgewundene Individuen von Helix- oder Limnaeaarten. Bei Bulimus perversus, wo die Individuen indifferent rechts oder links gewunden sind, wechselt mit der Richtung der Schalenmündung auch die specielle Asymmetrie der asymmetrischen Organe.

17.

Falsch rechtsgewundene und falsch linksgewundene Gasteropoden. Wir wissen nun aber, dass es rechtsgewundene Schnecken giebt, welche die Organisation linksgewundener besitzen. Hieher gehören unter den Prosobranchien die linksgewundene Untergattung Lanistes des Genus Ampullaria, unter den Pulmonaten Choanomphalus Maacki und Pompholyx solida, unter den Opisthobranchien diejenigen Pteropoden, welche, sei es im erwachsenen Zustande (Limacinidae), sei es im Larvenzustande (Cymbuliidae) eine gewundene Schale besitzen. Diese Thatsache lässt sich mit unserem Erklärungsversuch der Asymmetrie der Gasteropoden absolut nicht vereinigen, denn dieser weist einen ursächlichen Zusammenhang zwischen der Richtung der spiraligen Aufrollung der Schale und des Eingeweidesackes einerseits und der speciellen Asymmetrie der asymmetri-

schen Organe anderseits nach. Nun haben aber Simroth [1]) und v. Ihering [2]) die eben erwähnten Ausnahmen in

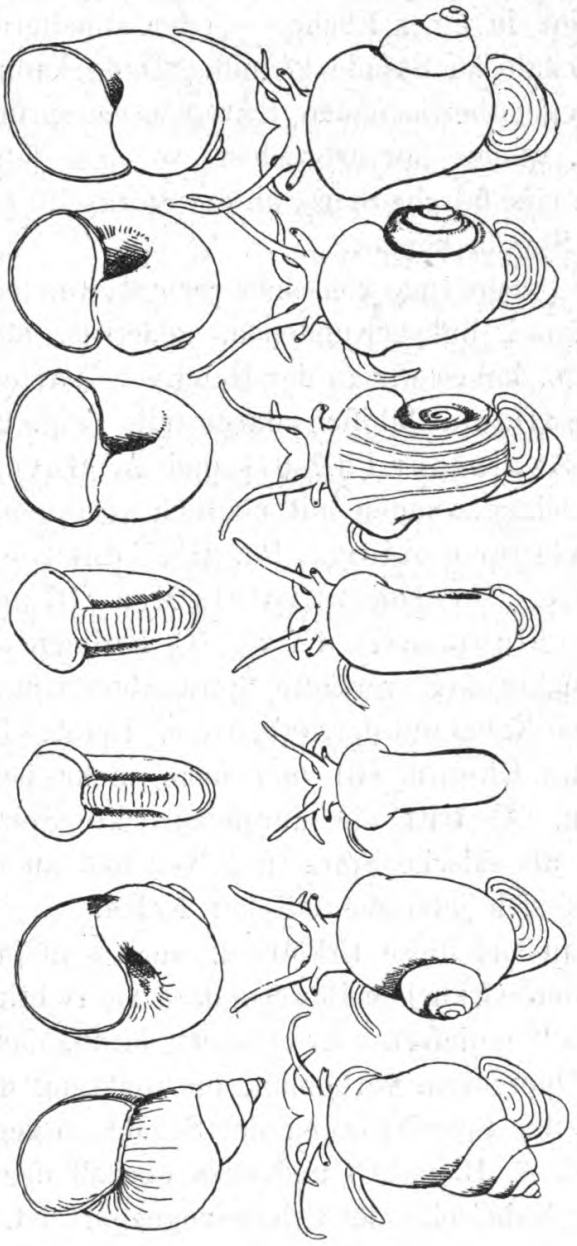


Fig. 21. 7 Formen von Ampullaria-Schalen (in verschiedenem Maasse verkleinert) in der oberen Reihe von der Schalenmündung aus geschen, in der untern Reihe von der Rückenseite gezeichnet. Kopf, Fuss und Operculum sind willkürlich eingezeichnet, nur zu dem Zwecke, die rechts- und linksgewundenen Formen leichter vergleichen zu können.

[1]) Zeitschrift für Naturwissensch. Halle, Bd. LXXII 1889.
[2]) Bull. Scientif. France et Belgique XXIII 1890.

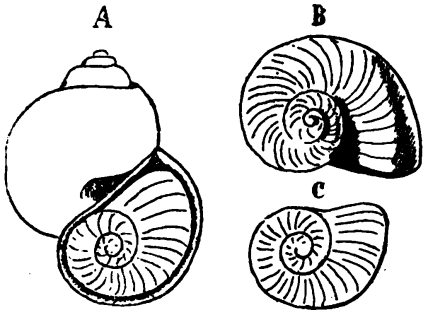
durchaus plausibler Weise erklärt. Die Spira einer rechtsgewundenen Schale z. B. kann sich immer mehr abflachen, so dass eine in einer Ebene — oder annähernd — aufgerollte Schale zu Stande kommt. Dann kann die Spira an der gegenüberliegenden Seite, wo ursprünglich der Nabel lag, wieder hervorbrechen, so dass jetzt an der Nabelseite eine falsche Spira, an der Spiraseite ein falscher Nabel zu Stande kommt.

Diese Uebergänge von einer rechtsgewundenen Schale zu einer falsch linksgewundenen, genetisch aber rechtsgewundenen, haben wir an der Hand von 7 Arten der Gattung Ampullaria bildlich dargestellt (Fig. 21). Ampullaria Swainsoni Ph.? (G) und A. Geveana Sam. (F) sind rechtsgewunden mit deutlich vorragender Spira. Ampullaria crocostoma Ph. (E) besitzt eine flache Spira, Amp. (Ceratodes) rotula Mss. (D) und A. (Ceratodes) chiquitensis d'Orb. (C) besitzen schon eine durchgedrückte oder vertiefte Spira aber trotzdem noch einen ächten Nabel auf der Nabelseite. Bei A. (Lanistes) Bolteniana Chemn. (B) und noch mehr bei A. purpurea Jon. (A) tritt die durchgedrückte Spira auf der Nabelseite als falsche Spira frei vor und an der Spiraseite findet sich jetzt ein falscher Nabel.

So plausibel diese Erklärung auch sein mochte, so hat doch den wirklichen Beweis, dass sie richtig ist, erst Pelseneer [1]) geliefert. Er erinnert daran, dass, wo ein spiraliges Operculum vorkommt, die Richtung der Spirale an diesem der Spiralrichtung der Schale entgegengesetzt ist (Fig. 22 A, B und C) und dass überall der Spiralenanfang der Nabelseite der Schale zugekehrt ist. Lanistes

[1]) Sur la dextrorsité de certains Gastéropodes dits „sénestres“ Compt. rendus de l'Acad. Paris. 1891 V. 4, p. 1015.

Fig. 22.



Choristes elegans Corp. A mit Operculum in Situ (nach Verrill), B Schale von der Spiraseite, C Deckel von der Aussenseite.

hat nun zwar kein spiralig gewundenes Operculum, aber die Pteropoden besitzen ein solches. Nun ist das Operculum bei den Pteropoden, die bei linksgewundener Schale die Organisation rechtsgewundener Gasteropoden haben, genau so wie bei einer rechtsgewundenen Schale. Das (immer von der freien Seite betrachtete) Operculum ist in der That bei Peraclis, bei den Larven der Cymbuliidae und bei Limacina retroversa Flemming, linksgewunden und die Anfangsstelle seiner Windung ist der (falschen) Spira zugekehrt, welche bei diesen falsch linksgewundenen Gasteropoden an der Stelle des ursprünglichen Nabels liegt.

So sehen wir die scheinbaren Ausnahmen in willkommenster Weise die Regel bestätigen.

Das System der Pilze im Lichte der neuesten Forschungen.

Von

Dr. **F. v. Tavel.**

(Vortrag, gehalten in der Sitzung
der zürcherischen Naturforschenden Gesellschaft vom 23. Nov. 1891.)

Im Laufe des vergangenen Sommers ist das IX. und X. Heft des bekannten Werkes Brefeld's: «Untersuchungen aus dem Gesammtgebiet der Mykologie» erschienen. Die genannten Hefte sind das Resultat einer vierjährigen, angestrengten Arbeit, welche Herr Prof. Brefeld in Münster i. W. und meine Wenigkeit gemeinsam und mit theilweiser Unterstützung des Herrn Dr. Lindau über die Klasse der Ascomyceten, der Schlauchpilze, ausgeführt haben. Wir haben deren mehr wie vierhundert in lange unterhaltenen Objectträgerculturen entwicklungsgeschichtlich untersucht, um, gestützt auf ein so reiches Beobachtungsmaterial, eine morphologische Werthschätzung der Ascomyceten von allgemeiner Bedeutung vornehmen zu können. Diese breite Grundlage, auf welcher die vorliegenden Untersuchungen aufgebaut sind, hat denn auch zu Resultaten geführt, welche nicht nur die Ansichten über die Ascomyceten nach verschiedenen Richtungen hin geklärt haben, sondern weit über diese Pilzklasse hinaus auch auf die anderen ein neues Licht werfen und zur Erkenntniss des natürlichen Systems der Pilze geführt haben. Zwar wurden die Grundzüge des letzteren schon in den Jahren 1888 und 1889 von Brefeld in seinen Untersuchungen über die Basidiomyceten auseinanderge-

setzt; allein die vorliegende Abhandlung über die Ascomyceten hat noch manche Ergänzung und Erläuterung gebracht. Sie bildet gleichsam den Schlussstein zu dem Gebäude, welches Brefeld in Jahrzehnte langer, überaus mühsamer Arbeit und mit bewunderungswürdiger Ausdauer aufgeführt, das nun aber in seltener Vollendung dasteht. Es ist daher angezeigt, in kurzen Zügen, so gut als es in so knapp bemessener Zeit möglich ist, die Resultate dieser Untersuchungen, soweit sie allgemeine sind, hier wiederzugeben.

Ein System der Pilze, welches bisher als das natürliche und richtige betrachtet wurde, ist von de Bary in den sechziger Jahren aufgestellt worden. Es entstand unter dem Eindrucke der Arbeiten, welche für die Kryptogamen die Geschlechtlichkeit nachwiesen. De Bary untersuchte auch die Pilze nach dieser Richtung hin und stellte bei einzelnen Formen die Geschlechtlichkeit wirklich fest, bei anderen glaubte er sie gefunden zu haben und bei dritten, wo sie thatsächlich fehlt, ihren Verlust erklärt zu haben. Da nun bekanntlich bei den Pilzen neben den geschlechtlichen Fruchtformen auch ungeschlechtliche vorkommen, glaubte de Bary diese Thatsache durch Annahme eines Generationswechsels, wie er bei den höheren Kryptogamen existirt, erläutern zu können. Die angeblich geschlechtlichen Fruchtformen gaben den Vergleichspunkt für die verschiedenen Pilzklassen und ermöglichten ihre Anordnung in eine Reihe, in ein Sexualsystem. Die ungeschlechtlichen Fruchtformen hingegen wurden als nebensächlich nicht weiter unterschieden und mit dem einen Namen «Conidien» zusammengefasst. Damit war aber eine Erklärung der Vielgestaltigkeit, der Pleomorphie der Fruchtformen der Pilze nicht gegeben.

Von ganz anderen Gesichtspunkten ist Brefeld ausgegangen. Ihm ist der Nachweis gelungen und namentlich in den vorliegenden Untersuchungen über die Ascomyceten in unanfechtbarer Weise erbracht, dass eine Sexualität nur bei wenigen niederen Pilzen zu finden ist und den höheren durchaus fehlt, und nicht nur das, sondern auch der Nachweis, warum sie fehlt. Dadurch erwuchs die Aufgabe, alle Fruchtformen gleichmässig in der morphologischen Beurtheilung zu berücksichtigen und sie auf gemeinsame Ausgangspunkte zurückzuführen, um so eine Erklärung für ihre Vielgestaltigkeit zu gewinnen. Durch die vergleichende Morphologie, welche also Brefeld auf die Pilze anwandte, ist diese Erklärung voll und ganz gegeben worden, wie nunmehr in kurzen Worten zu zeigen ist.

Die Pilze schliessen sich in ihren einfachsten und niedersten Formen sowohl in den vegetativen als den fructificativen Theilen eng an gewisse Algen an und finden in ihnen ihre Erklärung, wiewohl sie durch den gänzlichen Mangel an Chlorophyll von ihnen abweichen. Das verbreitetste und einfachste Fortpflanzungsorgan der Algen ist die Schwärmspore. Sie entsteht überall im Innern einer Zelle, in einem Sporangium, und ist bei den niedersten Algen die alleinige, also ganz ungeschlechtliche Fortpflanzungsform. Bei höheren Algen ist häufig die Schwärmspore für sich allein nicht entwicklungsfähig, sie copulirt erst mit einer anderen, gleichartigen; hier finden wir den Anfang einer Sexualität. Bei andern Algen sind die copulirenden Schwärmer verschiedenartig ausgebildet, es gibt männliche und weibliche, und diese Differenzen nehmen bei den höchsten Algen immer mehr zu, sie übertragen sich auch auf die Sporangien, die nun

selbst zu Sexualorganen werden: Oogonien mit Eizellen als weibliche Organe oder Sporangien und Antheriden mit Spermatozoiden als männliche Sporangien. Neben diesen hoch differenzirten bestehen aber die ursprünglichen, geschlechtslosen Sporangien, von denen sich die sexuellen abgespalten haben, noch fort. So erklärt es sich, wieso die höchsten Algen geschlechtliche und ungeschlechtliche Fortpflanzungsorgane haben.

Diese Dimorphie trifft nun auch für eine Reihe von Pilzen, die sog. niederen oder Algen-ähnlichen Pilze, zu, die Phycomyceten. Es giebt einzelne unter ihnen, die Monoblepharis-Arten, die man geradezu als chlorophyllose Algen aus der Klasse der Oophyceen bezeichnen könnte. Allein bei diesen niederen Pilzen machen sich doch neben dem Chlorophyllmangel noch weitere Unterschiede geltend, welche offenbar zu einer Anpassung an eine terrestrische Lebensweise in Beziehung stehen und in einer Rückbildung der Sporangien, sowohl der geschlechtlichen als der ungeschlechtlichen, sich äussern. Diese besteht darin, dass die Sporangien sämmtlich oder nur theilweise mit ihrer Entwicklung schon vor der Sporenbildung in ihrem Inneren aufhören.

In einer ersten Gruppe der niederen Pilze, bei den Oomyceten, welche den Ei-bildenden Algen nahe stehen, betrifft diese Reduction vorzugsweise das männliche Sporangium; die Folge davon ist, dass sein Inhalt in amorpher Form die Befruchtung der Eizelle übernimmt. Es wiederholt sich also der gleiche Wechsel wie zwischen den höheren Kryptogamen mit Spermatozoiden und den Phanerogamen mit Pollenschläuchen. Dazu kommt nun aber noch der Umstand, dass die Befruchtung nur bei wenigen Formen wirklich eintritt. Bei den meisten Oomy-

ceten sind zwar die männlichen Sporangien, die Antheridien da, aber durchaus functionslos; die Eizelle entwickelt sich ohne Befruchtung: die Sexualität ist mit einem Wort erloschen.

In der zweiten Gruppe der Algen-ähnlichen Pilze, bei den Zygomyceten, ist auch das weibliche Sporangium als solches nicht mehr erkennbar, weil in ihm die Sporenbildung erloschen ist. Hier besteht die Befruchtung nur noch in der Conjugation durchaus gleichartiger Myceläste, welche als reducirte Sporangien, als Sporangienanlagen, zu betrachten sind. Allein auch hier nimmt die Sexualität mehr und mehr ab. Die geschlechtlichen Fruchtformen sind selten, und vielfach entwickeln sich die Sporangienanlagen ohne Befruchtung zur Spore.

Nicht nur die geschlechtlichen, auch die ungeschlechtlichen Fruchtformen erfahren bei den Oomyceten und Zygomyceten häufig eine gleiche Reduction, indem die Sporenbildung in ihnen unterbleibt und sie selbst zur Spore werden, die man als Conidie bezeichnet. Dieser Vorgang ist sowohl bei Peronospora unter den Oomyceten als bei Thamnidium und Chaetocladium unter den Zygomyceten Schritt für Schritt zu verfolgen und bis zu einem gewissen Grade experimentell hervorzurufen. Er erweist sich wieder als eine Folge terrestrischer Anpassung.

Das erwähnte Beispiel unter den Zygomyceten bietet besonderes Interesse und mag daher etwas näher berührt werden. In Thamnidium elegans liegt ein zierlicher Zygomycet vor, dessen Sporangienträger verzweigt sind; sie treiben in Quirlen dichotom verzweigte Seitenäste aus. Die Hauptaxe trägt am Ende ein grosses, vielsporiges Sporangium, die Seitenäste hingegen viel kleinere und wenigsporige. In geeigneten Culturen gelingt es leicht,

Uebersicht über das natürliche System der Pilze.

A. PHYCOMYCETEN.

Zygomyceten — **Oomyceten**

Sporangien tragende — Conidien tragende

Chaetocladium

exosporangische — carposporangische

Rhizopus

Mucor — **Mortierella**

B. MESOMYCETEN (Zwischenformen).

Hemiasci — **Hemibasidii**

Sporangien Ascus-ähnlich — Conidienträger Basidien-ähnlich

exosporangische — carposporangische — Conidientr. getheilt — Conidientr. ungetheilt

Ascoidea — **Thelebolus** — **Ustilagineen** — **Tilletieen**

C. MYCOMYCETEN.

Ascomyceten — **Basidiomyceten**

Sporangien best.: **Ascen** — Conidientr. bestimmt: **Basidien**

Exoasci — **Carpoasci** — Basidien getheilt: **Protobasidiomyceten** — Basidien ungetheilt: **Autobasidiomyceten**

alle Uebergangsformen zwischen beiden zu züchten, welche zeigen, dass es sich hier bloss um eine Spaltung der ursprünglichen Sporangienform in zwei handelt. Es gelingt aber auch, namentlich in Reihenculturen, die beiden Sporangienformen auf besondere Träger zu isoliren und so gleichsam zwei, scheinbar ganz verschiedene Pilze aus dem einen zu machen. Eine verwandte Form ist Thamnidium chaetocladioides; ihre Seitenäste sind wirtelig verzweigt. Sie tragen die kleinen Sporangien an der Seite und endigen gewöhnlich steril. Auf der Hauptaxe sitzt wieder ein grosses Sporangium. Auch hier lassen sich Culturvarietäten ziehen, deren primäre Seitenäste nun oft mit grossen Sporangien endigen. Zwischen diesen und den kleinen finden sich wieder alle Uebergänge und wieder lassen sie sich auf besondere Träger beschränken. Nicht selten sinkt die Sporenzahl der kleinen Sporangien dabei auf eins herunter. Wie ein Thamnidium chaetocladioides ohne grosse Sporangien, das sich also künstlich hervorrufen lässt, sieht nun ein anderer Pilz aus, Chaetocladium Fresenianum. Ihm fehlen aber die grossen Sporangien gänzlich und die kleinen sind immer einsporig. Bei der Keimung streifen ihre Sporen die Sporangienmembran ab; der Character des Sporangiums ist also noch deutlich zu erkennen. Nicht so bei dem ähnlichen Chaetocladium Jonesii; hier verwachsen Spore und Sporangienmembran. Das kleine Sporangium ist selbst zur Spore geworden, es stellt ein Schliesssporangium dar, nach Analogie der Schliessfrucht unter den Phanerogamen. Eben dieses Schliesssporangium ist es, das man Conidie nennt.

Es giebt nun unter den Zygomyceten Formen, welche neben den Sexualorganen nur Sporangien tragen, und andere, welche nur Conidien besitzen; es giebt aber

auch solche, die gleichzeitig Sporangien und Conidien ausbilden, z. B. Choanephora, vergleichbar einem Thamnidium, dessen kleine Sporangien schon zur Spore geworden wären.

Unter den Sporangien-tragenden Zygomyceten müssen wir wieder solche unterscheiden mit freien Sporangienträgern, exosporangische, wie der allbekannte Mucor Mucedo, und solche mit Sporangienfrüchten, welche wieder von einfachen Schritt für Schritt sich ableiten lassen; es sind dies die carposporangischen Formen. Während nämlich bei Mucor die Sporangienträger an beliebigen Mycelästen entstehen, entspringen sie bei Rhizopus nigricans an besonderen Fruchtträgeranlagen, die nach unten einige sterile Fäden, die sog. Rhizoiden, hervorsprossen lassen, nach oben aber fertile, eben die Sporangienträger. Bei Mortierella Rostafinskii ist dasselbe der Fall, bei ihr vereinigen sich aber die sterilen Fäden zu einer dichten Hülle, welche die Basis der Sporangienträger kapselartig umgiebt, so dass man hier wirklich von Sporangienfrüchten reden kann.

Endlich ist noch eine accessorische Fruchtform der niederen Pilze zu erwähnen, die Chlamydospore. Sie ist, wie Chlamydomucor racemosus zeigt, eine Fruchtträgeranlage in Sporenform. Wird dort ein Sporangienträger an seiner Entwicklung verhindert, so wird die Zelle des Mycelfadens, aus welcher er normaler Weise hervorgehen sollte, zur Spore. Sind bei reicher Ernährung des Pilzes diese Zellen kurz und dick, so runden sie sich ab und lösen sich los; der Faden zerfällt in seine Glieder oder sog. Oidien. Bei schlechter Ernährung hingegen sind die Mycelabschnitte, die zur Fruchtträgerbildung bestimmt sind, lang und dünn; dann concentrirt sich ihr Inhalt, wenn Chlamydosporen erzeugt werden, auf die Mitte,

rundet sich hier ab, umgiebt sich mit einer Membran und wird zur sog. eigentlichen Chlamydospore, welche von den benachbarten nun durch inhaltsleere Fadenstücke getrennt ist. In günstigere Verhältnisse gebracht, wachsen die Chlamydosporen endlich zu Fruchtträgern aus, deren Bildung so lange unterbrochen war.

Es existiren also bei den Zygomyceten neben den Sexualorganen noch dreierlei Fruchtformen, die Sporangien, die Conidien und die Chlamydosporen; die beiden letztern lassen sich aber auf das Sporangium zurückführen. Diese gleichen ungeschlechtlichen Fruchtformen finden sich nun bei den höheren Pilzen, den Mycomyceten, wieder; sie bestehen aber allein fort; die Sexualorgane, die bei den Phycomyceten schon so sehr zurücktreten, fehlen ihnen gänzlich. Die höheren Pilze sind auch in der terrestrischen Anpassung noch weiter fortgeschritten. Sie schliessen sich an die Zygomyceten in zwei Reihen an. Die Sporangien-tragenden Formen der letzteren setzen sich in ebenfalls Sporangien-tragenden Pilzen zu einer Reihe fort, welche in den Ascomyceten endigt, und die nur Conidien-tragenden zu einer zweiten Reihe von Conidien-tragenden Formen, welche mit den Basidiomyceten abschliesst.

Die Entwicklung dieser beiden Reihen ist von bestimmten Gesetzen geleitet. Es lässt sich in ihrem Verlauf beobachten, wie die Fruchtformen zu einer eigenartigen Regelmässigkeit und Bestimmtheit fortschreiten. Das Sporangium der Zygomyceten ist nach Form, Grösse und Sporenzahl unbestimmt und veränderlich und darin von der Art der Ernährung abhängig; das der Ascomyceten dagegen ist nach diesen Richtungen hin unter allen Umständen völlig bestimmt, es wird Ascus genannt. Die

Ascomyceten, eben durch den Besitz von Ascen characterisirt, sind aber mit den Zygomyceten verbunden durch Zwischenglieder oder Mesomyceten, die sog. Hemiasci, deren Sporangien zwar noch unbestimmt, aber Ascen-ähnlich sind. Und wie wir bei den Zygomyceten Formen mit freien Sporangien und solche mit Sporangienfrüchten unterscheiden konnten, können wir es auch unter den übrigen Sporangien-tragenden Formen. Die grosse Klasse der Ascomyceten hat also einen doppelten Ursprung; die Fruchtkörper-losen Formen, die Exoasci, gehen durch die Hemiasci mit freien Sporangienträgern, die Gattung Ascoidea, auf die exosporangischen Zygomyceten zurück und die Mehrzahl der Ascomyceten, die mit Fruchtkörpern versehenen Carpoasci, durch entsprechende Formen der Hemiasci, gegeben in Thelebolus, auf die carposporangischen Zygomyceten. Für die acarpischen Pilze ist das Gesagte ohne Weiteres verständlich; was die anderen betrifft, so haben wir gesehen, wie Mortierella durch Rhizopus von dem exosporangischen Mucor sich ableiten lässt. Man braucht sich nun bloss bei Mortierella die Hülle stärker entwickelt zu denken und den Sporangienträger so verkürzt, dass auch das Sporangium von ihr bedeckt wird, so erhält man eine Form, welche dem Thelebolus völlig entspricht. Und denkt man sich bei letzterem die Sporenzahl bestimmt, bezw. das Sporangium zum Ascus geworden, so ergiebt sich eine Ascusfrucht mit einem einzigen Schlauch, wie sie thatsächlich in Podosphaera vorliegt. Wären bei Mortierella die Sporangienträger verzweigt, so würde die entsprechende Thelebolusform mehrere Sporangien enthalten — sie ist nicht bekannt — und die entsprechende Ascusfrucht mehrere Ascen, was bei der Mehrzahl der Carpoasci der Fall ist.

Dass nun sowohl bei den Hemiasci wie bei den Ascomyceten noch Conidien und Chlamydosporen als sog. Nebenfruchtformen fortbestehen, kann nicht verwundern, da ja bei gewissen Zygomyceten (Choanephora) das Gleiche vorkommt.

Die Conidien-tragende Reihe der höheren Pilze schliesst sich hingegen an die ausschliesslich Conidien-tragenden Zygomyceten an und erfährt ähnliche Differenzirungen. Zwar kann die Conidie selbst als einzelne Zelle keine wesentlichen Veränderungen mehr erleiden, wohl aber der Conidienträger. Er ist bei den Zygomyceten ebenfalls nach Form, Grösse und Sporenzahl unbestimmt, bei den Basidiomyceten hingegen, dem Endpunkt dieser Reihe, bestimmt oder zur Basidie geworden. Auch die Basidiomyceten sind durch Zwischenformen (Mesomyceten) mit Basidien-ähnlichen Conidienträgern, die Hemibasidii, mit den Zygomyceten verbunden. Es sind die sog. Brandpilze, die Ustilagineen und die Tilletien. Bei den ersteren sind die Conidienträger, welche hier stets aus Chlamydosporen hervorsprossen, durch Querwände getheilt und die Conidien seitlich inserirt; sollen sie zur Basidie werden, so muss die Zahl ihrer Querwände und der Conidiensporen eine bestimmte werden. Es resultirt also eine mehrzellige Basidie, welche in der That bei einer Gruppe von Basidiomyceten, den sog. Protobasidiomyceten, vorhanden ist, z. B. bei den Rostpilzen. Die Tilletien hingegen haben ungetheilte Conidienträger, welche die Conidien an der Spitze tragen; wenn deren Zahl constant wird, so liegt wieder eine Basidie vor, und zwar eine einzellige, wie sie für die Autobasidiomyceten, die Hutschwämme z. B., characteristisch ist. Neben den Basidien oder Basidien-ähn-

lichen Conidienträgern kommen nun auch in dieser Reihe noch andere, unbestimmt gebliebene, als Nebenfruchtformen vor und in besonders reicher Entwicklung auch Chlamydosporen, welche in den Aecidien der Uredineen sogar zu Fruchtkörpern gesteigert sind. Es sind dies becherförmige Gebilde, die eine Palissadenschicht von Hyphen enthalten, welche in gleicher Weise wie bei Chlamydomucor in Chlamydosporen und dazwischen liegende sterile Zwischenzellen sich zergliedern.

Beide Pilzreihen, die Sporangien-tragende und die Conidien-tragende, entwickeln sich also nach demselben Gesetz, beide erstreben gleichsam eine Bestimmtheit in ihren Fruchtformen. Sie gehen beide von den Zygomyceten aus, verlaufen dann aber in gewissem Sinne parallel. Diese Uebereinstimmung geht soweit, dass selbst in ihren höchsten Formen sie äusserlich kaum zu unterscheiden sind. Manche Ascomyceten, z. B. die Pezizen, sehen manchen Protobasidiomyceten (Tremellinen) zum Verwechseln ähnlich, die Trüffeln den Hymenogastreen, die Mitrula-Arten den Clavarien, die Morcheln der Dacryomitra u. s. w.; nur durch das Mikroskop lässt sich entscheiden, ob sie Basidien oder Ascen tragen, bezw. welcher Reihe sie angehören. Ja es giebt Ascomyceten bei denen man sich den Ascus bloss durch die Basidie ersetzt zu denken braucht, um einen wirklich existirenden Basidiomyceten zu erhalten, so sehr decken sich auch ihr Entwicklungsgang und ihre Nebenfruchtformen.

Im Vorhergehenden sind nun immer die Pilze mit den ähnlichsten Fruchtformen neben einander und in zwei Reihen gestellt worden, welche das heutige System der Pilze ausmachen. Ist nun diese Verwandtschaft eine antürliche? Entspricht dieses Aneinanderreihen der Formen

auch ihrer phylogenetischen Entwicklung oder die vorstehende Uebersicht ihrem Stammbaum? Auch diese Frage muss bejaht werden, jedoch mit einer Einschränkung, nämlich der, dass man für die jetzt lebenden Formen andere, hypothetische mit den gleichen Fruchtformen einsetzt. Man wird z. B. kaum sagen dürfen, die Carpoasci stammen von Thelebolus ab, dieser von Mortierella und diese durch Rhizopus von Mucor, sondern die Carpoasci leiten sich von Formen her mit Sporangienfrüchten und Ascen-ähnlichen Sporangien, wie sie z. B. in Thelebolus vorliegen, und solche Formen wieder von carposporangischen niederen Pilzen, wie sie in Mortierella und Rhizopus gegeben sind, und die carposporangischen niederen Pilze von exosporangischen. Dass die verschiedenen Reihen von den Algen nach den Phycomyceten und von diesen nach den höheren Pilzen lückenlose sind, kann nicht bestritten werden. Es könnte sich bloss noch darum handeln, ob nicht die Entwicklung mit geschlechtslosen Formen angefangen hat und die geschlechtlichen als ihr Endpunkt anzusehen sind. Das ist unmöglich; denn einmal sind die Ascomyceten und Basidiomyceten viel höher differenzirt als die Algen ähnlichen Formen. Sodann giebt es für die höchsten Pilze nirgends einen Anschluss an andere Organismen, aus denen sie hervorgegangen sein könnten; derjenige der Phycomyceten an die Algen ist aber so enge, dass man dann annehmen müsste, die letzteren stammten indirect von den höheren Pilzen ab; für sie ist aber eine andere Ableitung ausser Zweifel. Endlich lässt sich ja bei den niederen Pilzen der Geschlechtsverlust von Stufe zu Stufe verfolgen.

Wenn nun aber das besprochene System der Pilze das natürliche, auf phylogenetischer Basis beruhende ist; so ergeben sich daraus höchst bemerkenswerthe That-

sachen, von denen hier drei besonders betont werden sollen. Die zunächst liegende ist die Entwicklung der höheren Pilze ohne Sexualität und somit auch ohne geschlechtliche Zuchtwahl. Nur wenige, niedere Formen sind ja sexuell; gerade die höheren sind es nicht und doch haben sie sich, ich möchte fast sagen zielbewusst, nach zwei Richtungen fortlaufend entwickelt. Sie sind gegliedert in eine Unzahl scharf umgrenzter Arten, Gattungen und Familien, welche alle ohne Selection durch blosse Variation zu Stande gekommen sein müssen. Dadurch stellen sich die Pilze in einen scharfen Gegensatz zu den grünen Pflanzen und den Thieren; nirgends ist dort etwas Aehnliches zu finden.

Der zweite Punkt ist das Princip, nach welchem sich die Pilze entwickelt haben. Es ist einmal Anpassung an terrestrische Lebensweise, dann aber jene eigenartige Bestimmtheit und Regelmässigkeit in den Fruchtformen. Das Sporangium wird zum Ascus, der Conidienträger zur Basidie; dadurch wird die parallele Entwicklung der beiden Hauptreihen bedingt. Dass nun diese vollkommenern Fruchtformen etwa zweckmässiger wären als die unbestimmten, ist nicht einzusehen. Nach den jetzigen Kenntnissen ist vielmehr das Umgekehrte der Fall, denn die sog. Nebenfruchtformen sind viel ergiebiger und befördern die Verbreitung der Pilze viel energischer. Es scheinen also bei den Pilzen andere Gesetze vorzuliegen, als wir sie bei den grünen Pflanzen und den Thieren anzuwenden gewohnt sind. Etwas Aehnliches dürfte vielleicht bei den Phanerogamen zu finden sein, wo bei den Angiospermen im Gegensatz zu den Gymnospermen das Blüthendiagramm ebenfalls eine merkwürdige Regelmässigkeit und Bestimmtheit erkennen lässt.

Die dritte Thatsache von allgemeiner Bedeutung ist die Klarheit, in welcher die polyphyletische Abstammung der Pilze im vorliegenden System zur Anschauung kommt. Die höheren Pilze stellen zwei parallele Reihen dar, jede von ihnen setzt sich wieder aus mindestens zwei solchen zusammen, und wenn es die Zeit erlauben würde, auf Einzelheiten näher einzutreten, so wäre es mir ein Leichtes zu zeigen, wie eine jede dieser Reihen nach oben immer wieder in andere sich spaltet. Diese Thatsache gewinnt noch dadurch an Werth, dass wir diese Reihen nach unten zurückverfolgen können bis zum Punkt, wo sie zusammentreffen. Dort in den Zygomyceten, speciell den Thamnidien, können wir sehen, wie durch Differenzirung die verschiedenen Fruchtformen entstehen und wie sie durch Spaltung selbstständig werden, um für sich allein sich weiter zu entwickeln. Diese Differenzirung und diese Spaltung unterliegen aber in den genannten Formen bis zu einem gewissen Grade dem Experiment; die Kultur jener Pilze ergiebt Resultate, welche aufs deutlichste für die Richtigkeit der hier vorgetragenen Anschauungen sprechen.

Diese neuen, wichtigen Gesichtspunkte für die Entwicklung der organischen Wesen gefunden zu haben, ist, wie schon Eingangs betont, das Verdienst Brefelds. Er ist dazu gekommen durch die Einführung der vergleichenden Morphologie in die Mykologie und durch ihre Anwendung auf breitester Basis. Es ist anzunehmen, dass bei gleicher Untersuchungsmethode auch für die grünen Pflanzen sich entsprechende Resultate einstellen werden. In diesem Sinne jene Gesetze nun auch auf ihre Anwendbarkeit auf die Nichtpilze zu untersuchen, ist ohne Zweifel eine ebenso lohnende als dringliche Aufgabe.

Diagnoses Ostrearum novarum

ex agris mollasicis,

auctore

C. Mayer-Eymar, Prof.

October 1891.

Significant: (1) rarissimum; (2) rarum; (3) non rarum; (4) frequens et (5) abundans.

E serie Ostreae (Alectryoniae) cymbularis.

Ostrea (Alectryonia) trigonioides, May.-Eym.

Testa (valva inferior) ovato-trigona, transversa, valde inæquilateralis, profundiuscula, crassa, umbone pæne affixa; costae satis numerosae, irregulares, interdum divaricatae, angustae, elevatae, subtriangulares, irregulariter imbricatae, sæpe subtubuloso-spinosae, intersticia costis paulo latiores, inæqualiter profunda; latus anticum brevissimum, latum, subtruncatum, posticum longissimum, sensim attenuatum, subrostratum, superne leviter concavum, inferne arcuatum; umbo parvus, latus, obliquus; cardo brevis, latus, canali humili, arcuato, areis latis, planis; cicatricula musculi magna, ovato-rotundata, transversa, lateralis; margines anticus et inferior cristato-dentati, supero-posticus crassi dentatus. — Long. 67, lat. 77 mm.

Astianum II, b: Castell' arquato prope Placentam (1) Mus. Tur.

E serie Ostreae (Alectryoniae) Gaasensis.

Ostrea (Alectryonia) Tournoneri, May.-Eym.

Testa majuscula, elongata, angustiuscula, fere recta, subæquivalvis, æquilateralis, compressa, incrassata, lateribus antico et postico parallelis; costae paucae, irre-

gulares, fornicatae, irregulariter tegulato-tubulosae, superne minores, ad margines sensim dilatatae depressioresque; umbones breves, lati, triangulares, ille valvae inferioris prominens; cardo huius valvae regulariter triangularis, transversim rugatus; canali profundiusculo, leviter arcuato, areis latis, planis; cardo alterae valvae latiusculus, planus; cicatriculae musculi oblongae, laterales; margines ex toto laeves. — Long. 125, lat. 55 mm.

Tongrianum II: Ste-Croix-du-Mont prope Burdigalam (3) Mus. Tur. et Univ. cathol. Paris.

Dertonianum I, b: Stazzano prope Dertonam (1—2) Mus. Tur.

E serie Ostreae Addolii.

Ostrea asciiformis, May.-Eym.

Testa oblonga, oblique subtransversa, arcuata, angustiuscula, antice brevissima, rotundata; postice praelonga; valva inferior umbone adnata, superne profunda, crassula, inferne subgeniculata, leviter dilatata, compressa, tenuis, subtruncata; costae non multae, elevatae, fornicatae, irregulares, lamelloso-tegulatae, ad marginem inferiorem late divaricantes; costellae supero-posticae transversae; umbo paulum angustatus obtususque; cardo brevis, latus, canali lato, humili, areis planis; cicatricula musculi magna, oblonga, obliqua, cardini approximata; margines ad cardinem leviter scrobiculati; (valva superior plana, lamellosa). — Long. 80, lat. 52 mm.

Helvetianum II, b: Salles prope Burdigalam (1) Mus. Tur.

E serie Ostreae Barklayi.

Ostrea Bachmanni, May.-Eym.

Testa oblonga, angusta, medio geniculata, subtenuis;

valva inferior medio profundiuscula, multicostata; costulae anticae et infero-posticae validulae, subæquales, supero-posticae minores; umbo angustatus, incurvus; cardo angustus, canali angusto, profundo, areis validulis; cicatricula musculi magna, oblique-subpiriformis, lateralis; margines ex toto dentati, superne intus scrobiculati; valva superior plano-convexa, lamellosa, umbone obtuso. — Long. 55, lat. 32 mm.

Helvetianum II, a: Othmarsingen, Mægenwyl, Killwangen, Würenlos (Argovia) (3—2), Niederhasli prope Turicum (2—3) Mus. Tur.

E serie Ostreae borealis.

Ostrea argoviana, May.-Eym.

Testa mediocris, variabilis, plerumque angusta, ovato-oblonga, raro subtrigona, recta vel subrecta; valva inferior profunda, incrassata, modo umbone, modo dorso affixa, multilamellosa: lamellis pro parte contabulatis, a costulis irregularibus, depressis, interruptis, crispato-rugosis, interdum subspinosis; umbo angustatus, plerumque acutus; cardo plus minusve elongatus, interdum praelongus, canali angusto, profundiusculo, areis canalem æquantibus, plano-convexis; cicatricula musculi parva, late-semilunaris; margines ex toto læves; valva superior crassula, irregulariter planata, lamellosa, obscure radiata; cardo subbrevis, subplanus; margines ex toto læves. — Long. 55, lat. 40 mm.

Helvetianum II, a: Umikon (5), Brugg (3) (Argoviae) Mus. Tur.

Ostrea Carryensis, May.-Eym.

Testa ovato-oblonga vel ovato-subtrigona, perpaulum obliqua; valva inferior dorso plus minusve affixa, convexa, interdum profunda, crassula, irregulariter lamellosa,

rugata et striata; costae radiantes numerosae, inæquales, pro parte maxima superficiales, interruptae, evanescentes, paucae majores, fornicatae, raro ad lamellas subspinosae; umbo sensim angustatus, plerumque acutus; cardo majusculus, triangularis, rectus vel obliquus, canali sensim angustato, paulum profundo, areis latis, planis; cicatricula musculi magna, late semilunaris, lateralis; margines intus læves vel ad cardinem pauci scrobiculati; valva superior minor; plana vel plano-concava, tenuis, lamellosa, leviter multiradiata. — Long. 90, lat. 60, in alteris, long. 65, lat. 50 mm.

Langhianum I, a; Carry prope Massiliam (3—4) Mus. Tur.

Ostrea Descartesi, May.-Eym.

Testa oblonga, recta, subtenuis; valva inferior subpentagonalis, profunda, irregularis, superne leviter dilatata, subbialata, inferne rotundata, multilamellosa: lamellae irregularissimae, pro parte rugiformis; costae longitudinales irregularissimae, obscurae; umbo prominens, rectus, triangularis, acutus; cardo angustus, canali lato, paulum profundo, areis validis, planoconvexis; cicatricula musculi maxima, late semilunaris, leviter obliqua; margines ex toto læves; (valva superior minor, plano-convexa, lamellosa, marginibus lævibus). — Long. 82, lat. 64 mm.

Helvetianum I: Manthelan prope Turones (1) Mus. Tur.

Ostrea Fontanesi, May.-Eym.

Testa parva, elongata, angusta, leviter arcuata, inferne subgeniculata, subtenuis; valva inferior paulum convexa, umbone affixa, dorso subplana, irregulariter lamellosa; costae non multae, superne obscurae, inferne latiores, depressae; umbo obliquus, leviter incurvus; cardo longius-

culus, canali lato, profundiusculo, areis angustis; cicatricula musculi oblique subpiriformis; margines læves; (valva superior plana, lamellosa). — Long. 35, lat. 14 mm.

Helvetianum II, a: St.-Restitut (Drome) (1—2) Mus. Tur.

E serie Ostreae Giengensis.

Ostrea Bourgueti, May.-Eym.

Testa mediocris, oblonga, leviter arcuata, solidula; valva inferior umbone late affixa, superne valde convexa, angustata, irregularis, inferne compressa, dilatata; costulae satis crebrae, leviter fornicatae, fere æquales, rugis incrementi leviter crenatae; umbo prominens, angustulus, apice contortus; cardo acute triangularis, canali latiusculo, profundiusculo, areis validis, plano-convexis, rugosis; valva superior minor, angusta, plano-concava, lamellosa, umbone subtruncato, apice acutulo. — Long. 78, lat. 43 mm.

Helvetianum II, a: Saicourt prope Tavannes, pagus Bernensis, (1) Mus. Tur.

E serie Ostreae cochlearis.

Ostrea Serravallensis, May.-Eym.

Testa subparva, variabilis, ovata vel subtrigona, subrecta, paulum incrassata, lævigata; valva inferior profunda, umbone vel dimidio dorsi late affixa, pauci-lamellosa; costae paucae, latae, irregulares, initio tuberculoso-spinosae, subito attenuatae et obscurae; umbo parvus, plus minusve obliquus, cardo brevis, triangularis, canali modo angusto, modo latiusculo, paulum profundo, areis latiusculis, planis; cicatricula musculi, semilunaris, obliqua; valva superior irregulariter planata, sublamellosa; umbo brevissimus; cardo latus, planus; margines ad cardinem obscure scrobiculati. — Long. 35, lat. 21—26 mm.

Helvetianum II, a: Serravalle-Scrivia, Stazzano (5) etc. Mus. Tur.

E serie Ostreae pseudo-edulis.

Ostrea spatuliformis, May.-Eym.

Testa majuscula, elongato-trigona, recta, subtenuis vel solidula; valva inferior umbone adnata, modo plano-convexa, modo convexa, lamellosa; costae non multae, irregulares, modo superficiales evanescentesque, modo subfornicatae; umbo acutatus, modo praelongus, modo obliquus, apice reflexus; cardo longiusculus, acute triangularis, canali paulum lato, profundiusculo, areis validis, plano-convexis; cicatricula musculi magna, subsemilunaris, obliqua; margines intus ad cardinem scrobiculati; valva superior plana, multi-lamellosa; umbo elongato et angustato; cardo subplanus, tripartitus. — Long. 120, lat. 85 mm.

Astianum II, a et b: Castell' arquato, Lugagnano, Monte-Zago etc. (2—3) Mus. Tur.

E radice nobis adhuc ignota.

Ostrea helvetica, May.-Eym.

Testa parva, elongata vel oblonga, recta vel subrecta, subæquivalvis, incrassata; valvae convexae vel fornicatae, valde lamellosae: lamellae paulum irregulares, crassulae, paulum densae, imbricatae, undosae; umbones breves, contorti; cardo brevis, latus, canali valvae inferioris angustiusculo, profundo, areis validis, convexis; cicatriculae musculi maximae, profundae, ovato-semilunares, obliquae; margines læves. — Long. 55, lat. 25, in alteris, long. 50, lat. 35 mm.

Helvetianum II, b: Münsingen (Weinhalde) prope Bernam (4—5) (olim) Mus. Tur.

Notizen.

Aus den Manuscripten von Hofrath Horner. — Einem mir vorliegenden Bruchstücke einer von Horner begonnenen, aber aus Rücksicht für seinen Chef nicht zur Veröffentlichung bestimmten Reisebeschreibung entnehme ich, dass die Krusenstern'sche Expedition 1803 X 27 von Santa-Cruz abfuhr, XI 28 die Linie passirte, und XII 21 bei Santa-Catharina vor Anker ging. Trotz der meist ungünstigen Witterung konnte Horner auf dieser Fahrt zwar schon XI 30 eine vorläufige Bekanntschaft mit den Cap-Wolken machen, aber eine eigentliche Beobachtung derselben doch erst XII 11 vornehmen, und zwar theilt er über dieselbe in dem erwähnten Manuscripte folgendes mit: „Da der Abend hell war, so versuchte ich die Gestalt und Helligkeit der Cap'schen Wolken näher zu bestimmen. Zu dem erstern bediente ich mich eines unachromatischen Sternsuchers von Dollond; für die photometrische Messung hatte ich vier grüne Dämpfgläser von ungleichen Abstufungen mitgenommen, die ich nach ihrer Durchsichtigkeit numerirte, so dass das hellste Glas Nr. 1 bekam. Es fand sich, dass die kleinere Wolke mit der Milchstrasse ziemlich einerlei Helligkeit hatte: Sie verschwand für Nr. 4 der Dämpfgläser; die Milchstrasse war dadurch mit Mühe, und nur wegen der grössern Ausdehnung ihres Schimmers, sichtbar. Die grössere Wolke konnte noch Nr. 4 + Nr. 2 ertragen. Sie ist auf Bode's Sternkarten verkehrt gesetzt. Die kleinere steht ganz auf einem andern Flecke. Die Milchstrasse selbst ist hier ziemlich hell, ungefähr so wie sie in der Nähe des Sirius ist. Doch die vielen Sterne zweiter und dritter Grösse, mit denen sie bestreut ist, ertheilen ihr einen funkelnden Glanz und täuschen die Schätzung des Auges." Unter XII 15 sagt Horner: „Ich hatte Gelegenheit die schwarzen Magellanischen Flecken zu beobachten, die ich des Mondscheins und des meist bewölkten Himmels wegen noch nicht gesehen hatte. Ihre Beschreibung folgt am Schlusse dieses Capitels in einer allgemeinen Darstellung des südlichen Himmels." Letztere scheint jedoch ungeschrieben geblieben zu sein. [R. Wolf.]

Auszüge aus den Sitzungsprotokollen.

Sitzung vom 9. November 1891.

1. Der Bibliothek sind nachstehende Schriften zugegangen:

A. Geschenke.

Von Herrn Prof. Dr. R. Wolf.

Vierteljahrsschrift der naturforschenden Gesellschaft in Zürich, Bd. 36, Heft 1, 2.

Procès-verbal de la commission géodésique suisse, séance 34.

Zur Erinnerung an Joh. Rud. Koch, Gymnasiallehrer in Bern.

Von Herrn Prof. Dr. A. von Kölliker in Würzburg.

Zeitschrift für wissenschaftl. Zoologie. Bd 52. Heft 2. 3. 4.

Von Herrn Prof. M. Stern.

Hermite, discours lu dans la séance 30. 12. 1889.

Von Herrn Prof. Tarnutzer in Chur.

Der geolog. Bau des Rhätikongebirges.

Von Herrn Prof. Burmeister.

Anales del museo nacional de Buenos-Aires, T. 3. Nr. 5.

Von Herrn M. Stossich in Triest.

Brani di elmintologia tergestina.

Nuova serie di elminti veneti racolti da Conte Ninni.

Von Herrn S. P. Langley.

Recherches exp. aérodynamiques.

Von Herrn Buchhändler Müller in Zürich.

Festschrift zur Feier des 50-jährigen Doctorjubiläums der HH. Prof. Karl von Nägeli und Prof. A. von Kölliker.

Von der Academy of nat. science of Philadelphia.

Reprints of three Editorials regarding the priority etc.

Vom Departement des Innern.

Die Wildbachverbauung in der Schweiz, Heft 1.

Hydrom. Beobachtungen f. 1888.

Vom Universitäts-Leseverein Budapest.

Die ungarischen Rumänen und die ungarische Nation.

B. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Naturwissenschaftl. Rundschau. Jahrg. 6. Nr. 27—37.

Industrie-Zeitung von Riga. Jahrg. 17. Nr. 10—17.

Boletin del observat. astronom. nacional de Tacubaya. Tome 1. Nr. 4—5.

Bulletin de la soc. math. de France. Tome 19. Nr. 5.
Vierteljahrsschrift der astronom. Gesellschaft. Jahrg. 26. Heft 1.
Proceedings of the zoolog. soc. of London. 1891. Nr. 1.
Annales de la soc. r. malacolog. belg. Tome 24.
Procès-verbal de la soc. r. malacolog. belg. Août 1889 à Août 1890.
Smithsonian miscellaneous collections Nr. 741. Index 708. 764.
Jahresbericht der naturforschenden Gesellschaft Graubündens. N. F. Jahrg. 34.
Monatliche Mittheilungen aus dem Gesammtgebiete der Naturwissenschaft. Jahrg. 8. Nr. 12. und als Fortsetzung davon: „Helios". Jahrg. 9. Nr. 1. 2. 3.
Vierter Jahresbericht der physikalischen Gesellsch. Zürich f. 1890.
Journal of comparative medicine and veterinary archives. Vol. 12. Nr. 6.
Report of the chief signal officer. War depart. 1890.
Finlands geologiska undersökning und kartbladet. Nr. 16. 17.
Mittheilungen der naturforschenden Gesellschaft Bern. 1890. Nr. 1244—1264.
Memoirs Cunningham of the r. irish acad. Nr. 6.
Transactions of the r. irish acad. Vol. 29. Nr. 16.
Observations Washington, made 1885, and: The total eclipse of the sun.
Publications of the Cincinnati observat. Nr. 11.
Bulletin of the museum of comparative zoology. Vol. 21. Nr. 3. 4.
Sitzungsberichte der physikalisch-medizinischen Societät Erlangen. Heft 23.
Proceeding of the academy of nat. sciences of Philadelphia. 1891. Part 1.
Publicazioni della specola Vaticana. Fasc. 1.
Mittheilungen der Schweiz. Centralstation für das forstliche Versuchswesen. Bd. 1. Nr. 1.
„Fauna", Verein der Luxemburger Naturfr. Jahrg. 1891. Nr. 2.
Leopoldina. Heft 27. Nr. 9. 10.
Acti Lincei. Vol. 7. Nr. 9. 10. 11. 12.
Isis. 1890. Part 1. 2.
Proceedings of the r. geograph. soc. Vol. 13. Nr. 7.
Stravanger Museum 1890.
Revista argentina de historia natural. Tome 1. Nr. 3.

Bulletin de la soc. de sciences de la Basse-Alsace. Tome 25. Nr. 6.
Bulletin de la soc. belg. de microscopie. Année 17. Nr. 8.
Records of the geolog. survey of India. Vol. 24. Nr. 2.
Mittheilungen des Vereins der Naturfreunde in Reichenberg. Jahrg. 21. 22.
Mittheilungen des nordböhm. Excursionsklubs. Jahrg. 14. Nr. 2. 3.
Memoirs and Proceedings of the Manchester lit. and philos. soc. 4. Serie. Vol. 1—5. Vol. 2. Nr. 1—4. Vol. 3. Nr. 1—6. Vol. 4. Nr. 1. 2.
Schriften der physik.-ökonomischen Gesellschaft Königsberg. Jahrg. 31.
Jahreshefte des Vereins für vaterländische Naturkunde von Württemberg. Jahrg. 47.
Proceedings of the London r. soc. Nr. 300.
Proceedings of the London math. soc. Nr. 409—413.
The geolog. and natur. hist. survey Minnesota. Année 18, und Bulletin geolog. and natur. hist. survey of Minnesota. Nr. 6.
Anzeiger der Akad. der Wissenschaften in Krakau 1891. Nr. 6.
Oversigt over det kongl. d. videnskab. selskabs. 1890. Nr. 3. 1891. Nr. 1.
Vierteljahrsschrift der astronom. Gesellschaft. Jahrg. 26. Heft 2.
Mittheilungen des Vereins der Aerzte in Steiermark. Bd. 27.
Raport ann. de la comiss. géolog. de Canada. Vol. 3. Part. 1. 2.
Bericht der medicin.-naturwissenschaftlichen Sekt. des siebenbürg. Museum-Vereins in Klausenburg. Vol. 16. Nr. 1. 2. 3.
Zeitschrift der deutschen geologischen Gesellschaft. Bd. 43. Heft 1.
Bulletin of the agricultur. experim. station of Nebraska. Vol. 4. Nr. 17.
Proceedings of the r. soc. Vol. 49. Nr. 301.
Cunningham Memoirs of the r. irish acad. Nr. 1. Juni 1880.
Transactions of the r. irish acad. Science. Vol. 18. Nr. 1—5. 1881.
" " " " " " Polite, litterat. and antiquites. Vol. 27. Nr. 4. Juni 1881.
Transactions of the r. irish acad. Polite etc. Vol. 29. Nr. 14. 15. 1891.
Leopoldina. Heft 27. Nr. 11. 12.
Atti della reale accad. dei Lincei. Vol. 7. II. Semester Nr. 1—3.

Proceedings of the r. geograph. soc. 1891. Vol. 13. Nr. 8.
Naturkund. Tijdschrift voor Nederlandsch. Indii. Deel 50.
Annalen des k. k. naturhistorischen Hofmuseums Bd. 6. Nr. 1. 2.
Proceedings of the r. irish acad. Serie I. Vol. 9. 10; Serie II. Vol. 1. 3—7. 9—13; Serie II. Science. Vol. 2. Nr. 4—6; Vol. 4. Nr. 5; Serie II. Polite, litt. etc. Vol. 2. Nr. 1—4; Serie III. Polite, litt. etc. Vol. 1. Nr. 4—5.
Proceedings of the r. irish acad. Manuscript. Vol. 1. Nr. 1. Vol. 2. Nr. 1.
Proceedings of the Todd. lect. Series Vol. 1. Part. 1. Vol. 2. Part. 2.
Bulletin des séances de la soc. des sciences de Nancy. Année 3. Nr. 4—7.
Nederlandsch. meteorolog. Jaarbock. voor 1890.
Bulletin de la soc. belge de microscopie. Année 17. Nr. 9.
Annales „ „ „ „ „ „ Tome 15.
Jahrbuch der k. k. geolog. Reichsanstalt. Bd. 40. Heft 3. 4.
Verhandlungen der k. k. zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien. Bd. 41. Nr. 1. 2.
Atti della soc. dei naturalisti di Modena. III. Serie. Vol. 10. Nr. 1.
Verhandlungen des naturhist. Vereins Bonn. Jahrg. 48. Part. 1.
Jahresbericht des Vereins für Naturkunde zu Zwickau für 1890.
Bulletin de la soc. imp. des naturalistes de Moscou f. 1891. Nr. 1.
Journal of comparative medicine and veterinary archives. Vol. 12. Nr. 8.
Journal of the Linnean soc. Zoology. Vol. 20. Nr. 124. 125.
„ „ „ „ „ Botany. Vol. 26. Nr. 175. Vol. 27. Nr. 183. 184—188. Vol. 28. Nr. 189—193.
Bulletino delle soc. veneto-trentina di scienze nat. Tome 5. Nr. 1.
Sitzungsberichte der math.-physik. Klasse der d. k. b. Akademie zu München. 1891. Nr. 1.
Bulletin of the Museum of comparative zoology. Vol. 21. Nr. 5.
Proceedings of the r. soc. Vol. 50. Nr. 302.
Proceedings of the r. geograph. soc. 1891. Vol. 13. Nr. 9.
Deutsches meteorologisches Jahrbuch für 1888.
67. Jahresbericht der schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur mit Ergänzungsheft.
Jahrbuch des Landesmuseums von Kärnthen. Heft 9. 10. 12. 21.

The scientific transactions of the r. Dublin soc. Vol. 4. Serie II. Nr. 6—8.

The scientific proceedings of the r. Dublin soc. N. L. Vol. 6. Part 10. Vol. 7. Nr. 1. 2.

Archives néerlandaises des sciences exactes et nat. Tome 25. Heft 2.

6. Jahresbericht des Vereins für Naturwissenschaft zu Braunschweig für 1887—1889.

Berichte über die Verhandlungen der k. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaft. 1891. Nr. 2.

Abhandlungen der k.-sächsischen Gesellschaft der Wissenschaft. Bd. 17. Nr. 5.

Revista argentinia de historia natural. Tome 1. Nr. 4.

Jahresbericht der naturhist. Gesellsch. zu Nürnberg. 1890.

Bulletin de la soc. des sciences nat. III. Serie. Vol. 27. Nr. 104.

Jahrbuch der k. k. geologischen Reichsanstalt. Bd. 41. Heft 1.

Atti della reale accademia dei Lincei. VI. Serie. II. Semester. Vol. 7. Nr. 4.

Boletin del observatorio meteorolog. etc. de Mexico. T. 3. Nr. 1.

Naturwissenschaftl. Wochenschrift. Bd. 6. Nr. 28. 34.

Sitzungsberichte d. k. preussischen Akademie der Wissenschaften. 1891. Nr. 25—40.

Journal of comparat. med. and veterinary archiv. Vol. 12. Nr. 9.

Bulletin de la soc. des sciences naturelles de la Basse-Alsace. Tome 25. Nr. 7.

Nederlandsch kruidkundig archief. II. Serie. 3 Deel. Nr. 3.

Archives du musée Teyler. II. Serie. Vol. 3. Nr. 6.

Mittheilungen der schweizerischen entomologischen Gesellschaft in Bern. Bd. 6. Heft 10. Bd. 7. Heft 1 - 10. Bd. 8. Heft 1—7.

Atti della reale accademia dei Lincei. II. Semester. Vol. 7. Nr. 5. 6.

Proceedings of the royal geograph. soc. Vol. 13. Nr. 10.

Journal of the royal microscop. 1891. Part 1—4. 5.

Sitzungsberichte und Abhandlungen der Isis. 1891. Nr. 1.

Proceeding of the r. soc. of Edinburgh. Vol. 17. 1889—1890.

Verhandlungen des Vereins für naturwissensch. Unterhaltung zu Hamburg. 1886—1890.

Berichte des naturwissensch. med. Vereins in Innsbruck. Jahrg. 19.

Deutsches meteorologisches Jahrbuch für 1891. Heft 1.
Sitzungsberichte der math.-physik. Classe d. k. b. Akademie zu München. 1891. Nr. 2.
Proceedings of the London math. soc. Nr. 269—274 u. 414—420.
Zeitschrift für Naturwissensch. Bd. 64. Heft 1—3. Bd. 63. Nr. 6.
Leopoldina. Heft 27. Nr. 13—16.
„Fauna", Verein der Luxemburger Freunde. 1891. Nr. 3.
Records of the geolog. survey of India. Vol. 24. Part 3.
Boletin da sociedade de geograph. de Lisboa. IX. Serie. Nr. 11—12.
Bericht über die senkenbergische naturforsch. Gesellsch. 1891.
Annalen des physikalischen Central-Observatoriums. 1890. Nr. 1.
Acta societ. scient. Fennicae. Tome 17.
Ofversigt af finska vetenskaps soc. Förhandlingar. Vol. 32. 1889/1890.
Bidrag till kännedom of Finlands natur och folk. Bd. 49. 50.
Bulletin of the Museum of comparative zoology. Vol. 16. Nr. 10.
Journal de sciencias mathematicas et astronomicas pr. Teixeira. Vol. 8. 9. und Vol. 10. Nr. 1—3.
Jahrbuch des ungarischen Karpathen-Vereines. Bd. 18.
Verhandlungen d. k. k. geologischen Reichsanstalt. 1891. Nr. 8—13.
Expedition der k. russ. geograph. Gesellschaft. (Beobachtungen der russ. Polarstation auf Nowaja Semlya.) Th. 1.

C. Anschaffungen.

Transactions of the zoolog. soc. London. Vol. 13. Part 1. 2.
Astronomische Nachrichten. Nr. 30. 43—49.
Annales du jardin botan. de Buitenzorg. Viol. 10. Part 1.
Bulletin de la soc. bot. de France. Tome 38. Nr. 3.
Annalen der Chemie. Bd. 264. Heft 1. 2.
Journal americ. of science. Vol. 41. Nr. 246. 247.
Geological magazine. N. S. III. Dec. Vol. 8. Nr. 6. 7.
Technische Blätter. Jahrg. 23. Heft 1.
Annales de chimie et de physique. 6. Serie. Tome 23. Nr. 7. 8.
Journal für praktische Chemie. 1891. Nr. 13. 14.
Repertorium der Physik. Bd. 27. Heft 6.
Astronomische Zeitschrift 1891, Nr. 6.
Bulletin de la soc. géolog. de France. III. Serie. Vol. 19. Nr. 5.
Gazzetta chimica. Vol. 21. Nr. 7.

Quarterly Journal of mathemat. 1891. Nr. 99.
Acta mathematica. Bd. 14. Nr. 4.
Journal de physique II. Serie. Tome 10. Nr. 6. 7.
Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie für 1888. Heft 3.
Jahrbuch des Schweiz. Alpenklubs u. Beilage. Bd. 26. 1890—1891.
Rabenhorst's Kryptogamenflora. Pilze, I. Bd. 3. Abth. Lief. 35.
Zeitschrift für Krystallographie und Mineralogie. Bd. 19. Heft 3.
Meteorologische Zeitschrift. Jahrg. 8. Heft 7.
Friedrich, Naturgeschichte der Vögel. Lief. 21.
Annales des sciences nat. bot. VII. Serie. Tome 13. Nr. 5. 6.
Journal für praktische Chemie. 1891. Nr. 15—17.
Jahrbuch über die Fortsch. der Mathemat. Bd. 28. Heft 3. 1888.
Astronomische Nachrichten, Register zu Bd. 127. Nr. 3050. 3051. 3052. 3054.
Pflanzenleben. (Kerner v. M.) Bd. 2. Nr. 14.
Recueil des mémoires et des travaux de la soc. bot. de Luxembourg. Nr. 12. 1887/89.
Mémoires de l'acad. imp. de St. Petersburg. Serie VII. Tome 38. Nr. 4.
Liebigs Annalen der Chemie. Bd. 265. Heft 1—3.
Annales des sciences nat. zoolog. VII. Serie. Tome 11. Nr. 6.
Biologisches Centralblatt. Bd. 11. Nr. 5—14.
Geological magazine. Nr. 326.
Technische Blätter. Jahrg. 23. Heft 2.
Geognostische Jahreshefte. Jahrg. 3. 1890.
Wochenschrift für Astronomie. 1891. Nr. 32. 33.
Repertorium der Physik. Bd. 27. Heft 7.
Beiblätter zu d. Annalen d. Physik und Chemie. Bd. 15. Heft 7.
Mineralogische u. petrographische Mittheilungen. Bd. 12. Heft 2.
Bulletin de la soc. math. de France. Tome 19. Nr. 6.
Friedrich, Naturgesch. der deutschen Vögel. Lief. 22.
Paläontologische Abhandlungen von Dames und Kayser. Bd. 5. Heft 4.
Internationales Archiv für Ethnographie. Bd. 4. Heft 4.
Journal de physique. II. Serie. Tome 10. Nr. 8.
Engler und Prantl, Die natürlich. Pflanzenfamilien. Lief. 63. 64.
Rabenhorst's Kryptogamenflora. Bd. 5. Lief. 2—6.
Meteorologische Zeitschrift 1891. Nr. 8.

Lacaze Duthiers, Archives de zoologie expérimentale. II. Serie. Tome 8 et Tome 9. Nr. 1. 2.
Gazzetta chimica italiana. Anno 21. Nr. 8.
Annales de chimie et de physique. VI. Serie. Tome 24, Sept.
Biologisches Centralblatt. Bd. 11. Nr. 15—18.
Archiv für Mathematik und Physik. II. Serie. Bd. 10. Nr. 3.
Annalen für Physik und Chemie. 1891. Nr. 9.
Moleschott, Untersuchungen zur Naturlehre d. Menschen etc. Bd. 14. Nr. 5 und Beiblätter, Bd. 15. Nr. 8.
Pflüger, Archiv für Physiologie. Bd. 50. Nr. 3—6.
Mittheilungen der zoologischen Station zu Neapel. Bd. 10. Nr. 1.
Wochenschrift für Astronomie. 1891. Nr. 34—38.
Astronomische Nachrichten. Nr. 3055—3059.
Willkomm, Illustrationes florae hispaniae. Liv. 18.
Annales des sciences nat. bot. VII. Serie. Tome 14. Nr. 1. 2.
Bulletin de la soc. géologique de France. III. Serie. Tome 19. Nr. 6 und Tome 18. Nr. 9.
Neues Jahrbuch für Mineralogie. Jahrg. 1891. Bd. 2. Heft 2. und Repertorium zu den Jahrg. 1885—1889.
Forschungen zur deutsch. Landes- und Volkskunde. Bd. 6. Heft 1.
Zeitschrift für wissenschaftliche Mikroskopie. Bd. 8. Heft 2.
The american journal of science. Vol. 42. Nr. 248.
Annalen der Chemie. Bd. 265. Heft 3.
Journal für reine und angewandte Mathemat. v. Crelle. Bd. 108. Heft 4.
Jahrbücher für wissenschaftl. Botanik. Bd. 23. Heft 1. 2.
Zeitschrift für Krystallographie und Mineralogie. Bd. 19. Heft 4.
Zeitschrift für analytische Chemie. Jahrg. 30. Heft 4.
Archives italiennes de Biologie. Bd. 15. Heft 3.
Archives zoologie expérimentale. II. Serie. Tome 9. Nr. 9.
Weber, Zoologische Ergebnisse einer Reise in Niederld. Ost-Indien. Bd. 2. Heft 1.
Archiv für mikrosk. Anatomie Bd. 38. Heft 1.
Journal de mathématique. Tome 17. Nr. 2. Serie 4.
Gazzetta chimica italiana. Anno 21. Nr. 6—9.
Nouvelles annales de mathémat. III. Serie. Tome 10. Nr. 8. 9.
Repertorium der Physik. Bd. 27. Heft 8.
Meteorologische Zeitschrift. 1891. Nr. 9.

Zoologische Beiträge. Bd. 3. Nr. 1.
Annales des mines. VIII. Serie. Tome 19. Nr. 3.
Journal de physique. II. Serie. Tome 10. Nr. 9.
Neue Denkschriften der allgemeinen schweiz. Gesellschaft für die gesammten Naturwissenschaften. Bd. 32. Part. 2.
Kerner v. Marilaun, Pflanzenleben. Bd. 2. Heft 15. 16.
Repertorium der Physik. Bd. 27. Heft 9.
Wochenschrift für Astronomie etc. 1891. Nr. 39—42.
Astronomische Nachrichten. Nr. 3060. 3061.
Acta mathematica. Bd. 15. Nr. 1. 2.
Annales de chimie et de physique. 1891. Oct./Nov.
Rabenhorst's Kryptogamenflora. I. Bd. 3. Abthlg. Pilze, Lief. 36. 45.
Friedrich, Naturgeschichte der deutschen Vögel. Lief. 23.
Memoires de l'académie imp. des sciences de St. Pétersburg. VII. Serie. Tome 38. Nr. 5. 6.
Journal für praktische Chemie. 1891. Nr. 18—20.
Zeitschrift für analytische Chemie. Jahrg. 30. Heft 5.
Archiv für mikroskopische Anatomie. Bd. 38. Heft 2.
Annalen der Physik und Chemie. 1891. Nr. 10.
Bulletin de la soc. géolog. de France. III. Serie. Tome 19. Nr. 7.
Engler und Prantl, Die natürlichen Pflanzenfamilien. Lief. 65.
Meteorologische Zeitschrift. 1891. Nr. 10.
Archiv für Anthropologie. Bd. 20. Nr. 3.
Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie für 1888. Heft 4.
Biologisches Centralblatt. Bd. 11. Nr. 19.
Annalen der Chemie. Bd. 266. Nr. 1. 2.
The american journal of science. III. Serie. Vol. 42. Nr. 9.
Bulletin de la soc. bot. de France. Tome 38. Nr. 4. 5. u. B u. C.
Journal für die reine und angewandte Mathemat. Bd. 109. Heft 1.
Neues Jahrbuch für Mineralogie. 1891. Bd. 2. Heft 3.
Zeitschrift für Krystallographie und Mineralogie. Bd. 19. Heft 5.
Internationales Archiv für Ethnographie. Bd. 4. Heft 5.

2. Herr Dr. Völkel wird als Mitglied aufgenommen.

3. Die Herren Dr. Feist, Dr. Felix und Director Müller (Wädensweil) melden sich zum Eintritt in die Gesellschaft.

4. Herr Prof. Dr. Lang hält einen Vortrag: „Alte Probleme der Mollusken-Morphologie."

Sitzung vom 23. November 1891.

1. Die der Bibliothek zugegangenen Schriften sind unterm 7. December aufgeführt.

2. Die Herren Dr. Feist, Dr. Felix und Director Müller werden als Mitglieder aufgenommen.

3. Herr Dr. v. Tavel hält einen Vortrag: „Das System der Pilze im Lichte der neuesten Forschungen."

4. Herr Prof. Dr. Bühler macht eine Mittheilung: „Neue Erfahrungen über das Auftreten der Nonnenraupe."

Sitzung vom 7. December 1891.

1. Der Bibliothek sind nachfolgende Schriften zugegangen:

A. Geschenke.

Von Herrn E. Hafner in Nettstal.

Die Anziehungs- und Abstossungskräfte in der Natur etc.

Von Herrn Dr. J. B. Soret.

De la perception du beau.

Von der Soc. botanique de Belgique.

Bulletin de la soc. botanique de Belgique. Vol. 1—29 u. Register.

Von Herrn Prof. Dr. Rudio.

Uppenborn, Die Versorgung von Städten mit elektrischem Strom. 4°. Berlin, München 1891.

Von Herrn Prof. A. von Kölliker in Würzburg.

Zeitschrift für wissenschaft. Zoologie. Bd. 53. Heft 2. 3.

Von Herrn Baron F. v. Müller in Melbourne.

Select extra-tropical plants. Edit. 8. 1891.

Von der Tit. schweiz. geodätischen Commission.

Nivellement de précision de la Suisse. Liv. 9 und 10.

B. In Tausch gegen die Vierteljahresschrift:

Bulletins des séances de la soc. des sciences de Nancy. Année 2. Nr. 6. Année 3. Nr. 1—4.

Zeitschrift der deutschen geolog. Gesellsch. Bd. 43. Heft 2.

Arsskrift Universitatis Upsala. 1890.

Industrie-Zeitung von Riga. Jahrg. 17. Nr. 18.

Bulletins de la soc. des sciences de la Basse-Alsace. Tome 25. Nr. 8.

Atti della accademia Lincei. VI. Serie. Vol. 7. Nr. 7. 8.

Leopoldina. 1891. Heft 27. Nr. 17. 18.
Annales de la soc. entomolog. de Belgique. Tome 34.
Bulletins de l'académie r. de Belgique. III. Serie. Tome 17—21.
Annuaire de l'académie r. de Belgique. 1890. 1891.
Proceedings of the r. geograph. soc. 1891. Nr. 11.
Smithsonian report. 1889.
Mittheilungen des Vereins für Erdkunde zu Halle für 1891.
Report of the Missouri botanical garden II.
Verhandlungen des botanischen Vereins der Provinz Brandenburg. Vol. 24—32.
Wissenschaftl. Veröffentlichungen des Vereins für Erdkunde in Leipzig. Bd. 1.
Revista argentinia hist. natural. Tome 1. Nr. 3.
Boletin del observat. astronom. nacional Tambaya. Tome 1. Nr. 6.
Bulletin de la soc. de microscopie belge. Tome 17. Nr. 10.
Anzeiger der Akademie der Wissenschaften in Krakau. Juli, Oct. 1891.
Proceedings of the r. zoolog. soc. 1891. Part 2. 3.
Transactions of the r. zoolog. soc. Vol. 13. Nr. 3.
Boletin mensual de l'observatoire Mexico. Tome 3. Nr. 2.
Jahrbücher d. k. k. Centralanstalt für Meteorologie Bd. 34. 1889.
Abhandlungen aus dem Gebiete der Naturwissenschaften des naturforsch. Vereins in Hamburg. Bd. 11. Heft 2. 3.
Jahresbericht d. physik. Vereins zu Frankfurt a./M. für 1889/90.
Jahresbericht der Industriellen Gesellsch. v. Mülhausen für 1891.
Schriften des naturwissenschaftl. Vereins für Schleswig-Holstein. Bd. 9. Heft 1.
Correspondenzblatt des Naturforscher-Vereins zu Riga. Bd. 34. u. Arbeiten desselben. Neue Folge. Heft 7.
The journal of comp. medicine veterinary archives. Vol. 12. Nr. 11.
Berichte der naturforsch. Gesellsch. zu Freiburg i./B. Bd. 5. Nr. 1. 2.
Jahrbücher des nassauischen Vereins für Naturkunde. Jahrg. 44.
Abhandlungen der mathematisch-physik. Classe d. k. sächsischen Gesellschaft. Bd. 17. Nr. 6.
Bulletin de la soc. fribourgeoise des sciences nat. Année 8—11. 1887—1890.
Verhandlungen d. k. k. geolog. Reichsanstalt. 1891. Nr. 4.

C. Anschaffungen.

Beiblätter zu den Annalen der Physik und Chemie. 1891. Nr. 9.
Wochenschrift für Astronomie. 1891. Nr. 43—46.
Engler u. Prantl, Die natürlich. Pflanzenfamilien. Lief. 66. 67.
Journal de physique. II. Serie. Tome 10. Nr. 10.
Transactions of the entomolog. soc. of London. 1891. Part 2. 3.
Archiv für mikroskopische Anatomie. Bd. 38. Heft 3.
Friedrich, Naturgeschichte der Vögel. Lief. 24. 25.
Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie. 1887. Heft 6.
Quarterly Journal of the geolog. soc. Nr. 188.
Quarterly Journal of the microscop. soc. Vol. 32. Nr. 4.
Annalen der Physik und Chemie. 1891. Nr. 11.
Annales des sciences nat. zoolog. VII. Serie. Tome 12. Nr. 1.
Annales des mines. VIII. Serie. Tome 20.
Nouvelles annales de mathématiques. III. Série. 1891. Oct.
Biologisches Centralblatt. Bd. 11. Nr. 20.
Jacobi's Gesammelte Werke. Bd. 7.
Archiv für Physiologie v. Pflüger. Bd. 50. Heft 7. 8.
Archiv für Naturgeschichte. Jahrg. 55. II. Bd. Heft 1. Jahrg. 57. I. Bd. Heft 3.
Repertorium der Physik. Bd. 27. Heft 10.
Annales du jardin botanique de Buitenzorg. Vol. 10. Part 2.
Gazzetta chimica italiana. Anno 21. Nr. 10.
Journal für praktische Chemie. 1891. Nr. 21. 22.

2. Herr Dr. Martin hält einen Vortrag: „Ueber Entwicklung und Form-Eigenthümlichkeiten der menschlichen Ohrmuschel".

Sitzung vom 21. December 1891.

1. Der Bibliothek sind nachstehende Schriften zugegangen:

A. In Tausch gegen die Vierteljahrsschrift.

Jaarboek botanisch door kruidkundig genotschap te Gent. Jahrg. 2. 3. 1890—1891.
Memoirs and proceed. of the Manchester lit. and phil. soc. IV. Serie. Vol. 4. Nr. 4. 5; III. Serie. Vol. 4; Vol. 8—12.
19. Jahresbericht des westfälischen Provinzial-Vereins für 1890.

Memoires of the geolog. survey of India. XIII Serie. Vol. 4. Part 1. in 4° u. Vol. 24. Part 1—3. u. Index to 1868—1887.
Industrie-Zeitung von Riga. Jahrg. 17. Nr. 19.
Leopoldina. Heft 27. Nr. 19. 20.
Bulletin de la soc. des sciences de la Basse-Alsace. Tome 25. Nr. 9. Nov.
Annuario del observatorio astronom. de Tambaya. Anno 12. 1892.
Bulletin de la soc. fribourgeoise des sciences nat. Année 2 u. 5—8.
Verhandlungen der physikalisch-medizinischen Societät. Erlangen. 1865—1867 und Heft 10. 1877/78.
Bulletin de la soc. belge de microscopie. Année 18. Nr. 1.
Bulletin de la soc. ouralienne. Tome 12. Livr. 2 et dernière.
Anzeiger der Akademie der Wissensch. in Krakau. 1891. Nov.
Archives néerlandaises des sciences exactes et natur. Tome 25. Liv. 3. 4.
Gekrönte Preisschriften der fürstlich Jablonowski'schen Gesellschaft zu Leipzig. Nr. 11.
Mittheilungen des naturwiss. Vereins für Steiermark. Jahrg. 1890.
Atti Lincei. 1891. Nr. 9. 10.
Mittheilungen des nordböhm. Excursions-Clubs. Jahrg. 14. Heft 4.
Jahresbericht und Abhandlungen d. naturwiss. Vereins in Magdeburg für 1890.
Journal of the Elisha Mitchell scientific soc. 1891. Part 1.
The journal of comparative medicine and veterinary archives. Vol. 12. Nr. 12.
Vierteljahrsschrift der astronom. Gesellsch. Jahrg. 26. Heft 3.
Journal of the college of science Japan. Vol. 4. Part 2.
Proceedings of the american association. Vol. 39.
Sitzungsberichte d. k. Akademie der Wissenschaften in Wien: I. Abthlg. Bd. 99. 1890. Heft 4—10; II. Abthlg. A Bd. 99. 1890. Heft 4—10; II. Abthlg. B Bd. 99. 1890. Heft 4—10. III. Abthlg. Bd. 99. 1890. Heft 4—10.
Abhandlungen d. k. sächs. Gesellsch. d. Wissensch. Bd. 18. Nr. 1.
Atti della società Toscana di scienze naturali. Vol. 7.

B. Anschaffungen.

Wochenschrift für Astronomie. 1891. Nr. 47—50.
Astronomische Nachrichten. 1891. Nr. 3066—3069.

Annalen der Chemie. Bd. 266. Heft 3. Bd. 267. Heft 1.
Beiblätter der Annalen der Physik und Chemie. 1891. Nr. 10.
Journal de physique. II. Serie. Tome 10. Nr. 11.
Annales de chimie et de physique. VI. Serie. Nr. 12. 1891.
Biologisches Centralblatt. Bd. 11. Nr. 21—23.
Archiv für Mathematik und Physik. 2. Reihe. 10. Th. Heft 4.
Rabenhorst's Kryptogamenflora. Pilze. Bd. 1. IV. Abthlg. Lief. 46. Laubmoose. Lief. 14.
Meteorologische Zeitschrift. 1891. Bd. 26. Nr. 11. 12.
Annales des sciences nat. Zoologie. VII. Serie. Tome 3—6. 9. 10. und VII. Serie. Tome 1. Nr. 1. 2.
Engler u. Prantl, Die natürlichen Pflanzenfamilien. Lief. 68.
Bulletin de la soc. botanique de France. Tome 37. 1890.
Archives italiennes de Biologie. Tome 16. Nr. 1.
Archiv für gesammte Physiologie, Bd. 50. Nr. 9—12.
Zeitschrift für Krystallographie und Mineralogie. Bd. 19. Nr. 6.
N. Annales de math. III. Serie. Tome 10. Nr. 11.
Bulletin de la soc. géolog. de France. III. Série. Tome 19. Nr. 8. 9.
Jahrbücher für wissenschaftl. Botanik. Bd. 23. Heft 3.
Mittheilungen der Schweiz. entomolog. Gesellschaft. Vol. 8. Nr. 8.
Proceedings of the London math. soc. Nr. 421—425.
The geological magazine. Nr. 330.
The american journal of science. Nr. 251. Nov. 1891.
Neues Jahrbuch für Mineralogie etc. Jahrg. 1892. Bd. 1. Heft 1.
Journal de mathématiques. IV. Série. Tome 7. Nr. 3.
Acta mathematica. Bd. 15. Nr. 3. 4.
Journal für praktische Chemie. 1891. Nr. 23. 24.
Technische Blätter. Jahrg. 23. Heft 3.
Annalen der Physik und Chemie. 1891. Nr. 12.

2. Herr Prof. Dr. Klebs zeigt in Folge Wegzuges aus Zürich seinen Austritt aus der Gesellschaft an.

3. Herr Assistent Henne meldet sich zum Eintritt in die Gesellschaft.

4. Herr Prof. Dr. Bühler hält einen Vortrag: „Neue Untersuchungen über Sickerwassermengen."

[Dr. A. Tobler.]

Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte (Fortsetzung).

449. Anstatt seinen alten Lehrer zu überleben und demselben allfällig einen Nachruf zu widmen, hat sich mein lieber Freund, Johann Rudolf Koch in Bern, am 30. Mai 1891 selbst zur ewigen Ruhe niedergelegt, so dass gegentheils mir die Aufgabe obliegt zu seinem Andenken eine kurze Schilderung seines Lebens und Wirkens niederzuschreiben.

Zu Bern am 23. August 1832 geboren, hatte Jean Koch, wie ihn seine Eltern und Jugendfreunde ausschliesslich benannten, das Missgeschick schon in frühester Jugend so zu fallen, dass dadurch eine Krümmung des rechten Beines entstand, welche durch zweijährige, mit schmerzhaften Operationen verbundene Kur in Cannstadt nur so weit gehoben werden konnte, dass die Krücken entbehrlich wurden und das wieder gerade, aber steif gewordene Glied mit Hülfe einer Maschine wenigstens zur Noth brauchbar war. Der sonst mit seltenen Vorzügen des Leibes und Geistes ausgerüstete Knabe musste in Folge hievon manche Jugendfreuden entbehren, fand aber zum Glück volle Befriedigung in dem Bestreben, die ihm verliehenen Gaben bestmöglich auszubilden, und hatte hierin, wie ich als einer seiner Hauptlehrer bezeugen kann [1]), schon während den Jahren 1843 bis 1849, in welchen er die städtische Realschule in Bern durchlief, solchen Erfolg, dass er, obschon seine Classe noch viele andere ganz tüchtige Schüler umfasste [2]), so ziemlich in allen Fächern

---

[1]) Er hatte bei mir in den drei obern Jahrescursen nicht weniger als $4 + 4 + 15$ wöchentliche Stunden in reiner, darstellender und praktischer Geometrie, sowie in den Anfangsgründen der Mechanik und Physik. — [2]) Ausser dem als „vierblättriges Kleeblatt" bezeichneten Freundeskreise, den unser Koch mit August Ballif, Friedrich Romang und Emil Zimmerli bildete, gehörten zu der Classe noch die Friedrich Blatter, Karl von Frisching, Emil König, Paul Risold, Rudolf Wild, Adolf Ziegler etc., welchen sich im letzten Jahre noch Friedrich Lamarche beigesellte, — alles Leute, welche sich später, wenn auch in den ver-

der Erste war, und ihm kaum Einer der vielen Schul- und Fach-Preise entgieng, welche damals ein Realschüler erhalten konnte. Als sodann in der obersten Classe die Berufswahl in den Vordergrund trat, wünschte der junge Koch sehnlichst sich zum Lehrer der exakten Wissenschaften auszubilden, während sein Vater, der sich durch Fleiss und Geschick aus ärmlichen Verhältnissen zu einem wohlhabenden Geschäftsmanne emporgearbeitet hatte[3]), seinem einzigen Sohne dereinst seine blühende Gerberei und Lederhandlung übergeben und der von mir sekundirten Fürbitte der Mutter absolut kein Gehör schenken wollte, so dass die Situation während einiger Zeit recht kritisch war. Erst als bei der Promotionsfeierlichkeit zu Ostern 1849 der Sohn förmlich mit Preisen überschüttet wurde, und nach Beendigung derselben alle Bekannten auf den Vater zueilten um ihm zu gratuliren, war dessen Widerstand gebrochen, und er gab nicht nur mit den Worten: „Jean, mach', was du willst", dem Sohne

---

schiedensten Lebensstellungen, gut bewährten. — [3]) Ueber den Vater Joh. Jakob Koch kann ich unter Benutzung des für mich durch Herrn Pfarrer Fr. Romang mit grosser Mühe zusammengesuchten Materiales Folgendes mittheilen: Er wurde 1799 zu Köniz bei Bern geboren und getauft, wo sich der Schneider Joh. Adam Koch von Hollenbach im ehemaligen Fürstenthum Hohenlohe in Franken (1768—1826) mit seiner jungen Frau, Susanna Magdalena Verdan von Sugy am Murtensee, kurz zuvor niedergelassen hatte. In seinen ersten Lebensjahren mit den Eltern nach Bern übersiedelnd, erhielt er dort den ersten Schulunterricht, trat aber schon mit 12 Jahren als Lehrling in die uralte bernerische Gerberei und Lederhandlung, welche damals durch J. J. Hauser von Wädensweil betrieben wurde, und brachte es durch Fleiss und Geschick dazu, dass er 1830, wenn auch vorerst mit fremdem Gelde, dieses Geschäft ankaufen konnte. Im Jahre 1831 verheirathete er sich mit Elisabetha Allemann von Wiedlisbach (1807—1878) und erhielt aus dieser äusserst glücklichen Ehe neben unserm Joh. Rudolf noch drei Kinder: Margaretha Elisabetha (1834—1888), Susanna Maria (1835—1851) und Karl Emil (1845 bis 1848). Im October 1840 reichte er ein Naturalisationsgesuch ein, und legte demselben neben Vermögens-Ausweis etc. einen Heimathschein der Gemeinde Lüen (Leein) bei; es kann somit kein Zweifel bestehen, dass er (oder vielleicht schon sein Vater)

sofort die Berufswahl frei[4]), sondern gewährte ihm auch willig und reichlich die Mittel um seine Studien fortsetzen zu können.

Den seinem Austritte aus der Realschule folgenden Sommersemester des Jahres 1849 benutzte Koch theils zn Privatstudien, theils um an der Berner-Hochschule einige Vorlesungen bei Schläfli, Brunner und mir zu hören, und ging dann im Herbst für zwei Jahre nach Genf, um an der dortigen Akademie sich durch Oltramare regelrecht in die höhern Partien der Mathematik einführen zu lassen; nebenbei besuchte er auch die von Plantamour, Wartmann, Marignac, etc., gehaltenen Vorträge über Astronomie, Physik, Chemie etc., — setzte ferner das schon in der Realschule unter Leitung des trefflichen Niklaus Senn mit Vorliebe betriebene Zeichnen nach Gyps fort, — und nahm auch bei Maler Hornung einigen Unterricht im Oel-Malen. — Im Herbst 1851 begleitete mich Koch auf einer Reise, welche ich damals über Bonn, Düsseldorf, Hannover und Hamburg nach Berlin unternahm, wo er nun während drei Semestern weitern, meist mathematischen und physikalischen Studien oblag, — namentlich die Vorlesungen von Steiner, Dirichlet, Encke, Dove und Ritter besuchte, — jedoch auch kunsthistorischen Vorträgen beiwohnte, sewie den schönen Museen manche Stunde widmete. Ueberdiess wurde zu Hause noch fleissig gearbeitet, und namentlich sass er viele Abende mit einem in Berlin gewonnenen Freunde, dem jetzigen Rektor Fritz Burckhardt in Basel, zusammen um in Gemeinschaft mit ihm die harten Nüsse zu knacken, welche Steiner allwöchentlich seinen Schülern vorsetzte, — immerhin ohne darüber zu versäumen zuweilen auch mit Schweizern anderer Studienrichtungen, welchen er um seiner heitern Laune

---

sich in dieser kleinen, am rechten Ufer der Plessur liegenden, nach Castiel im Schalfik pfarrgenössigen Ortschaft eingebürgert hatte, obschon man daselbst, nach Bericht von Herrn Polizeidirektor Donatz in Chur, nichts von einem solchen Mitbürger wissen will, und sich auch im bündnerischen Staatsarchiv kein betreffendes Aktenstück vorfindet. Nach erfolgter Naturalisation, kaufte er sich auf der Zunft zur Schiffsleuten ein, und zählte bald zu ihren angesehendsten und wohlhabendsten Mitgliedern. Er starb 1887. — [4]) Statt des Sohnes nahm er später seinen

willen sehr sympathisch war, zusammen zu kommen. — Im Frühjahr 1853 nach Bern zurückgekehrt, wurde Koch von der Realschuldirektion der sog. „grosse Meyer-Preis“ unter der Bedingung zugesprochen, dass er denselben benutze um eine grössere Anzahl technischer Lehranstalten des In- und Auslandes zu besuchen, und sodann der Direktion über die Reiseergebnisse, unter Nutzanwendung auf die Realschule, Bericht erstatte. In Folge davon reiste er, nachdem er den grössten Theil des Sommers zu nöthiger Erholung im Berner-Oberland zugebracht hatte, 1853 IX. 7. nach Aarau, von wo er sodann der Reihe nach Zürich, Winterthur, Wien, München, Augsburg, Carlsruhe und Strassburg besuchte, sich überall so weit möglich über die betreffenden Anstalten informirend. Zum Schlusse ging es nach Paris, wo er X 28 anlangte und den Winter über blieb, einzelne Vorlesungen anhörend, namentlich aber die verschiedenen Unterrichtsanstalten, Bibliotheken und Sammlungen besuchend. Im Frühjahr 1854 kehrte er endlich nach Bern zurück, arbeitete aber den fälligen Bericht erst im folgenden Winter aus, da er während des Sommers durch ihm übertragene Privatstunden und einige Hülfeleistungen bei mir, besonders aber dadurch davon abgehalten wurde, dass er fürchtete, die gehegten Erwartungen nicht befriedigen zu können, und ihm so der nöthige Muth fehlte die Ausarbeitung zu beginnen. Als Letzteres endlich nach vielem Drängen geschehen war, ging es ziemlich rasch vorwärts, ja es schwoll schliesslich das von ihm selbst als „Schmerzenskind“ bezeichnete Opus zu einem stattlichen Quartbande von vollen 128 engbeschriebenen Seiten an, das auf die bald darauf erfolgte Erweiterung der Realschule zu einer genügenden Vorbereitungsanstalt für das schweizer. Polytechnikum nicht ohne Einfluss blieb, und noch jetzt Interesse hat, obschon in den seit der Abfassung verflossenen 37 Jahren viele der berührten Verhältnisse total umgestaltet wurden.

Als ich im Sommer 1855 einem Rufe nach Zürich Folge leistete, erhielt Koch meine Stelle an der Realschule, und die

---

Neffen Rudolf Allemann in sein Geschäft auf. Dieser verheirathete sich sodann 1855 mit seiner Base Koch und erhielt von ihr, ausser einer Tochter Bertha, zwei Söhne Rudolf und Ernst

Direction hatte ihre Wahl nicht zu bereuen, denn einen talentvollern, kenntnissreichern und gewissenhaftern jungen Mann hätte sie kaum finden können. Er war so recht ein „Lehrer von Gottes Gnaden", der mit ungewöhnlicher Lehrgabe auch Verständniss für die Jugend und einen feinen Takt verband, so dass er keiner Pedanterie bedurfte um seine Classen zu beherrschen, ja sich ohne Schaden für die Disciplin erlauben konnte den zuweilen etwas trockenen Lehrstoff durch eine drollige Bemerkung zu würzen. Er war so begreiflich bei den Schülern sehr beliebt, — stand sich auch mit den, anfänglich zumeist aus seinen frühern Lehrern bestehenden, später vorzugsweise aus ehemaligen Schülern rekrutirten Collegen vortrefflich, — und genoss überdiess das volle Zutrauen seiner Oberbehörde, welcher er nicht nur nie etwas zu schaffen machte, sondern die er gegentheils durch Hülfsbereitschaft und selbstlosestes Entgegenkommen unterstützte, als bei Errichtung einer Oberclasse im Jahre 1857, und dann wieder beim Aufgehen der Realschule in dem 1879 gegründeten städtischen Gymnasium, momentan Lücken entstanden oder in den Pensen der einzelnen Lehrer Verschiebungen vorgenommen werden mussten. — Neben dem Schulunterrichte übernahm Koch 1855 auch die durch meinen Abgang verwaiste Sternwarte, — führte dort namentlich, wie aus den Berner-Mittheilungen zu ersehen ist, die von mir organisirten meteorologischsn Beobachtungen mit der grössten Regelmässigkeit fort[5]), — machte aber auch zuweilen Zeitbestimmungen und andere astronomische Beobachtungen, unter welch' letztern ich z. B. diejenigen hervorheben will, die den Donati'schen Kometen betrafen, — und es wäre für jeden Andern fast selbstverständlich gewesen auf diese mehrjährige Arbeit gewisse Ansprüche zu gründen; aber bei ihm war diess nicht der Fall, sondern als etwa 1860 der neue Physik-Professor Heinrich Wild Lust zeigte die Sternwarte an sich zu ziehen, so zog er sich sofort in aller Stille in sein Schneckenhäuschen zurück. Es war diess eine Folge des einzigen namhaften, und sonst in unserer Zeit nur noch höchst selten vorkommenden

---

welche noch jetzt die alte Firma fortführen. — [5]) Bei Absenzen trat die gute Mutter, die in jüngern Jahren auch ihrem Manne

Fehlers, welchen er besass, nämlich seiner zu grossen, nothwendig Mangel an Selbstvertrauen erzeugenden Bescheidenheit, welche ihn auch daran hinderte sein reiches, durch seltene Belesenheit und fortwährendes Studium immer vermehrtes Wissen, auch ausserhalb der Schule zur Geltung zu bringen und wenigstens einige kleinere Arbeiten der Oeffentlichkeit zu übergeben, — ja ihm kaum erlaubte zur Erleichterung seiner Schüler ein paar Hefte zu autographiren[6]).

Im Jahre 1853 in die bernerische und im folgenden Jahre auch in die schweizerische naturforschende Gesellschaft aufgenommen, leistete Koch beiden Gesellschaften von 1855 an, zuerst als Unter-, dann als Oberbibliothekar, grosse Dienste: Als ich 1841 mit dem Secretariate der bernerischen Gesellschaft auch das ihr anvertraute, aber schon längere Zeit ziemlich vernachlässigte Archiv der schweizer. Gesellschaft, oder ihre sog. Bibliothek, übernahm, war der Umfang dieser letztern noch kaum nennenswerth[7]), doch gelang es mir bald eine ziemlich bedeutende Anzahl von Geschenken an dieselbe zu veranlassen und den bis dahin kaum bestehenden Tauschverkehr mit andern wissenschaftlichen Vereinen und Anstalten in regelrechten Gang zu bringen, so dass es schon 1843 angegeben erschien ein erstes Verzeichniss erscheinen zu lassen. Hierauf erfolgte ein so rasches Anwachsen der Bibliothek, ihrer Benutzung und ihres Tauschverkehres, dass ich 1847 nöthig fand das Bibliothekariat von dem ebenfalls immer mehr Zeit in Anspruch nehmenden Secretariate abzulösen und für Ersteres eine geeignete Persönlichkeit zu suchen. Es gelang mir alsbald meinen Freund Christener zur Uebernahme zu bewegen, und dieser führte nun während vollen 17 Jahren, erst allein und später mit wechselndem Gehülfen, das von Jahr zu Jahr grössere Dimensionen an-

---

auf dem Comptoir ausgeholfen hatte, für ihn ein. — [6]) Ich besitze zwei solcher Hefte, welche die Titel »Planimetrie. Erster Theil« und »Elemente der analytischen Geometrie des Raumes« besitzen. Charakteristisch für den Verfasser ist der Umstand, dass sogar die ihm befreundeten andern Mathematiker derselben Schule keine Kenntniss von der Existenz dieser anspruchslosen Hefte besassen, und erst nach dem Tode von Koch durch mich auf dieselben aufmerksam gemacht wurden. — [7]) Vgl. meine

nehmende Geschäft mit grosser Liebe und Treue fort, bis er schliesslich ebenfalls ermüdete und froh war dasselbe seinem letzten und bereits langjährigen Gehülfen, unserm Koch, übergeben zu können. Dieser debütirte nun 1864 mit Herausgabe eines neuen, grösstentheils von ihm selbst bearbeiteten Cataloges, dem er sodann von Zeit zu Zeit Supplemente folgen liess, auch sonst der bereits sehr werthvoll gewordenen Sammlung und ihrer Vermehrung einen grossen Theil seiner freien Zeit widmend. Wer nie selbst Aehnliches besorgte, hat keinen Hochschein von dem Umfange der zu leistenden Arbeit und von der Geduld, welcher es bedarf auch nur einen Meter Dissertationen und Brochüren aller Art zu catalogisiren, oder die unbarmherzig störenden „Bibliothekschwätzer" zu ertragen; aber Koch überwand das Alles mit Leichtigkeit, da es ihm gerade passte eine regelmässige Thätigkeit auszuüben, bei der so ganz im Stillen viel geleistet werden konnte, und ihm auch die Geduld nicht leicht ausging. So blieb er in dieser Richtung bis 1889, wo ihn die Zunahme verschiedener Altersbeschwerden zum Rücktritte nöthigte, unausgesetzt thätig, und es ist nur zu wünschen, dass sein Nachfolger, Professor Dr. Graf, die bisher aufsteigende Reihe 6, 17, 25 wenigstens nicht allzurasch wieder sinken lasse. Es bleibt beizufügen, dass Koch nach der erbetenen Entlassung, unter Beilage eines kostbaren, die „Gallerie Schack" in prachtvollen Photographien vorführenden Albums, eine von den Vorständen beider Gesellschaften gezeichnete, vom April 1889 datirte, schön ausgestattete Urkunde folgenden Inhaltes erhielt: „Die Schweizerische Naturforschende, sowie die Bernische Naturforschende Gesellschaft sprechen dem Herrn J. R. Koch, Gymnasiallehrer in Bern, der in so hingebender und aufopfernder Weise während 34 Jahren ihrer Bibliothek vorgestanden hat, durch diese Urkunde ihren wärmsten Dank aus."[8])

Schon auf dem Streckbette in Cannstadt vertrieb sich Koch die Zeit am liebsten mit passender Lectüre, — schon als Realschüler theilte er seine Mussestunden zwischen Lesen und Zeichnen[9]) — und diese beiden Liebhabereien, von welchen die

---

Notiz 388. — [8]) Einem damals zu seinen Ehren veranstalteten Banquet entzog er sich durch Abreise. — [9]) Als ich Koch, welcher

letztere durch eine ausserordentlich geschickte Hand und einen angebornen feinen Kunstsinn unterstützt wurde, begleiteten ihn durch sein ganzes Leben[10]). Auf seinen zahlreichen Ferienreisen bildeten Lesestoff und Skizzenbuch immer einen Haupttheil seines Gepäckes, während schöne Gegenden und Kunstsammlungen als Richtpunkte wechselten. Dass er eifriges Mitglied der bernerischen Künstlergesellschaft und bald auch ihres Vorstandes wurde, sowie sich für die Lesegesellschaft und die litterarische Abtheilung des Museums lebhaft interessirte, ist nach dem Gesagten fast selbstverständlich; dagegen mag noch erwähnt werden, dass seine nicht unbedeutende Privatbibliothek neben wissenschaftlichen auch viele litterarische und kunsthistorische Werke enthielt, und dass er sich ausserdem nach und nach eine werthvolle Kunstsammlung anlegte, welche theils durch ihre Reichhaltigkeit und musterhafte Anordnung, theils durch die bei Vorweisung erhaltenen kritischen und historischen Belehrungen jedem Kunstliebhaber hohen Genuss verschaffte.

Obschon selbst unverheirathet geblieben, erfreute sich Koch dennoch lange eines sehr glücklichen Familienlebens, indem er seine gute Mutter bis 1878, seinen treuen Vater sogar bis 1887 pflegen konnte; als dann aber allerdings beide Eltern gestorben waren und er 1888 auch noch seine liebe Schwester verlor[11]), kam ein Gefühl der Einsamkeit über ihn, das weder

---

die 1848 seine Classe unter meiner Oberleitung nach Zermatt führende »Meyer-Reise« natürlich nicht mitmachen konnte, unser Frühstück in Randa schilderte, genügte ihm diess ein noch vorhandenes Genrebildchen zu entwerfen, das schon allein hinreichen dürfte, sein ausgesprochenes Talent zu bekunden. — [10]) Während seines Aufenthaltes in Berlin lieferte mir Koch mehrere vortreffliche Porträtchen seiner damaligen Lehrer, z. B. ein in Farben ausgeführtes von Martin Ohm, das noch lange Jahre nachher dessen College Steiner zu krampfhaftem Lachen reizte. Verschiedene aus jener Zeit noch vorhandene Federzeichnungen sind nach Anlage und Ausführung geradezu als meisterhaft zu bezeichnen. In der Folge war er allerdings, seine etwas angegriffenen Augen vorschützend, in dieser Richtung weniger productiv; doch mag sich in seinem Nachlasse, wenn er in demselben nicht gar zu unbarmherzig aufräumte, noch manches Bemerkenswerthe finden.

Nichte und Neffen, noch seine vielen Freunde, auf die Dauer verscheuchen konnten, — zumal sich nun auch immer mehr, wie schon oben angedeutet wurde, Altersbeschwerden aller Art, wie z. B. Blutandrang nach dem Kopfe und Schlaflosigkeit, einstellten, welche ihn deprimirten und in seinen regelmässigen Beschäftigungen zu hindern begannen.[12]) — Leider hatten diese scheinbar kleinen Uebel einen tiefern Grund, als man anfänglich vermuthete, und es entwickelte sich, nachdem Koch noch am 19. Mai 1891 ohne besondere Mühe Unterricht ertheilt hatte, schon am folgenden Tage furchtbar rasch eine Herz- und Nieren-Krankheit, so dass ihm der Arzt, auf seine Bitte ihm klaren Wein einzuschenken, eingestand, es sei wenig Hoffnung ihn retten zu können. — Ohne eine Ahnung von diesen Vorgängen zu haben, theilte ich meinem lieben Freunde gerade in jenen Tagen mit, dass ich ihn Anfang Juni auf meiner Durchreise zur Sitzung in Neuenburg zu sehen hoffe, und erhielt sodann umgehend ein von ihm am 24. Mai mit zitternder Hand geschriebenes Briefchen, in welchem er mir mittheilte, dass er seit dem 20. das Bett hüte, da sein Herzleiden, welches er noch im Winter nur für einen hartnäckigen, durch Erkältung entstandenen Catarrh hielt, rasend schnell zugenommen habe. „Ich weiss nicht," schrieb er mir, „ob ich Dich bei Deiner Ankunft in Bern noch sehen werde; desshalb statte ich Dir vorher noch meinen besten Dank ab für die vielen Beweise Deiner Freundschaft und sende Dir von Herzen meine — vielleicht letzten Grüsse", und fügte dann noch in einem Postscripte bei: „Von Notizen, Heften etc. wirst Du nichts mehr finden; seit zwei Tagen habe ich ein schreckliches Auto da Fé abgehalten und ganze Körbe voll verbrennen lassen und zerrissen. Ich habe desshalb (und vor Schwäche) einen Krampf in der rechten Hand und kann kaum schreiben. Vielleicht noch — auf Wiedersehen!" — Dieses Wiedersehen konnte nun allerdings wenigstens hienieden nicht mehr stattfinden; dagegen war dem

— [11]) Ihr Mann war ihr schon 1882 vorangegangen. — [12]) Es mag noch nachgetragen werden, dass Koch von 1882 hinweg, als Nachfolger seines Vaters, Präsident seiner Zunft war, und als solcher ebenfalls ziemlich viele Geschäfte zu besorgen hatte.

Kranken noch gestattet, mit klarem Kopfe und grösster Kaltblütigkeit alles bis ins Detail auf seinen Todesfall hin anzuordnen, sowie seinen letzten Willen durch einen befreundeten Notar aufsetzen zu lassen, in Letzterm die Bibliothek der Naturforschenden Gesellschaft und dem Gymnasium schenkend, die Kupferstichsammlung dem „Akademischen Kunstcomité“ zuweisend, und verschiedene gemeinnützige und wohlthätige Anstalten mit schönen Legaten bedenkend. Noch folgten einige, namentlich wegen Athemnoth, sehr schwere Tage; dann aber trat Ruhe ein, und Samstag den 30. Mai 1891 konnte der liebe Freund um vier Uhr Nachmittags sanft einschlafen. — Die Trauer um den allgemein beliebten Mann war eine herzliche, und namentlich die Schule fügte sich nur höchst ungerne der bestimmten Anordnung des Verstorbenen, dass sein Leichenbegängniss in aller Stille abzuhalten sei und bei demselben nur eine einfache Ansprache seines vertrauten Freundes, Pfarrer Kohler in Meykirch, stattfinden dürfe; dagegen liess sie es sich nicht nehmen, der am 2. Juni um 11 Uhr erfolgten Beisetzung am Nachmittage in der Aula des Gymnasiums noch eine Trauerfeierlichkeit folgen zu lassen, bei der Rector Albert Benteli eine kurze Gedächtnissrede auf seinen verstorbenen Lehrer und spätern Collegen, sodann Pfarrer Thellung ein Leichengebet hielt, die Schüler aber zur Eröffnung und zum Schlusse passende Gesänge vortrugen.

450. Das von Albert Burkhardt und Rudolf Wackernagel herausgegebene „Basler Jahrbuch auf 1892“ bringt an seiner Spitze einen von Hermann Christ verfassten und mit einem trefflichen Porträt gezierten Lebensabriss: „Rathsherr Peter Merian“, der weniger beabsichtigt dessen wissenschaftliche Leistungen auseinander zu setzen, als eine getreue Charakteristik dieses vorzüglichen und für Jeden, der das Glück hatte mit ihm zu verkehren, unvergesslichen Mannes zu geben. Herr Christ hat nach meinem Dafürhalten diese Aufgabe sehr gut gelöst, und seine Arbeit bildet nicht nur eine werthvolle Ergänzung des in Nr. 335 Gesagten, sondern auch der in Nr. 339 erwähnten eingehenden Programmarbeit Rütimeyer's. — Von dem weitern werthvollen Inhalte des Jahrbuches erwähne ich noch den von Ed. His-Heusler verfassten Artikel „Hans Bock, der Maler“

und entnehme demselben, dass dieser aus Elsass-Zabern gebürtige, aber 1573 in Basel eingebürgerte und bis zu seinem etwa 1624 erfolgten Tode daselbst thätige Mann nicht nur als Maler Vorzügliches leistete, und ihm unter anderm ein für das Jahrbuch in Lichtdruck reproducirtes Porträt des berühmten Arztes Felix Platter (vgl. Biogr. IV) zu verdanken ist, — sondern auch ein geschätzter Geometer war, und z. B. sowohl die Stadt Basel als einige Theile der damals zugehörigen Landschaft in Grund legte, was ich leider bei Abfassung meiner „Geschichte der Vermessungen der Schweiz" übersehen hatte. Wahrscheinlich wurde Bock durch diese letztern Arbeiten veranlasst ein ihm dazu besonders dienlich erscheinendes Instrument zu construiren, indem (wie Herr His von dem in Sachen so ausserordentlich bewanderten Prof. Fritz Burckhardt erfuhr) Benjamin Bramer, der Schwager und Pflegesohn unseres genialen Joost Bürgi, auf pag. 10 seiner „Trigonometria planorum mechanica, Marpurg 1617 in 4" folgendes sagt: „Letzlichen hat der wol erfahrne Mahler, Johan Bock zu Basel, ein Instrument inventiret und verfertiget, welches von vielen in Secret gehalten wirdt, so von zweyen auff einander gesetzten Quadranten, oder gevierten Platten verfertigt, damit man beydes die Horizontalische weite, und perpendicularische höhe abnemen könne, welches aber ein Creutzlini, und mehrertheyls ein rechten Winkel erfordert, und was man damit abgesehen, muss mit proportional oder proportionirten Cirkeln abgetragen, auch zwischen den zweyen angenommenen Ständen jederzeit gerade zahlen, so sich in 10 theylen lassen, gebraucht werden, oder aber so man damit andere Schrege dinge abmessen wil, brauchen sie under der auffgerichteten Platten Bapierene Scheiben, auff welchen die Winkel gesucht und abgetragen werden müssen, auch underweilen den Magneten, was nun solches für verhinderungen mit sich bringt, ist leichtlich zu erachten, und ohne noth weitleufftig zu erweisen." — Obschon ich nun nicht gerade behaupten möchte, dass Bramer's vorstehende Beschreibung übertrieben klar sei, so glaube ich doch immerhin derselben entnehmen zu können, dass das Bock'sche Instrument keine Theilungen hatte, und aus einem Versuche entstand, den damals überall auftauchenden, trotz seiner primitiven Einrichtung für Horizontalmessungen so be-

quemen Messtisch auch für Höhenmessungen brauchbar zu machen, — keineswegs aber mit dem in Europa (vgl. pag. 48 des 2. Bandes meines neuen Handbuches der Astronomie) kurz zuvor nachgebildeten Azimutalkreise der Araber, dem Vorläufer unseres Theodoliten, in Parallele gesetzt werden darf.

451. Der mir erst kürzlich zu Gesicht gekommene „Jahresbericht über die Lehr- und Erziehungs-Anstalt des Benediktiner-Stiftes Maria-Einsiedeln im Studienjahre 1882/1883" enthält aus der Feder von Pater Columban Brugger „Erinnerungen an P. Athanasius Tschopp", welchen ich folgendes entnehme: Jakob Kaspar Tschopp wurde 1803 zu Knutwyl im Kanton Luzern geboren, — trat 1817 in die Stiftsschule zu Einsiedeln — legte 1820 das Ordensgelübde ab, wobei er den Namen Athanasius erhielt, — bekleidete von 1826 hinweg (mit einziger Ausnahme von $1^1/_2$ Jahren, welche er als Prior des im Staate Indiana gegründeten Klosters in Amerika zubrachte) in Einsiedeln alle möglichen Stellungen als Lehrer, Novizenmeister, Beichtiger etc. — und starb daselbst 1882 nach längern Leiden. — Neben treuer Erfüllung seiner geistlichen und amtlichen Pflichten widmete sich Tschopp mit Vorliebe der Physik, deren Lehrstuhl er von 1829—1838 und dann wieder von 1849—1851 bekleidete, und es ist nicht nur wesentlich seinen Bemühungen das gut ausgestattete physikalische Cabinet des Klosters zu verdanken, sondern er trat auch als Erfinder auf, indem er schon in jungen Jahren unter dem Namen „Ventilhorn" ein verbessertes Blasinstrument, — später unter dem Namen „Konotomograph" einen zur Verzeichnung der Kegelschnitte und speciell (in Verbindung mit einem Hülfsrahmen) zum Erstellen parabolischer Hohlspiegel bestimmten Apparat, — und endlich Ende der Vierziger Jahre unter dem Namen „Typotelegraph" einen elektromagnetischen Copirtelegraphenapparat erfand. Als es sich sodann in den fünfziger Jahren um Einführung des Telegraphenwesens in der Schweiz unter Leitung von Steinheil handelte, wurde Tschopp, dessen Apparat durch Mechaniker Meinrad Theiler in Einsiedeln ausgeführt worden war, aufgemuntert denselben in Bern vorweisen und untersuchen zu lassen, und die Regierung von Schwyz verstand sich sofort dazu, ein empfehlendes Schreiben an den Bundesrath auszustellen. Steinheil fand jedoch, dass

dieser Apparat nicht nur für die eigentliche Praxis zu difficil sei, sondern musste darauf bestehen, dass der internationale Verkehr die Schweiz zwinge sich mit ähnlichen Apparaten zu versehen, wie sie die Nachbarländer bereits besitzen, und so konnte die Antwort des Bundesrathes, bei aller Anerkennung für Tschopp, in der That nur ablehnend ausfallen; dagegen war es ein Missgriff, dass man Theiler, der damals eine Anstellung wünschte und der dafür, wie später sein blühendes Geschäft in London erwies, sehr gut qualificirt gewesen wäre, überging, — von der schnöden Weise, wie ihn Hipp, der eben bei sonstigen vielen Vorzügen den grossen Fehler besass, keine selbständige Persönlichkeit neben sich zu dulden, abgewiesen haben soll gar nicht zu sprechen.

452. In dem Geburtsorte Thomas Plater's, dem einsamen Bergdörfchen Grächen im Walliser-Nicolaithale, starb am 8. Juli 1889 der hochbetagte Pfarrer Moritz Tscheinen, seit 1857 correspondirendes Mitglied unserer Gesellschaft. Im Jahre 1808 zu Naters geboren, hatte er den Priesterstand gewählt, und lange Jahre die Pastoration seiner am Fusse des Aletschgletschers liegenden Heimatsgemeinde treu versehen, bis er später durch seine geistliche Oberbehörde, zur Strafe für seinen Liberalismus und wohl auch in der stillen Hoffnung, dass der schwächliche Körper des unbequemen Mannes einem rauhen Klima nicht lange wiederstehen werde, nach Törbel ob Stalden und sodann nach dem noch etwas höher gelegenen Grächen versetzt wurde, wo er nun gegen alle Erwartung noch etwa ein Drittel-Jahrhundert amtete, und sich seine Abgeschlossenheit von der Welt durch Beobachtung der Naturerscheinungen, Lectüre, Correspondenz und schriftstellerische Arbeiten ganz erträglich zu machen wusste.*) — Während die Literarhistoriker sich an Tscheinen's „reichlichen Beiträgen sprachlicher und sachlicher Art" für das Schweizerische Idiotikon, und an der durch ihn in Verbindung mit P. J. Ruppen herausgegebenen köstlichen Sammlung von „Walliser Sagen Sitten 1872 in 8" erfreuten, hatten ihm die Seismologen seine

*) Er soll sogar zum Aerger seiner Obern sich während einer Reihe von Jahren die „gottlose und ketzerische" Zürcher-Freitagszeitung gehalten haben.

trefflichen Berichte über das für das Visper-Thal so verhängnissvolle Erdbeben von 1855 und dessen Nachläufer zu verdanken, und es werden sowohl die präcisen Angaben, welche er in seinem von 1855—1863 fortgeführten „Tagebuch über die Erdbeben des Visperthales (Vierteljahrschrift 1856—1864)" niederlegte, als seine vielfachen Nachrichten über andere bemerkenswerthe Vorkommnisse in den Hochalpen (vgl. Vierteljahrsschrift 1857—1879) für alle Zeiten Werth behalten. Ueberdies bethätigte sich Tscheinen vom December 1863 hinweg an den durch die Schweizerische meteorologische Commission angeordneten Beobachtungen, und führte dieselben in Grächen ein volles Vierteljahrhundert, d. h. bis ihm Auge und Hand den Dienst kündeten, mit grosser Pünktlichkeit fort, jeweilen in den Monat-Tabellen die sonst meist fast leer bleibende Columne für Bemerkungen bis auf das letzte Plätzchen mit den verschiedensten Notizen ausfüllend.

453. In Beziehung auf den in Nr. 383 „als Schweizer" aufgeführten Bernhard Perger, der nach einer spätern Mittheilung von Freund Günther aus unserm Stans gebürtig sein sollte, hat eine genaue Nachforschung, welche mein lieber Jugendfreund, Professor Georg von Wyss, für mich anstellte, ergeben, dass da wahrscheinlich eine Verwechslung mit dem im Innthale gelegenen Stans vorliegt: In dem schweizerischen Stans scheint nie ein Geschlecht der Perger florirt zu haben und auch der Name Bernhard nie gebräuchlich gewesen zu sein; dagegen mag in dem tyrolischen Stans, wo eine Cistercienser-Abtei existirte, mancher Bauernjunge in der Taufe den Namen des Klosterpatrons Bernhard, sowie in der Klosterschule eine gewisse Ausbildung empfangen haben, und es ist daher die Annahme, dass Einer derselben später als Regens nach Wien gekommen sei, ferner als Tyroler den Beinamen „Perger (i. e. Berger)" erhalten habe, ziemlich plausibel.

[R. Wolf.]

Generalregister

über die Bände XXV bis XXXVI.

Aeschlimann: Zur Theorie der ebenen Curven vierter Ordnung XXV 365.

Asper: Über die Fischbrutanstalt bei der Wasserkirche XXV 423.

Baltzer: Über die Geologie des Berner Oberlandes XXVI 94.

Bandelier s. Wolf.

Beck: Bemerkungen zur nautischen Astronomie XXVII 299; elementare Herleitung der Plücker'schen Formeln XXXIII 173.

Bertschinger: Untersuchungen über die Wirkung der Sandfilter des städtischen Wasserwerks in Zürich XXXIV 121.

Bessel s. Gubler.

Beyel: Centrische Collineation n. Ordnung in der Ebene vermittelt durch Aehnlichkeitspunkte von Kreisen XXVI 297; centrische Collineation n. Ordnung und plane Collineation n. Classe XXXI 1; über eine ebene Reprocität und ihre Anwendung auf ebene Curven XXXI 161; über Curven IV. Ordnung XXXI 178.

Billwiller: Über die Kälteperiode im December 1879 und die barometrischen Maxima XXV 99; über die Einrichtung der meteorologischen Station auf dem Säntis XXVIII 74; über die Dämmerungserscheinungen seit Ende November 1883 XXVIII 394; vergleichende Resultate der durch Schätzung erhaltenen Daten über den mittlern Bewölkungsgrad des Himmels und der Aufzeichnungen des Sonnenscheinautographen XXXIII 293.

Bodmer: Terrassen und Thalstufen der Schweiz XXV 353.

Bühler: Ergebnisse einer 55jährigen Hagelstatistik XXIX 179.

Bürgi s. Wolf.

Calm: Die abnormen Dampfdichten XXVIII 321.

Cramer: Über geschlechtslose Fortpflanzung des Farnprothallium mittelst Gemmen, resp. Conidien XXV 198.

Culmann: Beschreibung einiger Versuche über den Funken, welcher bei der Unterbrechung einer Strombahn auftritt XXX 263.

Delmar: Das Phosphoritlager von Steinbach und allgemeine Gesichtspunkte über Phosphorite XXXV 182.

Denzler s. Wolf; Untersuchung über die in Zürich vorkommenden Gewitter XXV 92; über die frühern Versuche die Witterung vorauszubestimmen XXV 187; Untersuchung über die in Zürich vorkommenden Niederschläge XXV 303.

Disteli: Zur Configuration der Wendepunkte der allgemeinen ebenen Curve 3. Ordnung XXXV 145; die Metrik der circularen ebenen Curven 3. Ordnung im Zusammenhang mit geometrischen Lehrsätzen Jakob Steiners XXXVI 255.

Engel: Konstruktionen zur Geometrie der Flächen 2. Ordnung und der ebenen Curven 3. Ordnung XXXIV 299.

Feer s. Wolf.

Fick: Über die Ursachen der Pigmentwanderung in der Netzhaut XXXV 83.

Fiedler, E.: Über eine besondere Classe irrationaler Modulargleichungen der elliptischen Functionen XXX 129.

Fiedler, W.: Geometrische Mittheilungen XXV 217, 403; XXIX 33 2 XXXV 322; XXXVI 65; vom Schneiden der Kreise unter bestimmten reellen und nicht reellen Winkeln XXVI 86; zu den Elementen der Geometrie der Lage XXVI 89; zur Geschichte und Theorie der elementaren Abbildungsmethoden XXVII 125; über Geometrisches mit Vorweisungen XXVIII 289; zu zwei Steiner'schen Abhandlungen XXVIII 409; über die Büschel gleichseitiger Hyperbeln, den Feuerbach'schen Kreis und die Steiner'sche Hypocycloide XXX 390.

Fliegner: Über einige Expansions-Curven der gesättigten Dämpfe XXIX 226.

Fritz: Über die gegenseitigen Beziehungen der physikalischen Eigenschaften technisch wichtiger Metalle und einiger anderer Stoffe XXVI 149; zur Periodicität der Hagelschäden XXVI 156; die Wasserstände der fünf grossen Seen Canadas XXVI 249; zur Bestimmung der ältern Sonnenflecken-Perioden XXVI 259; über die Veränderlichkeit der Wassermengen XXVI 384; die Sonnenflecken-Periode und die Planetenstellungen XXVIII 53; die Veränderlichkeit des Sonnendurchmessers XXIX 124; Beiträge zur Beziehung irdischer Erscheinungen zur Sonnenthätigkeit XXXII 345; Beiträge zu den Beziehungen der physikalischen Eigenschaften der Körper XXXIII

56; eine kurze Periode in den meteorologischen Erscheinungen XXXIII 122; verschiedene Mittheilungen XXXVI 37.

Gauss s. Wolf.

Gautier s. Wolf.

Genge: Beiträge zu graphischen Ausgleichungen XXXI 268.

Graberg: Über Masszeichen XXX 55; die Zeichnung im Dienste der Naturwissenschaft und die Masszeichen insbesondere XXX 403; der Massraum, eine Erweiterung des Massstabes XXXI 339; Stufenfolge der Massräume XXXII 191; über Plan- und Reliefcurven XXXIV 209; über Axenbünde des Massraumes XXXV 52; Gliederung des Massraumes durch seine Flächen XXXV 257.

Gubler: Die Darstellung der allgemeinen Bessel'schen Function durch bestimmte Integrale XXXIII 130; über eine Determinante, welche bei der Berechnung symmetrischer Functionen vorkömmt XXXV 79.

Haller: Beiträge zur Kenntniss der schweizerischen Milbenfauna XXX 77.

Heim: Beobachtungen von der Gotthardlinie XXV 419; über die jetzige Erklärung der scheinbaren Lücken in der geologischen Entwicklungsgeschichte der organisirten Natur XXVI 106; über die geologischen Expertenuntersuchungen über das Projekt eines Montblanc-Tunnels XXVII 106; die Glarner-Doppelfalte XXVII 180; Notiz über das Vorkommen von Diamanten in Patagones (Süd-Amerika) XXVII 311; Profilrelief der Säntisgruppe XXVIII 83; über die Entstehung und Bildung des Gletscherkorns XXX 97; zur Prophezeiung der Erdbeben XXXII 130; Dr. Alexander Wettstein, verunglückt durch Sturz an der Jungfrau den 15. oder 16. Juli 1887: XXXII 227; über Kantergeschiebe aus dem norddeutschen Diluvium XXXII 383.

Horner s. Wolf.

Ibannez s. Maurer.

Imhof: Zoologische Mittheilungen XXX 369.

Keller, J.: Die einander doppelt conjugirten Elemente in reciproken Systemen XXV 1; über monoconfocale Kegelschnitte XXVII 1; ein elementar-geometrisches Problem XXVII 289; orthogonal-conjugirte Schaaren monoconfocaler Kegelschnitte XXXII 33.

Keller, K.: Über den Farbensinn bei Mollusken XXVI 100; verticale Vertheilung mariner Thiere XXVII 328; Resultate von Untersuchungen über Medusen des Rothen Meeres XXVIII 85.

Klebs: Bacteriologische Untersuchungen mit Bezug auf die Typhusepidemie in Zürich XXIX 186.

Kleiner: Zur Erinnerung an Prof. Balthasar Luchsinger XXXI 204.

Kronauer: Das innere Wärmeleitungsvermögen von Blei, Wismuth und Wood's Metall XXV 257.

Kummer s. Weiler.

Lalande s. Wolf.

Lang: Versuch einer Erklärung der Asymmetrie der Gasteropoden XXXVI 339.

Lehmann: Über den Einfluss des comprimirten Sauerstoffs auf die Lebensprocesse der Kaltblüter und einige Oxydationsvorgänge XXVIII 153.

Leverrier s. Wolf.

Luchsinger s. Kleiner.

Magnus: Ein neues Exobasidium aus der Schweiz XXXVI 251.

Maurer: Über den mittleren barometrischen Gradienten in der Höhe des Centralalpenkamms XXIX 70; über die von General Ibannez angewandte Methode der Temperaturbestimmung bei der Messstange seines Basisapparates XXIX 139; zum täglichen Gang der Temperatur auf Bergstationen XXXI 76; über die atmosphärische Absorption von strahlender Wärme niedriger Temperatur und die Grösse der Sternenstrahlung XXXIV 63.

Mayer-Eymar: Über die Thracia-Arten der Molasse XXVIII 418; die Filiation der Belemnites acuti XXIX 41; die Panopaeen der Molasse XXIX 318; zur Geologie Egyptens XXXI 241; über die geologischen Verhältnisse der Petroleum-Gegend von Montechino bei Piacenza XXXII 217; drei neue Spondylus aus dem untern Parisian der Schweiz XXXIII 65; zwölf neue Arten aus dem untern Londinian des Monte Postale bei Vicenza XXXIII 113; über das Tongrian von Cairo XXXIV 191; Diagnoses Ostrearum novarum ex agris Aegyptiae nummuliticis XXXIV 289; Plicatularum sex novae, estratis Aegyptiae parisianis XXXIV 392; Mokattamia, Molluscorum pelecypodorum genus novum, e familia Crassatellidium XXXIV 395; la faune miraculeuse du Londinien d'Appenzell XXXV 167; Aliae Ostreae novae quatuor XXXV 177; Diagnoses specierum novarum XXXV 179, 290; Diagnoses Vulsellarum ex agris Aegyptiae nummuliticis XXXVI 58; Diagnoses Mytilorum ex agris Aegyptiae nummuliticis XXXVI 169; Diagnoses Ostrearum novarum ex agris mollasicis XXXVI 387.

Meyer: Ein Satz aus der Theorie der indefiniten ternären quadratischen Formen XXVIII 272; mathematische Mittheilungen XXIX 209; XXXII 363; XXXVI 241.

Morstadt: s. Wolf.

Müller: Über elektrische Spannungsdifferenzen in keimenden Samen und eine neue Krümmungseigenschaft der wachsenden Wurzel XXVIII 80.

Plücker s. Beck.

Quetelet s. Wolf.

Reymers s. Wolf.

Ritter: Das Trägheitsmoment eines Liniensystemes XXIX 305.

Rudio: Über einige Grundbegriffe der Mechanik XXXI 59; das Problem von der Quadratur des Zirkels XXXV 1.

Sarauw: Untersuchungen über das Benzolchinon und einige Derivate desselben XXVI 1.

Schär: Über die Kautschukkultur in Ostindien XXVII 115; historisch-geographische Mittheilungen über den chinesischen Zimmt XXVIII 70; über das Cocain XXX 103; über die Verbreitung chemischer Verbindungen in der Pflanzenwelt XXXIII 323.

Schinz: Zur Kenntniss afrikanischer Gentianaceen XXXVI 306.

Schmidt s. Wolf.

Schneebeli: Über Condensatoren im Allgemeinen und specielle Beschreibung des Normalcondensators des eidgen. Polytechnikums XXVI 160; über einen neuen Condensator XXVII 176; Untersuchungen im Gebiet der strahlenden Wärme XXIX 56.

Schröter: Über die Seychellen-Nuss XXV 113.

Snellius s. Wolf.

Stadler: Bestimmung des absoluten Wärmeleitungsvermögens einiger Gesteine XXXIV 12.

Stebler: Über den Einfluss des Lichtes auf die Keimung XXVI 102.

Steiner s. Disteli, Fiedler.

Stössel: Über die Lichtemission des glühenden Platins XXXIII 308.

v. Tavel: Das System der Pilze im Lichte der neuesten Forschungen XXXVI 372.

Tobler: Über die Methoden zur Bestimmung der Kabelfehler XXX 106; der Betrieb langer submariner Kabel XXXIV 1.

Treadwell: Über Ketine, eine neue Reihe organischer Basen XXVII 29.

Weber: Die Beziehung zwischen dem Wärmeleitungsvermögen und dem elektrischen Leitungsvermögen der Metalle XXV 161; die Leistungen der elektrischen Arbeitsübertragung zwischen Kriegstetten und Solothurn XXXII 289.

Weilenmann: Volumen und Temperatur der Körper, insbesondere der Flüssigkeiten XXXIII 37; physikalische Mittheilungen XXXV 302.

Weiler: Einfache Erzeugung einer grössern Anzahl von Complexen 2. Grades XXVI 41; über einige Flächen, auf denen Schaaren von Kegelschnitten liegen XXIX 223; über die Kummer'sche Darstellung der Strahlensysteme 2. Ordnung XXIX 366; einige Resultate über die Osculationskreise bei Kegelschnitten XXXIII 119.

Weith s. Wolf; über die chemische Beschaffenheit der Fluss- und Seewasser und deren Fauna XXV 109; chemische Untersuchungen schweizerischer Gewässer mit Rücksicht auf deren Fauna XXV 129.

Werner: Beiträge zur Theorie der Affinität und Valenz XXXVI 129.

Wettstein s. Heim.

Wietlisbach: Licht und Kraft auf der Elektricitäts-Ausstellung in München XXVII 323.

Winogradsky: Über die Organismen der Nitrification XXXVI 176.

Wolf: Astronomische Mittheilungen XXV 44, 321; XXVI 50, 121, 201, 345; XXVII 59, 189, 241; XXVIII 1, 97; XXIX 1, 113, 243; XXX 1, 230, 321; XXXI 113, 313; XXXII 1, 149; XXXIII 1, 225; XXXIV 47, 257, 338; XXXV 113, 225; XXXVI 1; Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte und Auszüge aus den Correspondenzen von Horner und Gautier XXV 116, 201, 313, 425; XXVI 110, 195, 283, 391; XXVII 121, 236, 332; XXVIII 88, 292, 423; XXIX 81, 189, 277, 372; XXX 108, 281, 416; XXXI 87, 226, 369; XXXII 90, 244, 399; XXXIII 76, 190, 393; XXXIV 113, 256, 415; XXXV 97, 220, 386; XXXVI 120, 219. 408; neue Serie von Würfelversuchen XXVI 126, 201; XXVII 241; XXVIII 118; Zürcher Beobachtungen der ringförmigen Sonnenfinsterniss von 1820: XXVI 186; aus einem Briefe von Ad. Bandelier XXVI 264; aus einigen Briefen von Leverrier XXVI 376; Messungen von Horner auf dem Zürchersee im Februar 1830 XXVII 103; Wilhelm Weith XXVII 225; Versuche über Sandauslauf XXVII 252; eine Studie über π XXVII 308; einige Notizen über Name und Familie des Astronomen Lalande XXVIII 65; XXXIII 179; Beiträge zur Geschichte des Gothaer Congresses von 1798 XXIX 23; XXXIII 179; über zeitweise Verdunklungen der Sonne

XXIX 69; aus einem Briefe von Jul. Schmidt XXIX 173; über die am 20. Juli 1884 auf dem Zürchersee entstandenen Wasserhosen XXIX 267; über das Nordlicht vom 19. October 1726 XXIX 269; Denzler's Studien über die Loth-Ablenkung XXX 93; Versuch einer Ehrenrettung für Nicolaus Reymers XXXI 313; zur Biographie von Joseph Morstadt XXXI 358; neuer Beitrag zur Geschichte der ersten Pendeluhren XXXII 9; bibliographische Notizen XXXII 79; XXXIV 245, 397; XXXV 211; XXXVI 114, 209; aus einem Notizbuche von Joh. Feer XXXIII 68; über die Rechtschreibung des Namens von Joost Bürgi und über die Beziehungen von Willebrord Snellius zu Cassel XXXIII 225; zu Quetelet's Studien über die seculären Bewegungen der Magnetnadel XXXIII 249; einige Notizen aus alten Chroniken XXXIII 378; ein Schreiben von Willebrord Snellius an Landgraf Moritz von Hessen XXXIV 103; Studie über das sog. Petersburger Problem XXXIV 264; Notiz über das in der Schweiz in der Nacht vom 27./28. December 1560 gesehene grosse Nordlicht XXXV 87; zwei Notizen aus nachgelassenen Papieren von Hofrath Horner XXXV 367; bibliogr. Studie über den „Thurecensis phisiti Tractatus de Cometis" XXXVI 8; aus den Manuscripten von Hofrath Horner XXXVI 393.

Wolfer: Sonnenfleckenpositionen XXVI 136, 224; XXVII 83, 205; XXVIII 10, 125; XXIX 246; XXX 13, 233, 331; XXXI 120; XXXII 157; XXXIV 347; Bestimmung des Azimutes vom Rigi XXIX 127; einige Mittheilungen über den neuen Stern in der Andromeda XXX 257; Beobachtung der partiellen Sonnenfinsterniss vom 16. Juni 1890 XXXV 233.

v. Wyss: Über die Farbe des Himmels XXXIII 279.

Vierteljahrschrift

der

Naturforschenden Gesellschaft

in

ZÜRICH.

Redigirt

von

Dr. Rudolf Wolf,

Prof. der Astronomie in Zürich.

Sechsunddreissigster Jahrgang. Drittes und viertes Heft.

Zürich.

In Commission bei S. Höhr.

1891.

Inhalt.

Seite.

Meyer, Mathematische Mittheilungen 241
Magnus, Ein neues Exobasidium aus der Schweiz . 251
Disteli, Die Metrik der circularen ebenen Curven dritter Ordnung im Zusammenhang mit geometrischen Lehrsätzen Jakob Steiners 255
Schinz, Zur Kenntniss afrikanischer Gentianaceen . 306
Lang, Versuch einer Erklärung der Asymmetrie der Gasteropoden 339
v. Tavel, Das System der Pilze im Lichte der neuesten Forschungen 372
Mayer-Eymar, Diagnoses Ostrearum novarum ex agris mollasicis 387

Wolf, Aus den Manuscripten von Hofrath Horner . . 393
Tobler, Auszüge aus den Sitzungsprotokollen . . . 394
Wolf, Notizen zur schweiz. Kulturgeschichte (Forts.) . . 408

Von der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich sind früher herausgegeben worden und ebenfalls durch die Buchhandlung **S. Höhr** zu beziehen:

Mittheilungen der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Heft 1—10. 8. Zürich 1847—56. à 1 Fr. für Mitglieder. Im Buchhandel Fr. 1.35.

Meteorologische Beobachtungen von 1837—46. 10 Hefte. 4. Zürich. 1 Fr.

Denkschrift zur Feier des hundertjährigen Stiftungsfestes der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Mit einem Bildniss. 4. Zürich 1846. ½ Fr.

Heer, Dr. O. Ueber die Hausameise Madeira's. Mit einer Abbildung. 4. Zürich 1852. ½ Fr. für Mitglieder, im Buchhandel 75 Cts.

— Der botanische Garten in Zürich. Mit einem Plane. 4. Zürich 1853. ½ Fr. für Mitglieder, im Buchhandel 75 Cts.

— Die Pflanzen der Pfahlbauten. Neujahrstück der Naturf. Gesellschaft auf 1866. ½ Fr. für Mitglieder, im Buchhandel 75 Cts.

Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Fünfunddreissig Jahrgänge. 8. Zürich 1856—1890 à ½ Fr. für Mitglieder, im Buchhandel Fr. 4.—.

Aus den obigen Mittheilungen ist besonders abgedruckt zu haben:

Pestalozzi, H., Ing. Oberst. Ueber die Verhältnisse des Rheins in der Thalebene bei Sargans. Mit einem Plane der Gegend von Sargans. 8. Zürich 1847. ¼ Fr. für Mitglieder, im Buchhandel 40 Cts.

Bei der meteorologischen Centralanstalt oder auch durch die Buchhandlung **S. Höhr** können bezogen werden:

Schweizerische meteorologische Beobachtungen, herausgegeben von der schweiz. meteorologischen Centralanstalt. Jahrgänge 1864—1888 à 20 Fr. Serien der älter Jahrgänge werden zu etwas reducirten Preisen abgegeb

---

Druck von Zürcher und Furrer.

BOUND IN LIBRARY
FEB 4 1911